

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ГАЗА

© 2003 Д. Б. Волов

Самарская государственная академия путей сообщения

Построена математическая модель устройства высокотемпературного сжатия, позволяющая количественно описать процесс сжатия в установке и которую можно использовать для определения оптимального режима работы, расчета параметров вновь проектируемых устройств, поиска путей интенсификации радиационного теплообмена в баллистических плазмотронах.

Проведены численные расчеты параметров газа в установке высокотемпературного сжатия, используемой для накачки твердотельного лазера. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными и позволяют количественно описать процесс сжатия и излучения в установке.

Баллистические устройства применяются в авиации и космонавтике при производстве деталей машин и механизмов, в системах накачки твердотельных лазеров [1], в плазмо- и фотохимии [2], для закалки и термоупрочнения инструментов. Математическая модель необходима при расчете по параметрам, которые соответствуют техническому заданию, а также при отыскании оптимальных режимов работы.

Установка высокотемпературного сжатия состоит из ствола 1, поршня 2, первоначально закрепленного на торце при помощи проволоки 3. Баллон 4 предназначен для толкающего газа (воздуха). На торце устройства находится оптическое окно 5, через которое осуществляется вывод излучения.

После вакуумирования ствол заполняется рабочим газом под определенным давлением. Толкающий газ подается в баллон, затем после нажатия пусковой кнопки и срабатывания электромагнитного клапана толкающий газ поступает в ствол и приводит в движение поршень. За время $\cong 10$ мс рабочий газ сжимается до температур $\cong 8000$ К и давлений до 1000 атм, что приводит к излучению части накопленной при сжатии энергии.

Составим математическую модель системы.

В соответствии с первым началом термодинамики для рабочего газа

$$\delta Q = \delta A + dU, \quad (1)$$

где $dQ = -e_{rad} dt$ - количество тепла, сообщенное газу (e_{rad} - мощность радиационных потерь, t - время); $dA = p_2 dV_2$ - работа, совершаемая газом; V_2 - объем рабочего газа; p_2 - давление; $dU = d(m_2 c_v T_2)$ - внутренняя энергия; c_v - удельная теплоемкость при постоянном объеме. Здесь и далее индексы "1" будут относиться к параметрам толкающего газа, "2" - рабочего газа.

Тогда для рабочего газа уравнение (1) переписывается в виде

$$\frac{dU_2}{dt} = -e_{rad} - p_2 \frac{dV_2}{dt}$$

или после преобразований

$$\frac{dT_2}{dt} = (\gamma_2 - 1) \frac{T_2}{V_2} \left(-\frac{dV_2}{dt} \right) - \frac{e_{rad}}{c_{v2} m_2}. \quad (2)$$

К моменту разрыва фиксатора основная масса толкающего газа успевает перетечь в ствол установки и затем изменяется незначительно. Поскольку радиационных потерь практически нет, то процесс расширения толкающего газа можно считать адиабатным:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\gamma_1 - 1} = \left(\frac{x_0 - l_p / 2}{x - l_p / 2} \right)^{\gamma_1 - 1},$$

где x - текущая координата положения центра масс поршня, l_p - длина поршня, индекс "0" относится к начальным условиям.

Мощность радиационных потерь отыскивается в виде [3, 4]:

$$e_{rad} = \frac{4\sigma T_2^4 V_2}{a'} \left[1 - \exp\left(-\frac{a' G' m_2 T_2 \exp(-I/T_2)}{4\sigma V_2 T_2^4} \right) \right], \quad (3)$$

где $a' = \frac{D}{1 + D/(2(L_0 - (x + l_p/2)))}$; σ - посто-

янная Стефана-Больцмана; a' - приведенный линейный размер; D - внутренний диаметр; L_0 - длина ствола; G' , I - константы, зависящие от рода газа [5].

Для того, чтобы из уравнения (2) определить параметры газа, необходимо знать положение поршня, так как оно связано с объемом рабочего газа: $V_2 = (L_0 - (x + l_p/2)) S_\sigma$, S_σ - площадь сечения поршня. Положение задается уравнением движения поршня.

Со стороны толкающего газа действует сила $F_1 = p_1 S_\sigma$, со стороны рабочего газа - сила $F_2 = p_2 S_\sigma$, против направления движения поршня - сила трения F_f . Как показано в [6], для толкающего и рабочего газа в рассматриваемых условиях справедливо уравнение состояния идеального газа.

