

УДК 27.5.14.4

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МОНТАЖА ОБЪЕКТОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2003 А. Н. Коптев, В. А. Коптев

Самарский государственный аэрокосмический университет

На базе теоретико-множественных представлений изложены теоретические основы проектирования технологических процессов монтажа бортового электротехнического оборудования.

Технологический процесс изготовления электротехнического оборудования летательных аппаратов рассматривается как сложная проблема, которая расчленяется на несколько относительно независимых подпроблем. Выделим три основные подпроблемы, существенно связанные с проектированием технологических процессов монтажа:

1) формализации монтажа в виде последовательности простых преобразований, которые определяют состояние объекта в процессе изготовления;

2) формализации действий электромонтажника в виде последовательности операторов, переводящих данное состояние в другое допустимое состояние;

3) формализации методов построения диагностических процедур.

Все многообразие процессов изготовления электротехнического оборудования летательных аппаратов можно упрощенно классифицировать на несколько больших групп: заготовительные, физико-химические, сборочно-монтажные, контрольные и испытательные.

По сравнению с заготовительными и физико-химическими операциями операции сборки, монтажа, контроля и испытаний электротехнического оборудования отличаются существенно большей трудоемкостью. Общая сумма затрат на сборочные, монтажные и контрольно-испытательные работы составляет до 70% всех прямых производственных расходов, так как эти операции представляют собой совокупность сложных и разнообразных движений, не подчиняющихся каким-то определенным закономерностям

и требующих для своего выполнения использования высококвалифицированного ручного труда.

Перечисленные факторы объясняют исключительную сложность получения формализованных описаний технологических процессов. Поэтому в последнее время очень остро встал вопрос разработки теории синтеза технологических процессов монтажа, контроля и испытаний. Вопросы теории, связанные с проектированием технологических процессов, привлекают к себе пристальное внимание специалистов в связи с широким внедрением ЭВМ для проектирования и оптимизации этих процессов, а также для решения многочисленных задач технологической подготовки производства, для обработки информации в реальном масштабе времени при управлении технологическими процессами с помощью автоматизированных систем управления. Сложный комплекс задач проектирования оптимальных технологических процессов может быть решен только на базе разработки теоретических основ проектирования технологических процессов, математического моделирования [1, 2].

Основные требования, которые предъявляются к технологическому процессу, - это стабильность, устойчивость, точность. Прежде чем перейти к формализованным определениям основных понятий теории проектирования технологических процессов, сформулируем начальные понятия [3].

Технологическим процессом изготовления объектов электротехнического оборудования называются существенные преобразования исходной группы предварительно объе-

диненных в сборки элементов, выполненные в результате внешних избирательных взаимодействий организованной системы, реализующей последовательность технологических операций.

Взаимодействия, возникающие между организованной системой и элементами некоторого заранее подготовленного к этому множества, в частности, элементов электро сборки, приводят к тому, что их совокупность приобретает неаддитивные свойства, которые нельзя вывести только из признаков единичных актов взаимодействия. Организованной системой определяется общая согласованность всей группы данных актов взаимодействия, в частности, управление данным процессом изготовления объекта.

Для решения перечисленных подпроблем формализуем понятия «объект монтажа, контроля и испытаний», «связь», «преобразование» в терминах теоретико-множественных представлений.

Определение 1. Объектом монтажа называется пятерка $\langle M, P, N, G, F \rangle$, где M – множество монтажных точек объекта; P – семейство тривиальных разбиений на M ; N – множество упорядоченных пар из M ; G – множество упорядоченных пар точек, соединяющих отрезки одномерного пространства объекта; F – отображение N в G .

В любом объекте монтажа перед введением соединений монтажных точек (связей) имеется n переменных. Результатом введения связей является замена n старых переменных на $n-k$ новых, т. е. введение связей в монтажное пространство объекта будет рассматриваться как отдельное преобразование.

Определение 2. Множество точек, расположенных между двумя концевыми точками, называемыми для определенности точками соединения, называется линией связи, образ которой есть электрический проводник.

