УДК 621.73 + 621.96

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ШТАМПОВКЕ НА МОЛОТАХ СО СВОБОДНО ПАДАЮЩИМИ ЧАСТЯМИ

© 2011 И. Л. Шитарев, А. И. Хаймович

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Разработана методика, позволяющая аналитически найти закон движения падающих частей высокоскоростного молота в форме ряда Фурье. Выведенные закономерности позволяют рассчитать скорость и ускорение металла в любой точке очага пластической деформации в каждый момент времени протекания процесса.

Высокоскоростная штамповка, ряд Фурье, пластическая деформация, метод конечных элементов, САЕ – системы.

Современные методы численного решения задач пластического формообразования, например метод конечных элементов – МКЭ, реализованные в большинстве САЕ – систем, требуют задания в качестве начальных условий кинематики движения исполнительных органов деформирующего оборудования. Вместе с тем существует ряд типов оборудования (высокоскоростные, паровоздушные молоты, некоторые кривошипные прессы), у которых динамика движения исполнительных органов в процессе штамповки напрямую зависит от характера изменения усилия формообразования и поэтому заранее не может быть задана корректно. В особенности это замечание касается процессов деформирования материалов, склонных к скоростному упрочнению.

Высокоскоростная штамповка к перечисленным обстоятельствам накладывает ряд особенностей, связанных с действием инерционных сил от движения массы металла в очаге пластической деформации и падающих частей молота.

В настоящей статье рассматривается методика учёта динамических явлений при расчёте энергосиловых и термомеханических параметров формообразования при штамповке на молотах со свободно падающими частями.

Известные теоретические методы расчёта указанных выше параметров производятся либо без изменения скорости деформирования во времени, либо требуют большого количества экспериментальных данных, получение которых затруднительно, а их достоверность проблематична [1, 2].

Поставленная задача в общем виде решается, если возможно формализовать и определить следующие величины, необходимые для описания процесса деформирования в динамике:

- начальную скорость формообразования, V_0;
- максимальную (пиковую) скорость деформирования, V_{max};
- время пика скорости деформирования, t_{max};
- время всего процесса формообразования, t_k;
- скорость и ускорение металла в очаге пластической деформации в момент времени, когда растягивающее усилие от действия инерционных сил достигает максимума.

Если определена функциональная зависимость скорости движения падающих частей молота от времени, то остальные параметры рассчитываются в соответствии со следующей методикой:

- задаются начальные условия (значения скорости деформирования в начальный и конечный момент формообразования);
- выбирается вид аппроксимирующей функции скорости от времени деформирования, тождественно удовлетворяющей начальным условиям;

- исходя из принципа минимума функционала мощности пластической деформации, находятся неизвестные коэффициенты, входящие в аппроксимирующую скорость функцию.

Условимся, что будем считать за статические те параметры, которые получены при нагружении со скоростями деформации в пределах $\xi = 10^{-1}\ldots10^{-6}c^{-1}$, а за динамические – со скоростями деформаций $\xi = 10\ldots10^{4}$ c^{-1} и больше. На ударных копрах при одноосном нагружении обычно $\xi = 10\ldots10^{3}$ c^{-1}

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, пластическая деформация материала, к которому приложена импульсная нагрузка, превышающая статический предел текучести, возникает не мгновенно, а через некоторое время [3]. Это явление, объясняемое теорией дислокаций и получившее название «запаздывание текучести», приводит к тому, что в начальный момент времени нагружение отстаёт от момента приложения нагрузки на величину θ (рис. 1).

С математической точки зрения это означает, что в начальный момент времени при импульсном нагружении скорость падающих частей становится равной 0.

Согласно принятой методике, разработаем математическую модель движения падающих частей молота.

Представим скорость деформирования в виде зависимости

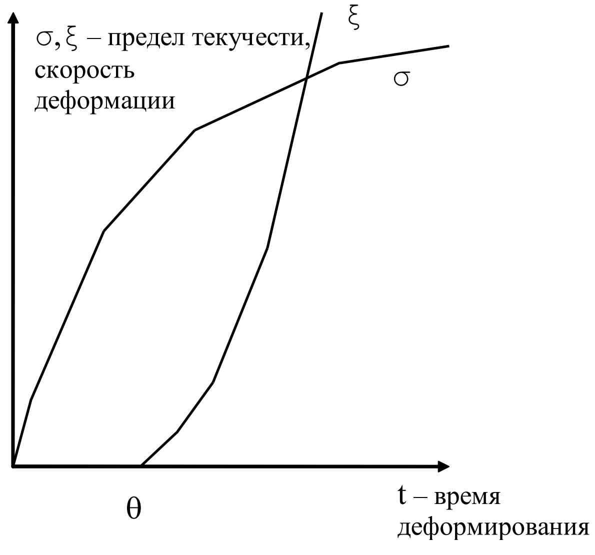

Рис. 1. Запаздывание текучести при ударе

$$v = v(t)V_{\max}, \tag{1}$$

где ν(t) - временная функция, $0 \le v(t) \le 1$.

