

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛА В ПОРИСТОМ МАТЕРИАЛЕ МР

© 2011 А. М. Жижкин

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

В статье изложены принципы построения моделей структуры материала МР и процесса передачи тепла в условиях отсутствия конвекции среды, заполняющей поры.

Модель, теплопередача, материал МР.

Настоящая статья является продолжением исследований, начатых в работе [1], целью которых является исследование и моделирование процесса передачи тепла в материале МР. Для проверки принятых гипотез и допущений, определения численных значений коэффициентов в аналитических моделях были использованы результаты экспериментальных исследований эффективной теплопроводности (в дальнейшем теплопроводности) материала МР, приведенные в работах [1,2].

Пористый материал МР представляет собой гетерогенную систему с двумя компонентами. Одна компонента – пространственный скелет из отрезков, растянутых с определённым шагом проволочных спиралей, уложенных с взаимным перекрещиванием и спрессованных в пресс-форме до размеров готового изделия, а вторая компонента – свободное пространство между проволокой – система связанных между собой сквозных пор различного размера.

При исследовании процесса теплопередачи в пористых материалах используется их тепловая характеристика – эффективная теплопроводность.

При определении эффективной теплопроводности материала МР были приняты следующие ограничения и допущения:

- значения параметров теплопроводностей материала проволоки λ_1 , вещества в порах λ_2 и пористости P у модели и структуры – одинаковые;
- структуру МР считать изотропной;

– агрегатное состояние компонент при передаче тепла в модели и структуре не изменяется;

– теплопроводность компонент модели не зависит от температуры;

– изменение температуры вдоль направления теплового потока линейно;

– массообмен внутри порового объема отсутствует.

Теплопроводность в материале МР можно определить с помощью моделей структуры и контактов, описанных в статье автора по модели структуры МР, публикуемой в настоящем сборнике, в котором термическое сопротивление теплопроводной модели структуры МР представлено в виде зависимости

$$R = \frac{n_n}{\lambda_{эн}} + \frac{(1-n_n)}{\lambda_э}, \quad (1)$$

где $\lambda_{эн}$ и $\lambda_э$ – теплопроводности элементов с непроводящими и проводящими тепло контактами;

$n = n_n / n_ч$ – параметр, определяющийся отношением количества элементов с теплопроводностью $\lambda_{эн}$ к общему количеству элементов в цепи.

Теплопроводность $\lambda_{эн}$ можно определить с помощью модели пористой структуры с взаимопроникающими элементами, полученной в работе [3] и приведенной в виде

$$\lambda_{эн} = \lambda_1 [C^2 + \lambda_0 I(1-C)^2 + 2\lambda_0 C(1-C)/(\lambda_0 C + 1-C)^{-1}], \quad (2)$$

где $\lambda_0 = \lambda_2/\lambda_1$ – относительная теплопроводность (λ_1 и λ_2 – теплопроводности материалов скелета и порового пространства соответственно); $C = \Delta_p / L_p$ – относительный размер бруса ($2\Delta_p$ – ширина бруса

упорядоченной решетки; $2L_p$ – длина ребра куба).

Зависимость для определения теплопроводности λ_3 приведена автором в статье по модели структуры МР, публикуемой в настоящем сборнике в виде выражений:

$$\lambda_3 = \lambda_1 [C^2 M + \lambda_o (1-C)^2 + 2\lambda_o C(1-C)/(\lambda_o C + 1-C)^{-1}], \quad (3)$$

$$M = (\lambda_1 L_p C^2 4R_k + 1)^{-1},$$

где R_k – термическое сопротивление контактов проволок в материале МР.

Величина теплового сопротивления R_k в МР может быть приближенно определена с помощью выражения, предложенного там же в виде

$$R_k = \frac{(1 - \lambda_o)^2}{\pi d_{np} \lambda_2 [\lambda_o - 1 + \ln(1/\lambda_o)]}, \quad (4)$$

где d_{np} – диаметр проволоки.