Определение 3. Наложение линий связи на монтажное пространство объекта есть

отображение множества N в множество G , т. е. соответствие, по которому каждой упорядоченной паре монтажных точек множества N сопоставляется однозначно определенная упорядоченная пара точек соединения множества G .

Если такое отображение задано, то будем обозначать его следующим образом:

$$f : N \rightarrow G. \quad (1)$$

Образ монтажной точки $m \in M$ при отображении f будем обозначать $(m)f$. Отображение множества монтажных точек N объекта в множество G будем задавать в виде таблиц, аналогичных таблице 1.

Такая таблица полностью задает отображение, так как множество N конечно и исчерпывается элементами m_1, m_2, \dots, m_n . Условимся обозначать число элементов конечного множества N символом $|N|$. Отображение множества упорядоченных пар монтажных точек N в множество упорядоченных пар точек соединения G является взаимно однозначным отображением множества N на множество G , т. е. существует биекция конечного множества N на конечное множество G . При этом выполняются неравенства $|N| \geq |G|$ и $|N| \leq |G|$. Следовательно, для упорядоченных пар множеств N и G биекция N на G существует тогда и только тогда, когда выполняется равенство $|N| = |G|$.

Рассмотрим теперь формализацию понятий преобразований монтажного пространства объекта.

Определение 4. Преобразованием монтажного пространства объекта будем называть отображение множества монтажных точек M в себя. При этом в связи с конечностью этого множества будем рассматривать лишь класс биективных преобразований. Изучая преобразования монтажного пространства объекта, будем придерживаться оп-

Таблица 1

x	m_1	m_2	...	m_n
$(x)f$	$(m_1)f$	$(m_2)f$...	$(m_n)f$

ределенных стандартных обозначений. Все элементы монтажного пространства M пронумеруем и будем оперировать не с самими элементами, а с их номерами. Следовательно, рассматривая преобразования монтажного пространства M , будем иметь в виду следующее множество первых m натуральных чисел:

$$M = \{1, 2, \dots, m\}. \quad (2)$$

Преобразование монтажного пространства M будем задавать таблицами и записывать их в следующем виде:

Таблица 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & m-1 & m \\ e_1 & e_2 & \dots & e_{m-1} & e_m \end{pmatrix}.$$

Такое обозначение однозначно характеризует преобразование. Читать такую таблицу следует так: монтажная точка 1 соединяется с e_1 и т. д. Введем ряд специальных преобразований подмножеств множества монтажных точек объекта и дадим соответствующую интерпретацию.

Определение 5. Тождественным преобразованием называется преобразование γ , которое все элементы подмножества из M оставляет на месте, т. е. $(e)\gamma = e$ для каждого $e \in E$. Так как E – конечное множество, то это преобразование имеет таблицу:

Таблица 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & m-1 & m \\ 1 & 2 & \dots & m-1 & m \end{pmatrix}.$$

Этот вид преобразований характерен для процесса изготовления различных объектов электротехнического оборудования летательных аппаратов на стадии их запуска в серию, когда некоторое количество элементов этих объектов устанавливается для различных видов доработок.

Определение 6. Постоянным преобразованием называется преобразование ν , которое каждому элементу подмножества из M ставит в соответствие некоторый фиксированный элемент этого множества. Для конечного подмножества k из M таблица, характеризующая постоянное преобразование, имеет следующий вид:

Таблица 4

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & m-1 & m \\ k & k & \dots & k & k \end{pmatrix}.$$

Преобразования указанного вида характерны для процесса изготовления сложных коммутационных устройств, в которых фиксированное подмножество монтажных точек соединяется с корпусом объекта.

Преобразования, рассматриваемые в данной работе, либо охватывают перестройку физической системы, либо состоят в изменении порядка, в котором должны выполняться действия по перестройке физической системы, состоящей из реальных элементов и электрических проводников. Установление порядка в множестве монтажных точек объекта является первым этапом проектирования технологического процесса изготовления этого объекта. Формальное установление порядка в множестве монтажных точек m_i объекта будем называть перестановкой. Теоретико-множественной интерпретацией этого преобразования будет биекция конечного множества монтажных точек M на себя. Таким образом, ψ есть перестановка на M тогда и только тогда, когда для произвольных точек $m_1, m_2 \in M, m_1 \neq m_2$ имеем $(m_1)\psi \neq (m_2)\psi$. Перестановка определяется таблицей вида

Таблица 5

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ m_1 & m_2 & m_3 & \dots & m_{n-1} & m_n \end{pmatrix},$$

где $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ – разные монтажные точки из M .