Очевидно, что ν(t) должна удовлетворять следующим начальным условиям:

$$v(t) = \begin{cases} 0, \ t = 0, \\ 0, \ t = t_1, \end{cases} \tag{2}$$

где t_1 - время деформирования.

Наиболее часто используемый метод аналитического представления функций, подобных ν(t), - разложение в ряд Фурье [4] по системе линейно независимых функций $\varphi_i(t)$, удовлетворяющих начальным условиям (2).

Например, $\varphi_i(t) = \sin\left(i\pi \dfrac{t}{t_1}\right)$.

В соответствии с (1) имеем

$$\left.\begin{aligned} &V(t) = V_{\max}\sum_{i=1}^{N} C_i \sin\left(i\pi\frac{t}{t_k}\right), \\ &V(t_{\max}) = V_{\max}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Коэффициенты C_i в (3), определяющие форму и характер движения падающих частей молота при деформировании, зависят от геометрии очага пластической деформации.

Рассмотрим задачу аналитического определения значений C_i в (3), исходя из принципа минимума мощности пластической деформации в каждый момент времени деформирования. В соответствии с данным принципом определим C_i из условия, что ν(t) - многочлен лучшего среднеквадратичного приближения.

Для расчёта коэффициентов разложения ν(t) в ряд (3) методом наименьших квадратов (МНК) составим уравнение движения падающих частей молота, представляющее равнодействующую всех сил: $F_\Sigma(t) = 0$), приложенных к центру тяжести бойка молота:

$$\begin{aligned} &V_{\max}\left(M_{pr} + m_b\right)\frac{\partial v(t)}{\partial t} + F_d(t) - F_p(t) = 0, \\ &M_{pr} = \frac{\iiint\limits_V \rho v_n \dfrac{\partial v(t)}{\partial t} dV}{V_{\max}\dfrac{\partial v(t)}{\partial t}} = \frac{\rho}{V_{\max}}\iiint\limits_V v_n dV, \end{aligned} \tag{4}$$

где M_{pr} - масса металла в очаге пластической деформации, приведённая к скорости бойка молота; m_b - масса падающих частей бойка; $F_d(t)$ - приложенное к бойку усилие деформирования в момент времени t; $F_p(t)$ - усилие от действия потенциальных сил, возникших в начальной стадии деформирования (после удара), которое разгоняет боёк после удара; ρ - плотность, v_n - проекция скорости элементарного объёма dV в очаге пластической деформации на направление деформирования; $\dfrac{\partial v(t)}{\partial t} = \dfrac{\pi}{t_k}\sum_{i=1}^{n} iC_i \cos\left(i\pi \dfrac{t}{t_k}\right)$ - ускорение движения падающих частей молота.

Запишем (4) в приведённом виде:

$$\begin{gathered}\sum_{i=1}^{n} iC_i \cos\left(i\pi \frac{t}{t_k}\right) + f(t) = 0,\\ f(t) = -\frac{t_k}{\pi\left(M_{pr}+m_b\right)\cdot V_{\max}}\left(F_d(t) - F_p(t)\right).\end{gathered} \tag{5}$$

Тогда согласно МНК [4] коэффициенты C_i, i=1,...,n определяются из системы n линейных алгебраических уравнений:

$$\left.\begin{array}{l} C_1(\varphi_1,\varphi_1) + C_2(2\varphi_2,\varphi_1) + \ldots + C_n(n\varphi_n,\varphi_1) = (f,\varphi_1),\\ C_1(\varphi_1,2\varphi_2) + C_2(2\varphi_2,2\varphi_2) + \ldots + C_n(n\varphi_n,2\varphi_2) = (f,2\varphi_2),\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ C_1(\varphi_1,n\varphi_n) + C_2(2\varphi_2,n\varphi_n) + \ldots + C_n(n\varphi_n,n\varphi_n) = (f,n\varphi_n).\end{array}\right\} \tag{6}$$