Сила трения имеет комбинированный характер между сухим и жидкостным трением:

$$F_f = -\alpha \frac{dx}{dt} - \beta \frac{dx/dt}{|dx/dt|},$$

коэффициенты α и β определяются экспериментально.

Уравнение движения с учетом уравнений состояния для рабочего и толкающего газов имеет вид:

$$m_p \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum_i F_i,$$

$$m_p \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{m_1 R_0 T_1}{\mu_1 (x - l_p/2)} - \frac{m_2 R_0 T_2}{\mu_2 (L_0 - (x + l_p/2))} - \alpha \frac{dx}{dt} - \beta \frac{dx/dt}{|dx/dt|}, \quad (4)$$

где m_p - масса поршня; m_1, m_2 - массы газов; μ_1, μ_2 - молярные массы; R_0 - универсальная газовая постоянная.

В связи с тем, что время истечения из баллона конечно, масса толкающего газа в стволе не постоянна. Поскольку процесс истечения из баллона вплоть до закрытия клапана происходит при сверхкритическом перепаде давления, имеем

$$\frac{dm_b}{dt} = -\frac{m_b}{V_b} a_b \frac{\pi d^2}{4}, \quad (5)$$

где m_b, V_b, a_b - соответственно масса, объем и скорость звука в баллоне, d - диаметр сопла электроклапана.

В ствол поступает масса газа

$$m_1 = m_{o1} + (m_{ob} - m_b), \quad (6)$$

где m_{o1} и m_{ob} - начальные массы газов, содержащиеся соответственно в стволе и в баллоне.

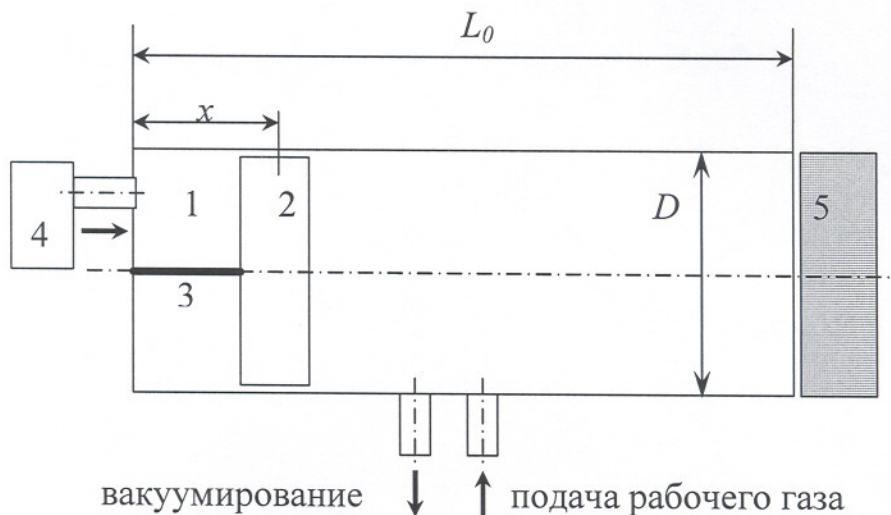


Рис. 1. Схема установки высокотемпературного сжатия

1 - ствол, 2 - поршень, 3 - фиксирующая проволока, 4 - баллон с толкающим газом, 5 - оптическая камера

При понижении давления газа в баллоне меньше определенной величины p_v происходит закрытие клапана, и часть толкающего газа m_v остается в баллоне. Поэтому формула (6) после интегрирования (5) будет иметь вид:

$$m_1 = \begin{cases} m_{01} + m_{0b} \left(1 - \exp\left(-\frac{\pi d^2}{4V_b} a_b t\right) \right), & m_b > m_v, \\ m_{01} + (m_{0b} - m_v), & m_b = m_v, \end{cases} \quad (7)$$

где $m_v = p_v \frac{\mu_1 V_b}{R_0 T_0}$.

Зависимость массы толкающего газа в баллоне и в стволе газа от времени показана на рис. 2.