Выше было указано, что результирующее сложное преобразование состоит из последовательности более простых преобразований. Дадим определение сложного преобразования как произведения простых преобразований.

Пусть M – множество монтажных точек, ϕ и ψ – некоторые преобразования этого множества. Тогда произведением преобразований ϕ и ψ называется такое преобразование ε множества M , которое на каждый элемент $m_i \in M$ действует следующим образом:

$$(m_i)\varepsilon = ((m_i)\phi)\psi. \quad (3)$$

То есть, чтобы найти образ точки $m \in M$ под действием сложного преобразования ϵ , нужно сначала найти образ точки m' под действием преобразования φ , а потом образ m'' точки m' под действием преобразования ψ . Наглядное представление действия сложного преобразования ϵ на точку $m \in M$ можно показать с помощью стрелочной схемы (рис. 1).

Отметим, что класс биективных преобразований замкнут относительно действия умножения преобразований: произведение биекций – снова биекция.

Таким образом, рассмотренные преобразования представляют определенные операции, выполняемые над объектом, т. е. некоторые изменения, вызываемые условиями и ограничениями, накладываемыми на технологический процесс изготовления. Некоторые преобразования можно представить физически посредством проводников, соединяющих различные монтажные точки элементов. Другой вид преобразований представляется как изменение точки зрения на объект, вызванное необходимостью полной упорядоченности. Такой вид преобразований связан с проектированием технологических процессов изготовления объекта. Такие преобразования не меняют объекта, они образуют отдельный класс и относятся к новому типу совокупности преобразований, называемому «группой».

Группа действительных преобразований, встречающихся при проектировании технологических процессов, является ограниченной. Она образует подгруппу более широкой группы, называемой группой линейных или аффинных преобразований. Таким образом, каждый раз, когда вводится группа действительных преобразований объекта, она является только подгруппой группы действительных линейных или аффинных преобразований, т. е. имеется много аффинных преобразований, не существенных при проектировании технологического процесса изготовления.

Физическая интерпретация вышеперечисленных преобразований представляет некоторые конкретные свойства технологических процессов изготовления электротехнического оборудования летательных аппара-

тов. Сложные преобразования представляют, как указывалось выше, определенные операции над монтажным пространством объекта этого оборудования. Эти операции характеризуются рядом свойств, которые не зависят от природы элементов объекта монтажа, контроля и испытаний.

В задачах проектирования технологических процессов монтажа, контроля и испытаний предлагается несколько преобразований. Например, проводники в объектах электротехнического оборудования подвергаются следующим типам преобразований:

- 1) проводники объединяются в жгуты;
- 2) жгуты прокладываются в корпусе объекта монтажа;
- 3) монтажные точки соединяются с соответствующими соединительными точками проводников;
- 4) монтажные точки объединяются с помощью проводников в цепи;
- 5) выполняются операции по изолированию электрически разобщенных монтажных точек и цепей.

Формальное объединение этих преобразований в единый процесс изготовления объекта электротехнического оборудования производится на базе как уже введенной операции умножения, так и других операций. Например, рассматривается действие сложения преобразований, действие возведения в степень и т. д.

Рассмотрим общее понятие операции над объектом монтажа.

Операция, заданная на множестве реальных элементов этого объекта, ставит в соответствие упорядоченной паре монтажных точек из M определенный проводник из G этого же объекта (результат применения операций). Например, действие сложения целых чисел, которыми обозначены упорядоченные монтажные точки, ставит в соответствие чис-

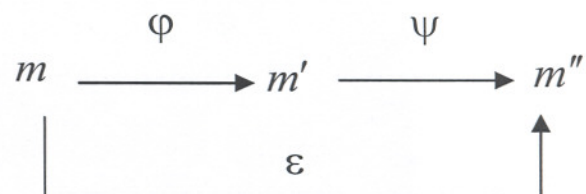


Рис. 1. Стрелочная схема действий сложного преобразования

ло, которым обозначен проводник, соединяющий эти точки; действие умножения преобразований, заданных перестановками, ставит в соответствие перестановку, задающую сложное преобразование. Например, умножение перестановок приводит к появлению цепей в монтажном пространстве. Следовательно, дадим следующее определение операции монтажа.