Система уравнений 6 является нормальной, в ней приняты следующие обозначения:

$$(i\phi_i, m\phi_m) = \int_0^1 i^2 m^2 \cos\left(i\pi\frac{t}{t_1}\right)\cos\left(m\pi\frac{t}{t_1}\right) d\left(\frac{t}{t_1}\right), \tag{7}$$

$$(f, i\phi_i) = \int_0^1 i^2 f(t)\cos\left(i\pi\frac{t}{t_1}\right) d\left(\frac{t}{t_1}\right). \tag{8}$$

Поскольку функция $f(t)$ неизвестна, то определим $(i\varphi_i, m\varphi_m)$ и $(f, i\varphi_i)$ численным методом в итерационном процессе.

Представим, что $f(t)$ аппроксимируется полиномом $g(t)$ степени p (например, интерполяционным многочленом Лагранжа), где p – сколь угодно большое натуральное число. В этом случае для любого $t_k, 0 \le t_k \le t_1, k = 0,\ldots,p$:

$$f(t_k) = \begin{cases} t_k = \dfrac{k}{p}t_1, 0 \le \dfrac{k}{p} \le 1,\\ g(t_k) = g\left(\dfrac{k}{p}t_1\right).\end{cases} \tag{9}$$

Поскольку по определению существует производная p-1 порядка $g(t)^{(p-1)}$, то $g(t)$ разлагается в быстро сходящийся ряд Фурье с коэффициентами C_i такими, что $|C_i|$ с ростом i убывает не медленнее, чем $\dfrac{A}{|i|^{p-1}}, i = 0, \pm 1\ldots$ [5]. Отсюда следует оценка сходимости разложения $g(t)$:

$$\left|\frac{C_i}{C_{i+1}}\right| \ge \left|\frac{i}{i+1}\right|^{p-1}. \tag{10}$$

В соответствии с (9) зависимости (7) и (8) принимают вид

$$(i\varphi_i, m\varphi_m) = \frac{1}{p}\sum_{k=0}^{p} i^2 m^2 \cos\left(i\pi\frac{k}{p}\right)\cos\left(m\pi\frac{k}{p}\right), \tag{11}$$

$$(f, i\phi_i) = \frac{1}{p}\sum_{k=0}^{p} i^2 g\left(\frac{k}{p}t_1\right)\cos\left(i\pi\frac{k}{p}\right). \tag{12}$$

Обозначим через $h(t), 0 \le h(t) \le h_1 = h(t_1)$ текущую величину хода падающих частей. Учитывая (3), (9), определим $h(t_k)$:

$$\begin{cases} h(t_k) = V_{\max}\sum\limits_{i=0}^{N}\dfrac{C_i t_1}{i\pi}\left(1 - \cos\left(i\pi\dfrac{t}{t_1}\right)\right)\\ h\left(\dfrac{k}{p}t_1\right) = V_{\max}\sum\limits_{i=0}^{N}\dfrac{C_i t_1}{i\pi}\left(1 - \cos\left(i\pi\dfrac{k}{p}\right)\right).\end{cases} \tag{13}$$

Пусть коэффициенты $C_{i(n)}$ - вектор n-го приближения к C_i. Покажем, что при увеличении n $C_{i(n)} \to C_i$. Здесь и далее индексами (n) обозначены переменные, значения которых получены в n-ой итерации. Из зависимости (13) получаем n-ую итерацию для времени деформирования t_1:

$$t_{1(n)} = \frac{\pi h_1}{(V_{\max})_{(n-1)} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{2(C_{2i+1})_{(n-1)}}{2i+1}}. \qquad (14)$$

В (14) максимальная скорость формообразования определяется из условия баланса энергии.

$$(V_{\max})_{(n-1)} = \sqrt{2\frac{A_w(h_1) - A_w(h((t_{\max})_{(n-1)})}{M_{pr}(h((t_{\max})_{(n-1)}) + m_b}}. \qquad (15)$$

В зависимости (15) время достижения пика скорости $(V_{\max})_{(n-1)}$ обозначается как $(t_{\max})_{(n-1)}$. Оно определяется из условия $\frac{\partial v((t_{\max})_{(n-1)})}{\partial t} = 0$. $A_w(t)$ - работа формообразования, совершённая к моменту времени t. Согласно зависимости (15) разгон бойка молота до скорости V_{max}, происходящий под действием потенциального усилия $F_p(t)$, к моменту времени t_{max} закончен. Дальнейшее деформирование происходит за счёт накопленной кинетической энергии масс M_{pr} и m_b.