Используя формулы для термического сопротивления теплопроводной модели структуры (1), теплопроводностей, составляющих структуру элементов (2), (3) и зависимость для определения термического сопротивления контакта в МР (4), можно получить выражение для определения теплопроводности материала МР в виде

$$\lambda = \lambda_1 \left\{ n \left[C^2 + \lambda_o (1-C)^2 + \frac{2\lambda_o C(1-C)}{\lambda_o C + 1-C} \right]^{-1} + (1-n) \left[C^2 M + \lambda_o (1-C)^2 + \frac{2\lambda_o C(1-C)}{\lambda_o C + 1-C} \right]^{-1} \right\} \quad (5)$$

Используя формулы (3) и (4), можно записать выражение для параметра M в виде

$$M = \left\{ \frac{4C^2 (1 - \lambda_o)^2}{\pi d_n n_u \lambda_o [\lambda_o - 1 + \ln(1/\lambda_o)]} + 1 \right\}^{-1} \quad (6)$$

Из представления единичного объема МР можно определить параметр $n_u = \sqrt[3]{N_k/3}$. Число контактов на виток может быть рассчитано по формуле

$$n_k = 4D_{сн} \rho_o / d_n, \quad (7)$$

где $\rho_o = \rho_{MP} / \rho_M = (1-\Pi)$ – относительная плотность материала, ρ_{MP} – плотность МР.

Число контактов в единице объема МР равно

$$N_k = n_k N_6 \quad (8)$$

$$N_6 = \rho_{MP} / m_6,$$

где $\rho_{MP} = (1-\Pi) \rho_M$; m_6 – масса витка, которая равна $m_6 = (\pi d_n)^2 D_c \rho_M / 4$. N_6 – число витков в единице объема.

Тогда число витков в единице объема равно

$$N_6 = 4(1-\Pi) / (\pi d_n)^2 D_c.$$

С учетом последнего выражения зависимость (8) примет вид

$$N_k = 16(1-\Pi)^2 / \pi^2 d_n^3. \quad (9)$$

Из модели структуры материала МР известно, что $n_u = \sqrt[3]{N_k/3}$.

Число контактов в цепи можно определить с учетом формулы (9) выражением

$$n_u = \frac{2}{d_n} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{1-\Pi}{\pi} \right)^2 \right]^{1/3}. \quad (10)$$

В работе [3] приведена зависимость между параметром C и объемной концентрацией, наполняющей компоненты (для МР это пористость Π):

$$\Pi = 2C^3 - 3C^2 + 1. \quad (11)$$

Для расчета параметра C рекомендовано использовать первый корень уравнения (11):

$$C = 0,5 + A \cos \varphi / 3, \quad 270 < \varphi < 360$$

при $0 < \Pi < 0,5$ $A = -1, \varphi = \arccos(1-2\Pi)$,
 при $0,5 < \Pi < 1$ $A = 1, \varphi = \arccos(2\Pi-1)$.

Выражение (6) с учетом зависимостей (10) и (11) можно записать в виде

$$M = \left\{ \frac{(12C^2)^{1/3} (1 - \lambda_o)^2}{[\pi(3-2C)^2]^{1/3} \lambda_o [\lambda_o - 1 + \ln(1/\lambda_o)]} + 1 \right\}^{-1}. \quad (12)$$

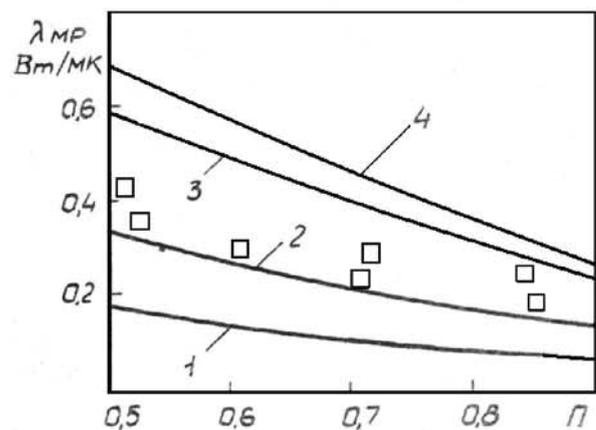


Рис. 1. Коэффициент эффективной теплопроводности МР:

1, 2, 3, 4 – расчетные зависимости при значениях параметра n_u соответственно 0; 0,5; 0,75; 0,8;
 $\lambda_1 = 14,6$ Вт/мК, $\lambda_o = 2,19 \cdot 10^{-3}$;

□ – экспериментальные данные для МР из проволоки ЭИ-708А

Для материала МР, как было показано выше, параметр $n = 0,5$. Тогда зависимости (5) и (6) с учетом (12) можно представить в виде выражения

$$\lambda = \lambda_1 \left\{ n \left[C^2 + \lambda_o(1-C)^2 + \frac{2\lambda_o C(1-C)}{\lambda_o C + 1 - C} \right]^{-1} + (1-n) \left[C^2 M + \lambda_o(1-C)^2 + \frac{2\lambda_o C(1-C)}{\lambda_o C + 1 - C} \right]^{-1} \right\}^{-1}, \quad (13)$$

$$M = \left\{ \frac{1,56C^{2/3}(1-\lambda_o)^2}{(3-2C)^{2/3}\lambda_o[\lambda_o - 1 + \ln(1/\lambda_o)]} + 1 \right\}^{-1}$$

для $C < 0,5$ ($\Pi > 0,5$).

Рассмотрим предельные случаи значений теплопроводности компонент, параметров контакта и значений пористости для теплопроводности модельной структуры МР по зависимостям (13).

Пусть пористость материала МР $\Pi = 1$. В этом случае $C = 0$, $M = 1$, а теплопроводность $\lambda_{MP} = \lambda_2$.

В случае, когда в порах модели непроводящая компонента (вакуум), то имеем $\lambda_1, \lambda_2 = 0$, $\lambda_o = 0$. В этом случае $M = 0$ и теплопроводность $\lambda_{MP} = 0$.

Если теплопроводность компонент одинаковая $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, а $\lambda_o = 1$, то $M = 1$, при этом теплопроводность структуры модели равна $\lambda_{MP} = \lambda$.

Теплопроводности, полученные по зависимостям (13) при предельных значениях параметров модели, физически обоснованы, что свидетельствует о правдоподобности исходных предпосылок при построении модели структуры и выбранном способе описания процесса переноса тепла.

На рис. 1 представлены результаты расчета теплопроводности МР по зависимостям (13) при разных значениях параметра n . Точками показаны экспериментальные значения теплопроводности МР.

Расчетные данные, полученные при параметре $n=0,5$, хорошо сочетаются с экспериментальными значениями теплопроводности МР. Характер изменения расчетной кривой отличается в пределах погрешности измерений теплопроводности от экспериментальных данных. Такое различие может быть обусловлено неучетом в модели структуры МР закономерностей образования пятна контакта элементов скелета, а также возможным влиянием

пористости Π на относительное количество непрерывных элементов n .

Зависимости (13) могут быть использованы для анализа и определения теплопроводности МР в диапазоне изменения пористости от 0,5 до 1.

С помощью разработанной модели теплопроводности можно проанализировать влияние параметров структуры материала МР на его теплопередающие свойства. Для обобщения влияния различных факторов на теплопередающие свойства МР используем её относительную теплопроводность.