Определение 7. Операцией монтажа на множестве реальных элементов объекта называется соответствие, при котором с каждой парой монтажных точек из M сопоставлен определенный проводник из этого же множества реальных элементов объекта. Операцию монтажа одиночного проводника будем обозначать символом «+». Операцию монтажа проводников в электрическую цепь – символом «*». Если операция на множестве реальных элементов обозначена символом «+» и паре монтажных точек (a, b) из M поставлен в соответствие проводник c , то формально это записывается в виде формулы

$$a + b = c. \quad (4)$$

Если операция на множестве реальных элементов обозначена символом «*» и паре преобразований (φ, ψ) поставлено в соответствие сложное преобразование γ , то формально это записывается в виде формулы

$$\varphi * \psi = \gamma. \quad (5)$$

При проектировании технологических процессов монтажа будем выделять две совокупности преобразований – множество всех преобразований и множество перестановок. Обозначим совокупность всех преобразований реальных элементов объекта символом $P(M)$, а совокупность всех перестановок на этом множестве символом $F(M)$. Рассмотрим свойства действия умножения преобразований из $P(M)$.

1. Произведение двух преобразований множества реальных элементов есть преобразование этого же множества, т. е. если $\varphi, \psi \in P(M)$, то и $\varphi * \psi \in P(M)$.

2. Действие умножения преобразований множества реальных элементов имеет свойство ассоциативности, т. е. для любых $\varphi, \psi, \omega \in P(M)$ справедливо равенство

$$(\varphi * \psi) * \omega = \varphi * (\psi * \omega). \quad (6)$$

3. Существует единственное преобразование $\gamma \in P(M)$ такое, что для каждого $\varphi \in P(M)$

$$\gamma * \varphi = \varphi * \gamma = \varphi. \quad (7)$$

С физической точки зрения эти свойства могут быть интерпретированы следующим образом. Первое свойство является очевидным на основании определения сложного преобразования. Свойство ассоциативности для умножения преобразований множества реальных элементов объекта монтажа означает, что например, для каждого из трех преобразований φ, ψ, ω множества реальных элементов объекта монтажа конечный результат будет одним и тем же вне зависимости от группировки их выполнения. Схематично действие этого свойства может быть показано с помощью стрелочной диаграммы (рис. 2), где пунктирной линией показано действие произведения преобразований $(\varphi * \psi) * \omega$ на монтажную точку $a \in M$, штрихпунктирной линией - $\varphi * (\psi * \omega)$.

Особую роль при умножении преобразований играет третье свойство, которое связано с рассмотрением преобразований, в которых участвуют одиночные точки монтажного пространства объекта. Преобразование выполняет для действия умножения преобразований ту же самую роль, что и единица при умножении чисел, т. е. в этом случае рассматривается монтажная точка, не имеющая электрических соединений.

Теперь рассмотрим свойства действия умножения преобразований из $F(M)$.

1. Если $\varphi, \psi \in F(M)$, то и $\varphi * \psi \in F(M)$.

2. Действие умножения перестановок ассоциативно.