Определим деформирующее усилие $F_d(t)$ как

$$F_d(t_k) = \frac{\partial A_w(t_k)}{\partial h(t_k)} = \frac{\frac{\partial A_w(t_k)}{\partial t}}{V_{\max} v(t_k)}. \qquad (16)$$

Для больших значений p заменяем производные в (16) конечными разностями, в результате чего получаем

$$F_d\left(\frac{k}{p}t_{1(n)}\right)_{(n)} = \frac{A_w\left(h\left(\frac{k}{p}t_{1(n)}\right)\right) - A_w\left(h\left(\frac{k-1}{p}t_{1(n)}\right)\right)}{(V_{\max})_{(n-1)} v\left(\frac{k}{p}t_{1(n)}\right)} \frac{p}{t_{1(n)}}. \qquad (17)$$

Потенциальное усилие $F_p(t_k)$ при условии $t_k > t_{\max}$ равно 0. Следовательно, неизвестные коэффициенты $C_{i(n)}$ целесообразно определять при значениях $\frac{k}{p} \geq \frac{t_{\max(n-1)}}{t_{1(n)}}$. В этом случае выражение для расчёта $f(t_k)_{(n)}$ записывается следующим образом:

$$f(t_k)_{(n)} = g(t_k)_{(n)} = = -\frac{t_{1(n)}}{\pi\left(M_{pr}(t_k)_{(n)} + m_b\right)(V_{\max})_{(n-1)}} F(t_{\kappa(n)}). \qquad (18)$$

Последняя зависимость после подстановки значений всех множителей принимает вид:

$$g\left(\frac{k}{p}t_{1(n)}\right)_{(n)} = -\frac{A_w\left(h\left(\frac{k}{p}\right)t_{1(n)}\right)_{(n)} - A_w\left(h\left(\frac{k-1}{p}\right)t_{1(n)}\right)_{(n)}}{2\pi\left(A_w(h_1) - A_w\left(h\left(\frac{k}{p}\right)t_{\max(n-1)}\right)_{(n)}\right)} \times$$
$$\times \frac{M_{pr}\left(t_{\max(n-1)}\right)_{(n-1)} + m_b}{p\sum_{i=1}^{N} C_{i(n-1)} \sin(i\pi\frac{k}{p}) M_{pr}\left(\frac{k}{p}t_{1(n)}\right)_{(n)} + m_b}, \qquad \frac{k}{p} \geq \frac{t_{\max(n-1)}}{t_{1(n)}}. \qquad (19)$$

Зависимости (3, 12-15, 19), формулы для вычисления работы формообразования $A_w(h)$ для статических условий деформирования при подстановке в (6) образуют замкнутую систему линейных уравнений с неизвестными коэффициентами $C_{i(n)}$, $i = \overline{1, N}$.

Если для найденных из системы (6) коэффициентов $C_{i(n)}$ в соответствии с (10) выполняются соотношения

$$\left|\frac{C_{i(n)}}{C_{i+1(n)}}\right| > \left|\frac{C_{i(n-1)}}{C_{i+1(n-1)}}\right| \geq \left|\frac{i}{i+1}\right|^{p-1}, \qquad (20)$$

то итерационный процесс определения коэффициентов $C_{i(n)}$ с заданным априори вектором начальных приближений $C_{i(0)}$ будет сходящимся.

На рис. 2 представлены значения удельного усилия деформирования F_d, рассчитанные по изложенной методике для высокоскоростной осадки цилиндрических образцов в зависимости от начальной скорости деформирования и относительного времени деформирования $\frac{t}{t_1}$.

Эксперименты по высокоскоростной осадке цилиндрических образцов с регистрацией скорости осаждения на осциллографе показали, что отношения коэффициентов разложения удовлетворяют условию $\left|\frac{C_i}{C_{i+1}}\right| \approx 2$ для первых членов ряда разложения. Аналитически при векторе начальных значений с подобным соотношением $C_{i(0)}$ = = (0.7, -0.3,…,0), где $C_{i(0)} = -\left(\frac{i+1}{i}\right)^{p-1} C_{i+1(0)}$ была достигнута сходимость за 10…15 итераций.

Выводы

1. Разработана методика, позволяющая аналитически найти закон движения падающих частей высокоскоростного молота в форме ряда Фурье.