Для этого, используя зависимость для вычисления коэффициента эффективной теплопроводности материала МР (13), получим выражение для вычисления параметра относительной теплопроводности в виде:

$$\lambda_{MPo} = \frac{\lambda_{MP}}{\lambda_1} = \left\{ n \left[C^2 + \lambda_o(1-C)^2 + \frac{2\lambda_o C(1-C)}{\lambda_o C + 1 - C} \right]^{-1} + (1-n) \left[C^2 M + \lambda_o(1-C)^2 + \frac{2\lambda_o C(1-C)}{\lambda_o C + 1 - C} \right]^{-1} \right\}^{-1}. \quad (14)$$

Из анализа формул (13), (14) можно сделать вывод, что $\lambda = f(C, n_n, \lambda_o)$, где C, n_n – параметры структуры модели, а λ_o – относительная теплопроводность, характеристика соотношения теплопроводностей составляющих структуру МР компонент. Параметр модели C связан с параметром структуры МР Π соотношением (11). Параметр структуры модели n_n связан с особенностями строения структуры МР.

На рис. 2 представлены интерпретации зависимости теплопроводности от пористости Π при разных значениях параметров n_n и λ_o .

Анализ результатов расчета показывает, что теплопроводность МР существенно зависит от параметра n_n при малых значениях параметра λ_o ($\lambda_o \rightarrow 0$). Зависимость теплопроводности от пористости при значениях параметра $n_n \rightarrow 0$ становится малосущественной. Ее изменение составляет 50...80% при изменении пористости Π от 0,9 до 0,5. При значениях параметра $n \rightarrow 1$ зависимость теплопроводности от пористости становится существенной. Она изменяется более чем в 6 раз при изменении пористости Π от 0,9 до 0,5.