Для того, чтобы наиболее эффективно использовать энергию сжатия, в конструкции предусмотрено закрепление поршня фиксатором 3 (рис. 1), разрывающимся при некотором усилии F_{st} . Использование фиксатора позволяет повысить давление толкающего газа в стволе до начала движения поршня. В связи с этим уравнение движения (4) запишется

$$m_p \frac{d^2 x}{dt^2} = \begin{cases} 0, & \sum_i F_i \leq F_{st}, \\ \frac{m_1 R_0 T_1}{\mu_1 (x - l_p / 2)} - \frac{m_2 R_0 T_2}{\mu_2 (L_0 - (x + l_p / 2))}, & \sum_i F_i > F_{st}, \\ -\alpha \frac{dx}{dt} - \beta \frac{dx/dt}{|dx/dt|}, & \sum_i F_i > F_{st}, \end{cases}$$

а m_1 находится по формуле (7).

Система уравнений, позволяющая определить параметры газа при работе установки высокотемпературного сжатия, после преобразований может быть записана в следующем виде:

$$\begin{cases} 0, & \sum_i F_i \leq F_{st}, \\ \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{m_p} \left[\frac{m_1 R_0 T_0 (x_0 - l_{p/2})^{\gamma_1 - 1}}{\mu_1 (x - l_{p/2})^{\gamma_1}} - \frac{m_2 R_0 T_2}{\mu_2 (L_0 - (x + l_{p/2}))} \right], & \sum_i F_i > F_{st}, \\ -\alpha \frac{dx}{dt} - \beta \frac{dx/dt}{|dx/dt|}, & \sum_i F_i > F_{st}, \\ \frac{dT_2}{dt} = (\gamma_2 - 1) \frac{T_2}{V_2} \left(-\frac{dV_2}{dt} \right) - \frac{e_{rad}}{c_{v2} m_2}, \end{cases} \quad (8)$$

где m_1 определяется по формуле (7), e_{rad} - по формуле (3), $V_2 = (\pi D^2 / 4) (L_0 - (x + l_p / 2))$. Начальные условия при $t=0$: $x=x_0$, $dx/dt=0$, $T_1=T_2=T_0$, $m_1=m_{01}$.

Проведены численные расчеты параметров газа в установке высокотемпературного сжатия, используемой для накачки твердотельного лазера.

Интегрирование системы (8) проводилось методом Рунге-Кутты 4-го порядка с постоянным шагом интегрирования $N=50000$.

Экспериментальная установка Института химической физики РАН имеет следующие характеристики: $L_0 = 1,26$ м, $l_p = 50$ мм,

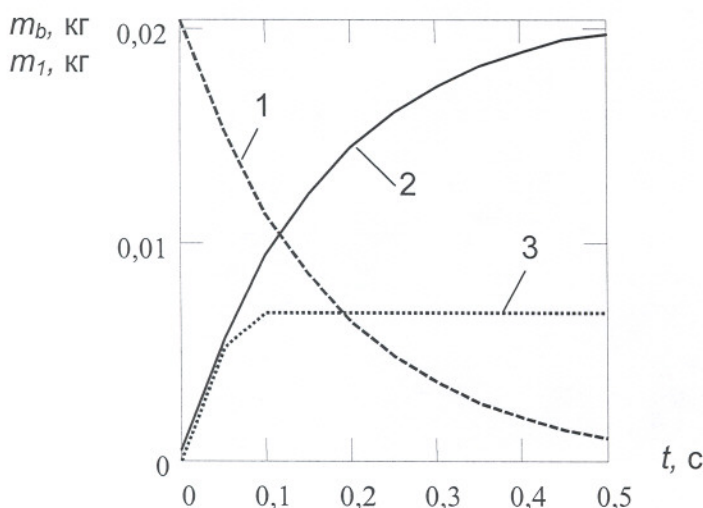


Рис. 2. Масса толкающего газа в баллоне (1) и в стволе (2) без учета закрытия клапана, 3 - масса газа в стволе с учетом m_v