2. Выведенные закономерности позволяют рассчитать скорость и ускорение металла в любой точке очага пластической деформации в каждый момент времени протекания процесса, что необходимо для численных и аналитических расчётов параметров технологических процессов с учётом скоростного фактора.

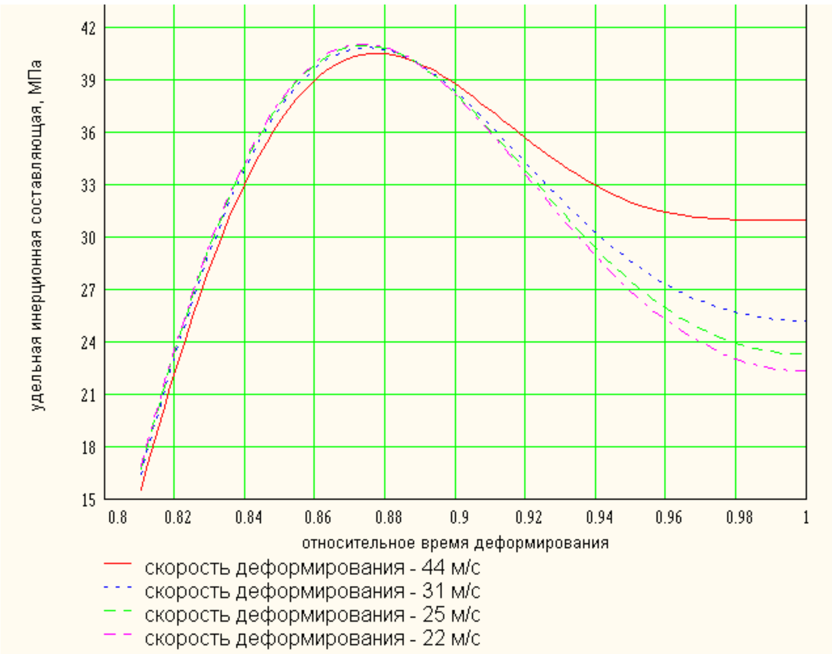

Рис. 2. График зависимости удельного усилия F_d от относительного времени деформирования $\frac{t}{t_1}$

Библиографический список

1. Согришин, Ю. П. Штамповка на высокоскоростных молотах. [Текст]/ Ю. П.Согришин, Л. Г. Гришин, В. М. Воробьев. - М.: Машиностроение, 1978. – 68 с.

2. Кононенко, В. Г. Высокоскоростное формоизменение и разрушение металла. [Текст]/ В. Г. Кононенко. - Харьков: Изд-во ХГУ, 1980. – 232 с.

3. Батуев, Г. С. Инженерные методы исследования ударных процессов. [Текст]/ Г. С.Батуев, Ю. В.Голубков, А. К.Ефремов, А. А.Федосов. - М.: Машиностроение, 1977. – 240 с.

4. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров. [Текст]/ Г. Корн, Т. Корн. - М.: Наука, 1970.– 720 с.

5. Ефимов, А. В. Математический анализ. [Текст]/ А. В. Ефимов. –М.: Высшая школа, 1980. - Ч. 1.- 470 с.

RESEARCH OF DYNAMIC PARAMETERS OF HOT FORGING ON HAMMERS WITH FREELY FALLING PARTS

© 2011 I. L. Shitarev, A. I. Khaimovich

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

A procedure making it possible determine to the law of motion of falling parts of a high-speed hammer in the form of Fourier series for nonperiodic function is developed. The regularities derived allow calculating the speed and acceleration at any point of metal flow during forging.

High speed forging, Fourier series, plastic deformation, finite element method, CAE-systems.

Информация об авторах

Шитарев Игорь Леонидович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой производства двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: машиностроение, авиадвигателестроение, прогрессивные технологии обработки металлов давлением и резанием.

Хаймович Александр Исаакович, кандидат технических наук, доцент кафедры производства двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королеёва (национальный исследовательский университет). E-mail: berill_samara@bk.ru. Область научных интересов: машиностроение, авиадвигателестроение, прогрессивные технологии обработки металлов давлением и резанием.

Shitarev Igor Leonidovitch, doctor of technical sciences, professor, head of the department of aircraft engine production, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: mechanical engineering, aircraft engine construction, advanced technologies of plastic working and machining of metals.

Khaimovich Alexander Isaakovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of aircraft engine production, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: berill_samara@bk.ru. Area of research: mechanical engineering, aircraft engine construction, advanced technologies of plastic working and machining of metals.