3. Существует единственная перестановка $\gamma \in F(M)$, такая, что для каждой перестановки $\varphi \in F(M)$ имеем

$$\gamma * \varphi = \varphi * \gamma = \varphi. \quad (8)$$

4. Для каждой перестановки $\varphi \in F(M)$ существует такая перестановка $\psi \in F(M)$, что

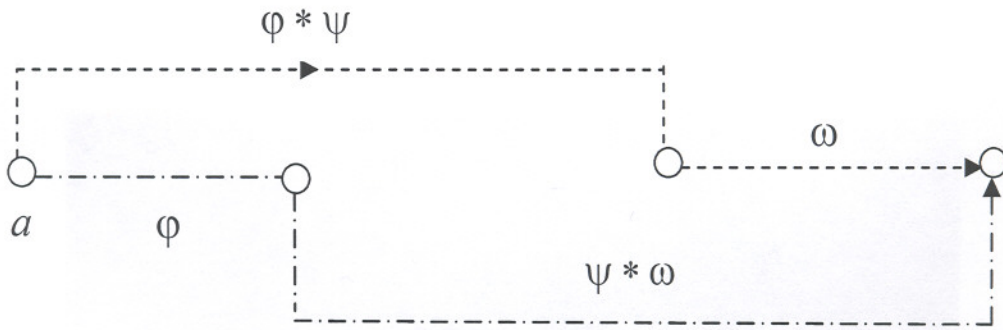


Рис. 2. Схема действий произведения преобразований на монтажную точку

$$\varphi * \psi = \psi * \varphi = \gamma. \quad (9)$$

Общая схема технологического процесса монтажа объектов электротехнического оборудования, по которой строятся совокупности преобразований с действием умножения, учитывает свойства преобразований $P(M)$ и $F(M)$ путем введения общих понятий группы, полугруппы, а также подгруппы действительных преобразований объекта монтажа.

Введем понятие полугруппы и группы преобразований для объекта монтажа.

Определение 8. Конечное множество всех преобразований $P(M)$ объекта монтажа с заданным на нем действием «*» называется полугруппой, так как:

а) для каждых преобразований $\varphi, \psi \in P(M)$ произведение $\varphi * \psi$ принадлежит $P(M)$;

б) действие умножения, заданное на $P(M)$, ассоциативно;

в) существует нейтральное преобразование γ для действия «*».

Определение 9. Конечное множество перестановок $F(M)$ с заданной на нем операцией «*» называется группой, так как оно удовлетворяет требованиям а)-в) определения полугруппы, а также и требованию г), то есть для каждой перестановки $\varphi \in F(M)$ суще-

ствует такая перестановка $\psi \in F(M)$, что их произведение дает нейтральное преобразование γ .

Совершенствование технологических процессов монтажа объектов электротехнического оборудования связано с упорядочением отдельных этапов производства этих объектов. При этом чем совершеннее процесс производства, тем более высокий уровень упорядочения – организации производственной деятельности исполнителей.

Модели упорядочения сравнительно недавно стали объектом математических исследований. Оказалось, что эти модели охватывают сложный класс задач, и до сих пор не найдены общие методы решения любых задач упорядочения.

Рассмотрим некоторое множество монтажных точек M . Будем говорить, что $x < y$, если номер монтажной точки x меньше номера монтажной точки y . Опишем теперь соответствующий общий прием упорядочения. Если существует произвольное множество M и некоторое определенное в этом множестве бинарное отношение R , то пара (M, R) называется вполне упорядоченным множеством тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия:

- 1) $(x \neq y \wedge x, y \in M \Rightarrow , \text{ либо } x < y (R), \text{ либо } y < x (R),$
- 2) $(x, y \in M \wedge x < y (R) \Rightarrow x \neq y,$
- 3) $(x, y, z \in M \wedge y < x (R) \wedge z < y (R) \Rightarrow y < x (R),$ (10)
- 4) $(\emptyset \neq A \subset M) \Rightarrow \exists x_A \in A : (y \in A \wedge y \neq x_A) \Rightarrow x_A < y (R).$

Первые три требования означают соответственно полноту, антисимметричность и транзитивность отношения R . Последнее требование означает существование в каждом непустом подмножестве A из M наименьшего элемента (монтажной точки с меньшим порядковым номером) в смысле R .

Пусть на множестве монтажных точек M определена инъективная функция

$$f : M \rightarrow Z. \quad (11)$$

Заметим, что если на M получен совершенный строгий порядок, то на любом непустом подмножестве P (множество монтажных точек реального элемента) множества M естественно возникает совершенный строгий порядок и, стало быть, в P существует единственная монтажная точка с наименьшим номером.

