

## ПРОФИЛИРОВАНИЕ РАБОЧИХ КОЛЕС РАДИАЛЬНО-ОСЕВЫХ ТУРБИН С ПОМОЩЬЮ КРИВЫХ БЕЗЬЕ

© 2011 О. В. Батулин

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

В работе описывается алгоритм построения профилей рабочих лопаток радиально-осевых турбин с помощью кривых Безье. Поверхность лопаток, полученных по данному алгоритму, имеет монотонно меняющуюся кривизну, что благоприятно скажется на КПД. Кроме того, лопатки радиальны во всех сечениях, перпендикулярных оси вращения, что позволяет существенно снизить изгибные напряжения в пере лопатки.

*Радиально-осевая турбина, профилирование, меридиональное сечение, рабочая лопатки, кривая Безье.*

Общий уровень эффективности турбины определяется выбранным сочетанием основных режимных параметров, таких как параметр нагруженности  $Y_m$ , степень реактивности  $\rho_{ст}$  и т.д. Кроме того, КПД турбины зависит от потерь в проточной части, которые определяются аэродинамическим совершенством межлопаточного канала. Оно обеспечивается на этапе профилирования проточной части (ПЧ). Задача этого этапа заключается в том, чтобы найти такую форму лопаток, которая обеспечивает требуемый поворот потока с минимальными потерями при сохранении приемлемой прочности и технологичности изготовления. Грамотно проведенное профилирование позволяет достигнуть, а в ряде случаев и превысить, значение КПД, заложенное при газодинамическом проектировании.

Процесс профилирования радиально - осевой турбины условно можно разделить на несколько этапов:

- 1) построение меридионального обвода проточной части;
- 2) построение средних линий профилей в контрольных сечениях;
- 3) построение профилей лопаток в контрольных сечениях.

Профилирование лопаток РК радиальной турбины целесообразно проводить в цилиндрической системе координат  $(aur)$  (рис. 1), центр которой находится на оси вращения, осевое направление  $oa$  – совпадает с осью вращения РК, а радиальная ось  $or$  проходит через точку на внутреннем обводе проточной части с максимальным значением радиуса. Окружное направление  $ou$  перпендикулярно двум другим осям.

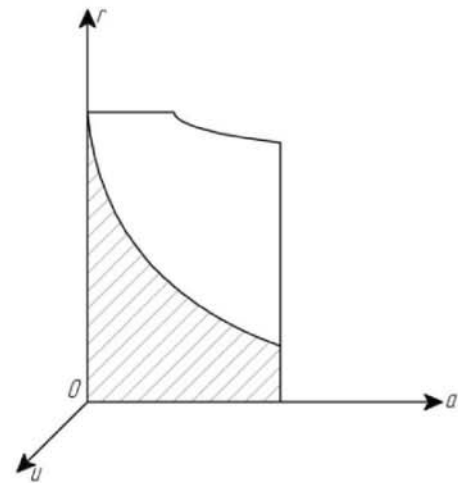


Рис.1. Система координат, используемая при профилировании

На первом этапе проектирования РК радиально-осевой турбины формируются меридиональные обводы проточной части – обводы в плоскости, проходящей через ось вращения ротора ( $roa$ , рис. 1). Они во многом определяют распределение скоростей по длине межлопаточного канала и в конечном итоге - уровень потерь в РК.

Меридиональное сечение состоит из втулочного (внутреннего) и периферийного (внешнего) обводов, ограничивающих лопатку со стороны диска и сверху, а также промежуточных сечений.

Для обеспечения благоприятного распределения скоростей и снижения потерь изменение как внешних, так и внутренних обводов меридионального сечения должно быть плавным, без резкого изменения кривизны. Радиусы кривизны должны быть максимальными, а на границах обводов (входе и выходе РК) - стремиться к бесконечности (в этом случае контур обводов приближается к прямой линии).

В доступной технической литературе существует множество подходов к профилированию меридиональных обводов. Широко распространен подход, согласно которому они формируются дугами окружности. Внутренний обвод может строиться независимо от наружного в виде дуги, величина радиуса которой задается некой полуэмпирической формулой, но чаще рекомендуется находить внутренний обвод как огибающую окружностей, касающихся наружного обвода, диаметр которых плавно уменьшается от выхода к входу. Построение меридиональных обводов в виде дуг является самым простым, но не самым лучшим с точки зрения минимизации потерь в проточной части. В ряде работ контур наружного обвода меридионального сечения рекомендуется описывать полиномом третьей степени.

В некоторых зарубежных публикациях есть упоминание о построении элементов РК с помощью кривых Безье. Данный подход видится перспективным, поскольку кривая Безье имеет важное свойство – кривизна меняется плавно, непрерывно и без разрывов на всем протяжении.

Кривая Безье строится на основе опорных точек. Двумя из них являются концы кривой, а другими могут быть произвольные точки в любом количестве. Для профилирования элементов проточной части радиально-осевых турбин целесообразно применять кривые с тремя или четырьмя опорными точками (рис. 2).

Кривая Безье строится на основе опорных точек. Двумя из них являются концы кривой, а другими могут быть произвольные точки в любом количестве. Для профилирования элементов проточной части радиально-осевых турбин целесообразно применять кривые с тремя или четырьмя опорными точками (рис. 2).