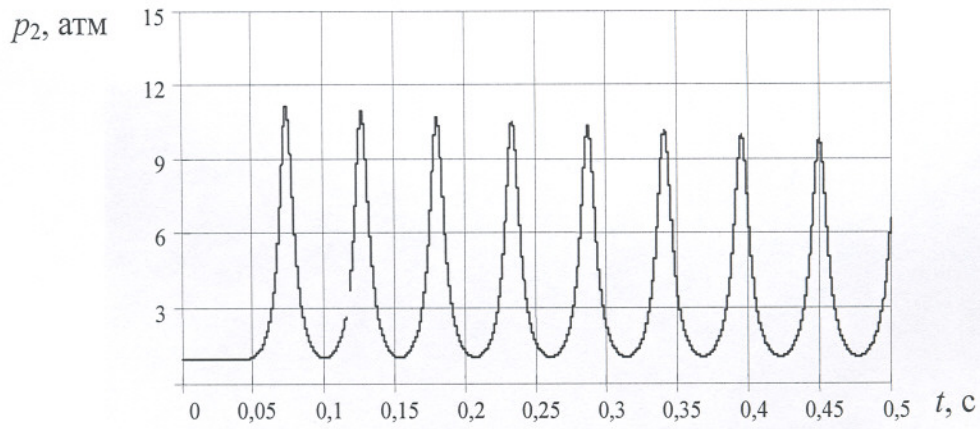


Рис. 3. Рассчитанное давление газа в стволе при усилии $F_{st}=2500 \text{ Н}$

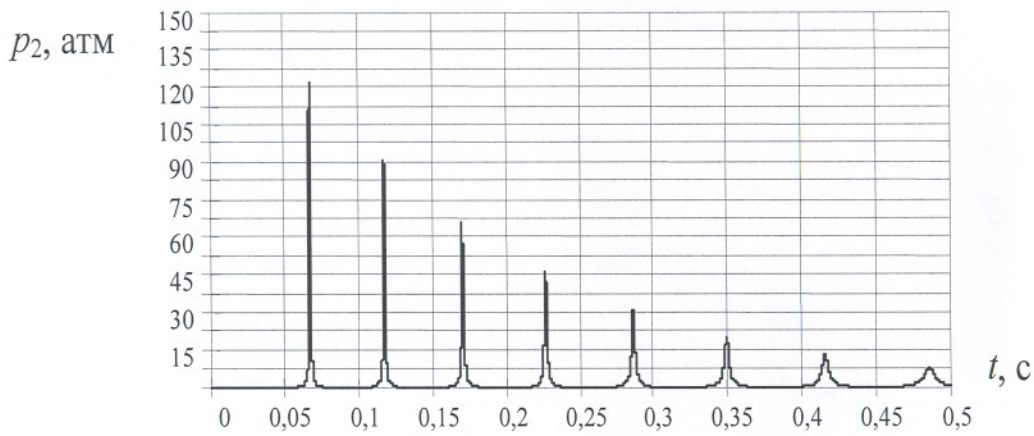


Рис. 4. Рассчитанное давление газа, откачка до $p_2=9,32 \cdot 10^3 \text{ Па}$

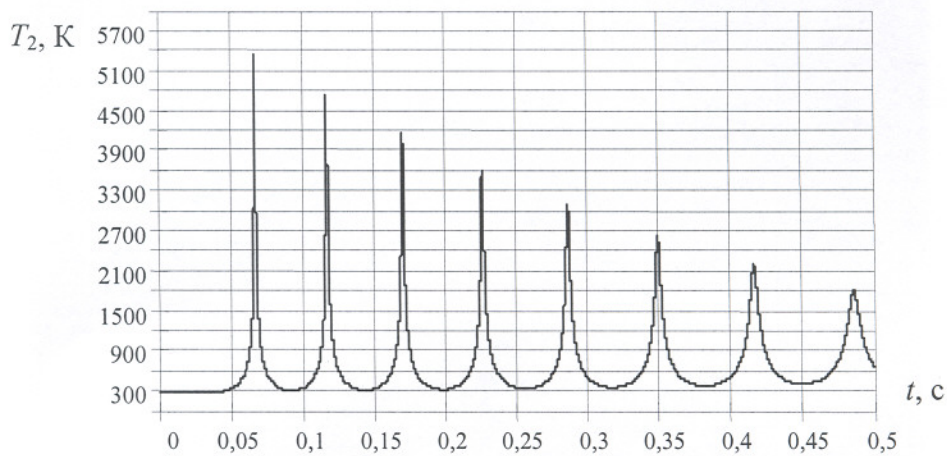


Рис. 5. Рассчитанная температура газа, откачка до $p_2=9,32 \cdot 10^3 \text{ Па}$