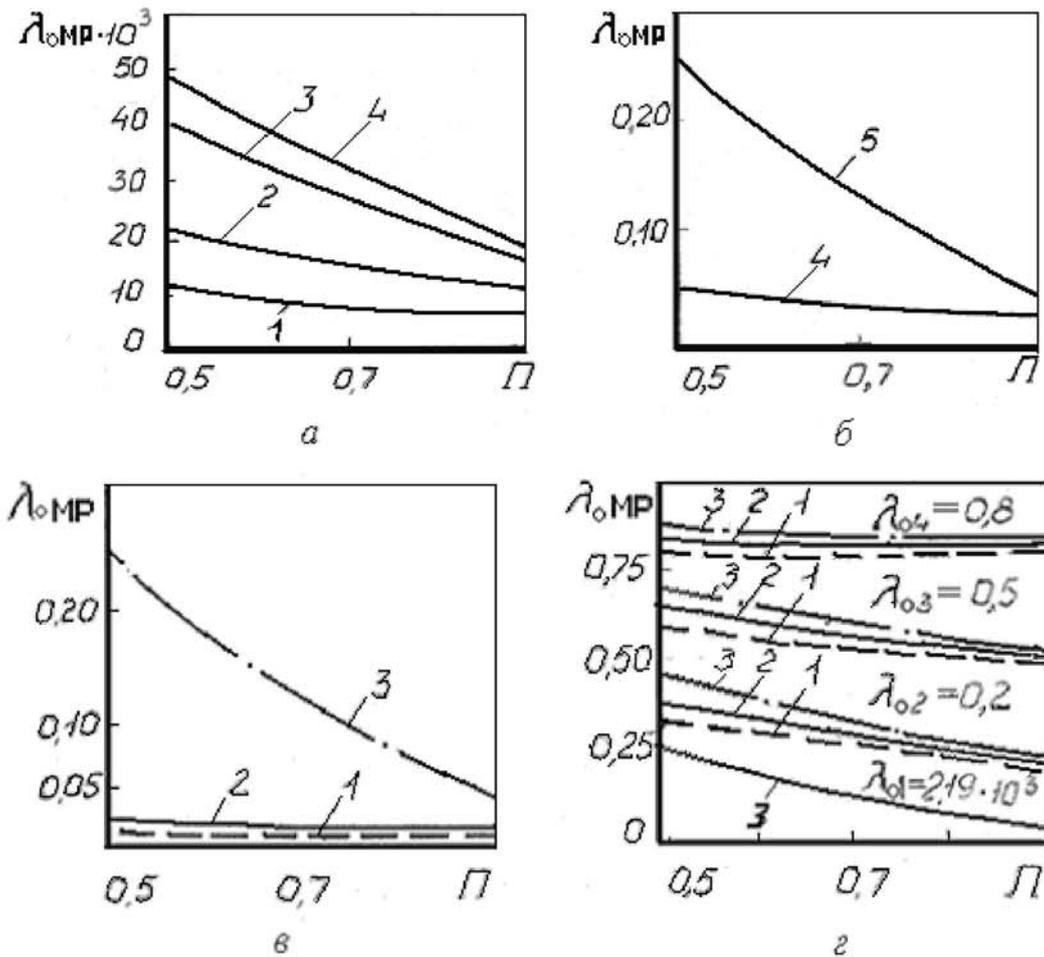


Рис. 2. Влияние параметров структуры на эффективную теплопроводность МР:
 а - $\lambda_0 = 2,19 \cdot 10^3$; 1 - $n_n = 0$; 2 - $n_n = 0,5$; 3 - $n_n = 0,75$; 4 - $n_n = 0,8$;
 б - $\lambda_0 = 2,19 \cdot 10^3$; 4 - $n_n = 0,8$; 5 - $n_n = 1$;
 в - $\lambda_0 = 2,19 \cdot 10^3$; 1 - $n_n = 0$; 2 - $n_n = 0,5$; 3 - $n_n = 1$;
 г - 1 - $n_n = 0$; 2 - $n_n = 0,5$; 3 - $n_n = 1$ при $\lambda_{01} = 2,19 \cdot 10^3$; $\lambda_{02} = 0,2$; $\lambda_{03} = 0,5$; $\lambda_{04} = 0,8$

Влияние параметра λ_0 на теплопроводность МР иллюстрировано на рис. 2, г при трех значениях параметра n_n ($1 - n_n = 0$; $2 - n_n = 0,5$; $3 - n_n = 1$).

Анализ результатов расчетов позволяет сделать вывод о влиянии параметра λ_0 на относительную теплопроводность λ_{MP0} в зависимости от значений параметра n_n . С ростом значений параметра λ_0 влияние параметра n_n на теплопроводность МР резко уменьшается.

Так при значениях $\lambda_0 \rightarrow 0,2$ влиянием параметра n_n на теплопроводность МР можно пренебрегать, при этом погрешность вычисления эффективной теплопроводности не превысит 30% в рассматриваемом диапазоне изменения пористости П.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Российской Федерации (Минобрнауки), на

основании постановления Правительства РФ №218 от 09.04.2010.

Библиографический список

1. Жижкин, А.М. Анализ физической картины процесса теплопередачи в материале МР [Текст] / А.М. Жижкин, А.И. Белоусов // Математическое моделирование информационных процессов и систем в науке, технике и обществе: межвуз. сб. науч. трудов. – Самара, 2004. – С. 43 – 52.
2. Дульнев, Г.Н. Теплопроводность смесей и композиционных материалов: справочная книга [Текст] / Г.Н. Дульнев, Ю.П. Заричняк – Л.: Энергия, 1974. – 264 с.
3. Жижкин, А.М. Экспериментальные исследования эффективной теплопроводности образцов из материала МР [Текст] / А.М. Жижкин // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. Вып. 2. -Самара: 2006. -Ч.2. - С. 15–18.

MODELING OF HEAT CONDUCTION PROCESS IN POROUS MR MATERIAL

© 2011 A. M. Zhizhkin

Samara state aerospace university named after academician S. P. Korolyov
(National Research University)

Principles of modeling of structure of MR material and heat conduction process for absence of convection of media in holes are presented in this article.

Model, heat conduction, material MR.

Информация об авторах

Жижкин Александр Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет Тел.: (846) 267-46-87. Область научных интересов: виброизоляторы и уплотнения на основе материала МР.

Zhizhkin Aleksandr Michailovich, Candidate of Technical Sciences, Associate professor of Aircraft Engine Design Department, Samara state aerospace Phone: (846) 267-46-87. Area of research: sealing made of MR material.