Таким образом, любое конечное множество монтажных точек может быть вполне упорядочено при помощи перечисления этих точек.

Рассмотрим теперь множество упорядоченных пар N и M для заданного объекта монтажа. В результате анализа принципиальной схемы объекта получаем $m \times m$ булеву матрицу $S = \|S_{ij}\|$, характеризующую наличие электрической связи между монтажными точками $S_{ij} = 1$, в противном случае $S_{ij} = 0$. Используя булеву матрицу S , зададим преобразование монтажного пространства объекта таблицами вида 2. При этом таблица строится следующим образом: порядок записи верхнего ряда для каждой таблицы одинаков. В нем записываются номера всех монтажных точек объекта:

$$M = \{1, 2, 3, \dots, n\}.$$

Второй ряд записывается в соответствии с булевой матрицей S , при этом для каждой таблицы берется одна или несколько строк этой матрицы, в которой единицы заменяются на номер соответствующей строки. В результате получим множество перестановок и произвольных преобразований, которые для действия умножения преобразований образуют соответственно группу и полугруппу.

Обозначим каждую монтажную точку объекта M точкой на плоскости так, чтобы разным монтажным точкам отвечали разные точки на плоскости. Точки обозначим теми же символами, что и соответствующие монтажные точки объекта M . Две точки соединим линией тогда и только тогда, когда для монтажных точек x и y выполняется условие $x(f) = y$. Таким образом, получим граф монтажа f , который однозначно определяет преобразование монтажного пространства объекта M .

Пусть f - некоторое преобразование монтажного пространства объекта M и x - произвольная монтажная точка из M . Последовательность монтажных точек из M называется последовательностью монтажа f :

$$x_0 = x, (x)f = x_1, (x_1)f = x_2, \dots, (x_n)f = x_{n+1}. \quad (12)$$

Каждую последовательность из подмножества множества M будем называть технологическим циклом. Число соединений в каждом цикле есть длина циклов ℓ .

Набор чисел m_1, m_2, \dots, m_ℓ , являющихся длинами циклов, на которые разложена перестановка f , характеризующая преобразование монтажного пространства конкретного объекта, обозначим $\langle m_1, m_2, \dots, m_\ell \rangle$ и назовем последовательностью технологических операций монтажа электросборки.

Выводы

Задача проектирования технологических процессов монтажа объектов электротехнического оборудования сформулирована в терминах теоретико-групповых и теоретико-множественных понятий. Подобная постановка задачи дала возможность воспользоваться аппаратом теории множеств и теории групп. Рассмотрены важные для формализуемых технологических процессов монтажа электротехнических объектов виды отображений - преобразования и перестановки конечных множеств монтажных точек и операций над ними.

Предложенная формализация и строгая постановка задач проектирования технологических процессов монтажа охватывает проблемы разбиения на элементарные технологические операции, описания сложных опе-

раций монтажа, упорядочения выполнения этих операций, а также формализации проектирования жгута объекта монтажа. Приведенные методы решения задач проектирования технологических процессов реализуемы на современных ЭВМ.

Список литературы

1. Коптев А. Н. Конструкторско-технологические проблемы электротехнического оборудования летательных аппаратов. Автоматизация проектирования. М.: Труды Все-

союзн. семинара АН СССР, 1986. С. 80-82.

2. Коптев А. Н., Прилепский В. А., Тюхтин П. С. Формализованная структура информационной базы для проектирования технологических процессов электромонтажных работ. М.: Авиационная промышленность, № 4, 1984. С. 33-35.

3. Коптев А. Н., Миненков А. А., Марьин Б. Н., Иванов Ю. Л. Монтаж, контроль и испытания электротехнического оборудования ЛА. М.: Машиностроение, 1998. – 295 с.

MATHEMATICAL FOUNDATIONS FOR DEVELOPING TECHNOLOGICAL PROCESSES OF MOUNTING AIRCRAFT ELECTRICAL EQUIPMENT

© 2003 A. N. Koptev, V. A. Koptev

Samara State Aerospace University

The theoretical foundations for developing technological processes of mounting airborne electrical equipment are presented.