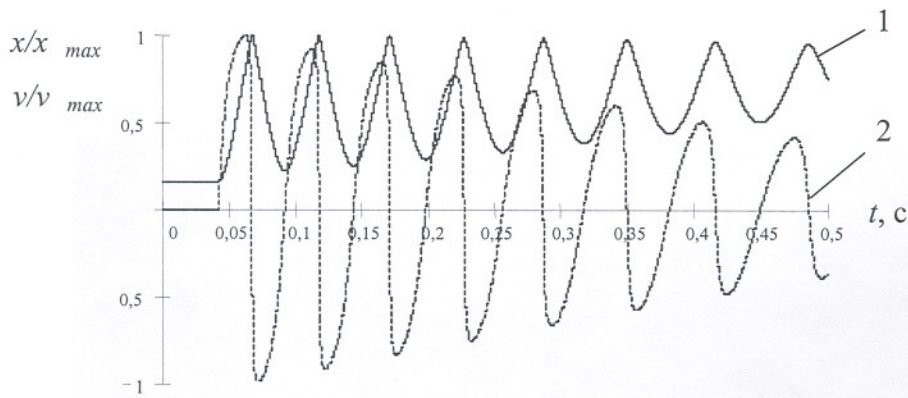


Рис. 6. Координата поршня (1) и его скорость v (2) от времени. Максимальная скорость 55,1 м/с

$D = 58$ мм, диаметр сопла электроклапана $d = 8$ мм; масса поршня $m_p = 0,357$ кг, $\alpha = 0$, $\beta = 40$ Н, давление в баллоне 6 атм, давление закрытия клапана $p_v = 4,125$ атм. Начальные условия при $t = 0$: $x_0 = 175$ мм, $dx/dt = 0$, $T_0 = 300$ К, $m_{01} = 5,112 \cdot 10^{-4}$ кг; m_{02} изменяется в зависимости от степени откачки.

Эффективность сжатия существенно повышается при использовании предварительной фиксации поршня. Так, при расчетном усилии $F_{st} = 2500$ Н (из расчета на срез) давление воздуха в первом пике $p_{2max} = 11,1$ атм (рис. 3), при этом $T_{max} = 595$ К. Высокие температуры на данной установке достигаются при сжатии ксенона ($\gamma_2 = 1,67$, $\mu_2 = 0,131$ кг/моль, $G' = 1,12 \cdot 10^{12}$ м³/кг·К, $I = 140602$ К [5]) или аргона, но только если

применяется откачка рабочего газа. Так, при начальном $p_2 = 9,32 \cdot 10^3$ Па получены следующие параметры в первом импульсе: $p_{2max} = 122$ атм (рис. 4), $T_{max} = 5344$ К. Эти данные хорошо согласуются с экспериментальными (ошибка не превышает 15 %). Рассчитанная температура рабочего газа T_2 в ходе того же процесса приведена на рис. 5, график координаты поршня и его скорости от времени - на рис. 6.

Расчеты показывают, что температура и давление монотонно растут с увеличением степени вакуумирования (рис. 7).

Конечной целью сжатия в плазмотроне является получение энергии излучения, которая выделяется при достижении высоких температур ($T \cong 10^4$ К). На данной установке

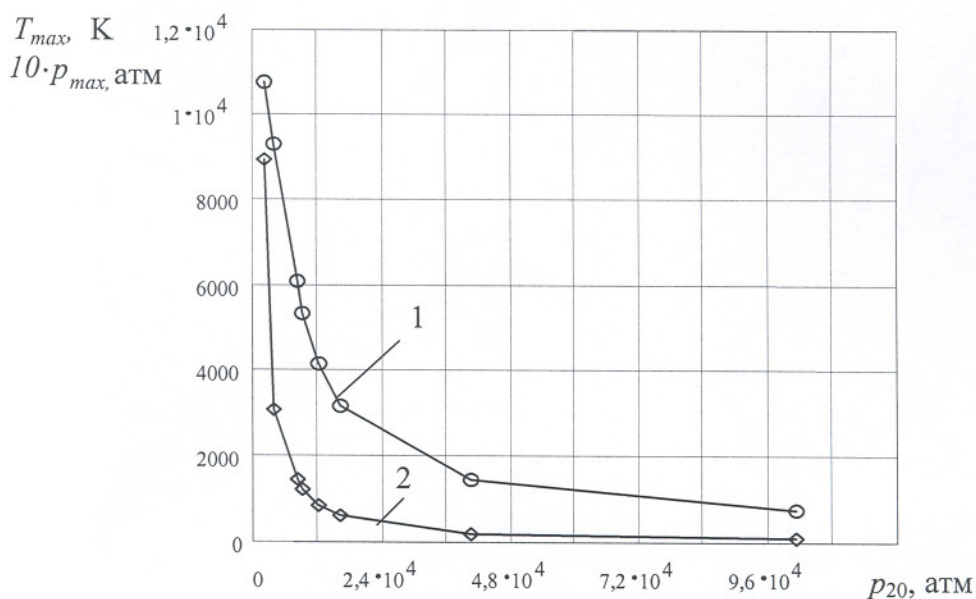


Рис. 7. Зависимость температуры (1) и давления (2) ксенона от начального давления рабочего газа

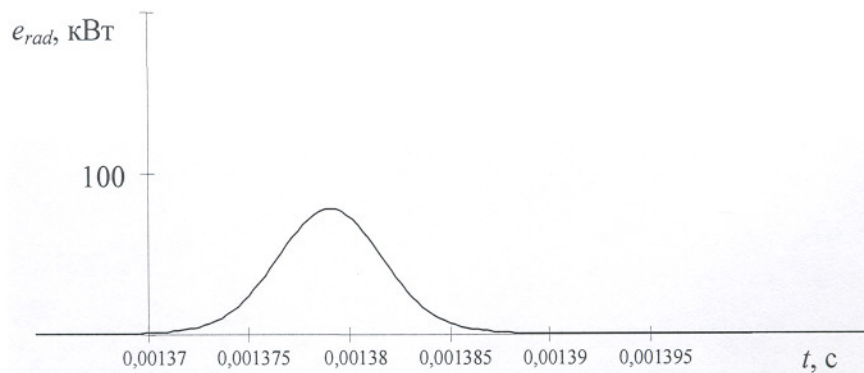


Рис. 8. Импульс плотности энергии излучения, $T_{max} = 10\ 760\ К$

импульс излучения приходится на первый пик сжатия, длительность его менее 0,02 мс, максимальная мощность излучения $1,24 \cdot 10^2$ кВт (рис. 8).

Таким образом, построена математическая модель устройства высокотемпературного сжатия, позволяющая количественно описать процесс сжатия в установке. Модель можно использовать для определения оптимального режима работы, расчета параметров проектируемых устройств и поиска путей интенсификации радиационного теплообмена.

Численные расчеты устройства высокотемпературного сжатия согласуются с экспериментальными данными и позволяют количественно описать процесс сжатия в установке.

Список литературы

1. Dowling J. A., Shumsky J., Eckerman J., Schelier R. E. A Demonstration of Laser Pumping Using a Compress Gas Light Source. / Appl. Physics Letters, 1968, V. 12. № 5. P. 184.
2. Марголин А. Д., Василик Н. Я., Шмелев В. М. и др. Баллистические плазмотроны с многостадийным нагревом. Тезисы докладов первого Всесоюзного симпозиума по радиационной плазмодинамике. М.: "Энергоатомиздат", 1989. С. 33.
3. Макарычев С. В., Смахов Г. Д., Яловик М. С. Излучение и радиационное охлаждение плазмы ксенона за фронтом сильной ударной волны. // Известия АН, МЖГ, № 1, 1992. С. 155-162.
4. Волов В. Т., Волов Д. Б., Ратис Ю. Л. Построение схемы расчета переноса излучения для задач радиационной газовой динамики. // ЖВММФ. 1998. Т. 38. № 11. С. 1919-1927.
5. Волов Д. Б. Термодинамика процесса истечения газа из ствола баллистического плазмотрона. // Деп. 23.11.98 № 3419-B98, Самара, 1998.- 19 с.
6. Рябинин Ю. Н. Газы при больших плотностях и температурах, Физматгиз, 1959.

MATHEMATICAL MODEL OF HIGH-TEMPERATURE GAS DEVICE

© 2003 D. B. Volov

Samara State Railway Academy

Mathematical model of a high-temperature compression device that allows quantitative description of the compression process in the installation has been developed. It can also be used to determine the optimal operation mode, to calculate the parameters of newly designed devices and to look for ways of radiation heat exchange intensification in ballistic plasmotrons.

Numerical calculations of gas parameters in a high-temperature compression installation used for solid-state laser pumping have been performed. The results obtained are in agreement with the experimental data. They permit quantitative description of the compression and radiation process in the installation.