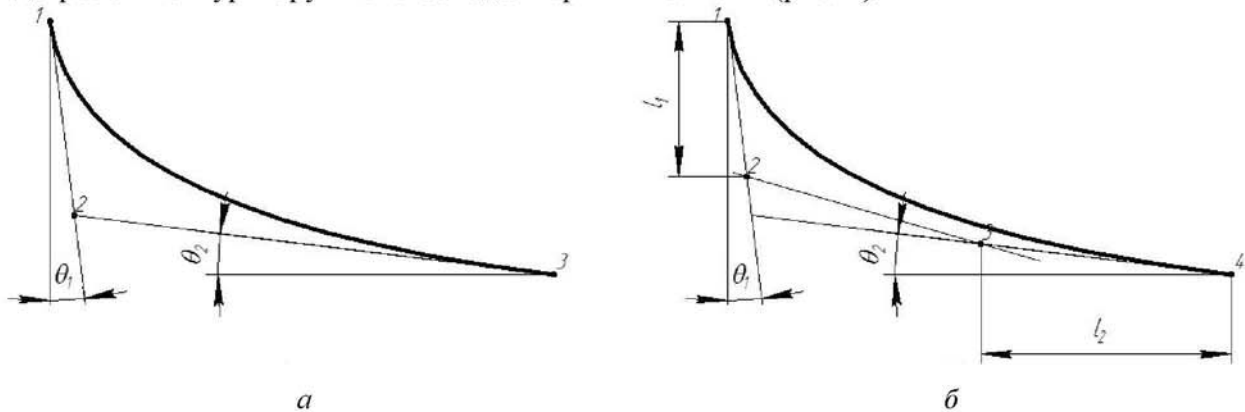


Рис. 2. Примеры построения кривых Безье с тремя (а) и четырьмя (б) опорными точками

В данной статье приводится общий подход к построению меридиональных обводов радиально-осевой турбины с помощью кривых Безье на основе трех опорных точек. Две точки являются концами кривой, а третья опорная точка находится в месте пересечения касательных, проведенных к кривой в концах.

Построение втулочного и периферийного меридионального обвода РК производится на основе данных, полученных в результате газодинамического расчета. Исходными данными для построения меридионального профиля являются: наружный диаметр РК на входе  $D_1$ , втулочный, средний и внутренний диаметры на выходе из РК  $D_{2вт}$ ,  $D_{2ср}$ ,  $D_{2к}$ , его ширина  $B$  и высота лопатки на входе  $b_1$ . Эти данные определяют положение точек  $A, B, C, D$ , являющихся крайними (опорными) для кривых, описывающих втулочный и периферийный обводы (рис. 3).

В случае, если кривая имеет три опорных точки, то для каждого обвода следует

найти по одной недостающей точке ( $F$  - для внутреннего обвода и  $E$  - для наружного контура). Они лежат на пересечении касательных, проведенных к кривой в крайних точках ( $A, D$  - для внутреннего обвода и  $B, C$  - для наружного контура).

Для того, что найти положение точки  $F$ , через точку  $A$  проводится прямая, наклоненная под углом  $\theta_{1вт}$  к вертикали, а через точку  $D$  – прямая под углом  $\theta_{2вт}$  к горизонтали. Аналогично точка  $E$  находится в месте пересечения прямой, проходящей через точку  $B$  под углом  $\theta_{1к}$  к вертикали, и прямой, проходящей через точку  $C$  под углом  $\theta_{2к}$  к горизонтали (рис. 3).

**Примечание.** Положительное направление угла  $\theta_{1i}$  соответствует повороту вертикальной прямой против часовой стрелки. Положительное направление угла  $\theta_{2i}$  соответствует повороту горизонтальной прямой по часовой стрелке.

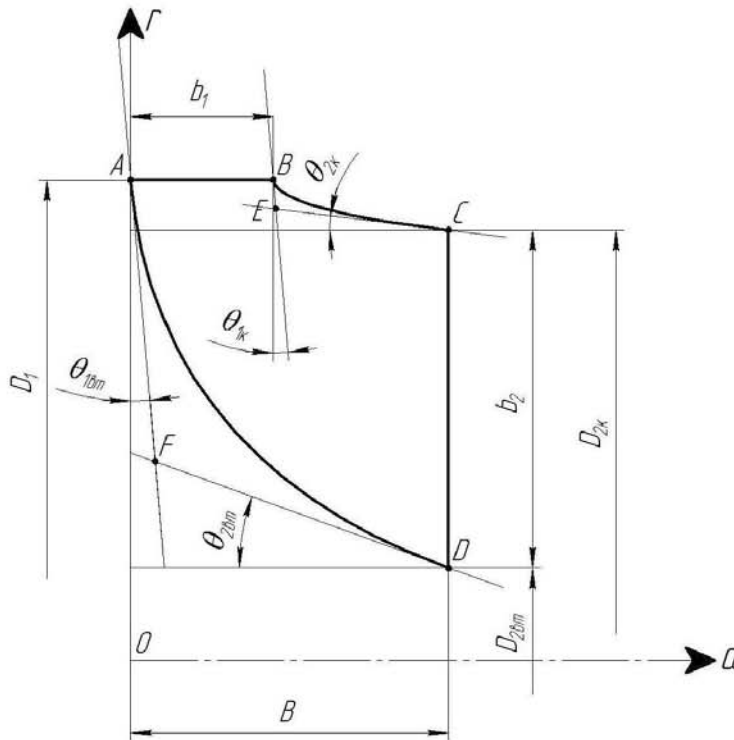


Рис. 3. Построение меридиональных обводов с помощью кривых Безье с тремя опорными точками

Величина угла  $\theta_{1i}$  обычно находится в интервале  $\theta_{1i} = 0 \dots 10^\circ$ , а величина угла  $\theta_{2i}$  находится в диапазоне  $\theta_{2i} = 10 \dots 15^\circ$ .

Находятся координаты недостающей базовой точки  $F$  верхнего обвода. Для этого на основе выбранных ранее углов наклона касательных в крайних точках записываются уравнения прямых, проходящих через точки  $AF$  и  $FD$ :

уравнение прямой  $AF$

$$r = \operatorname{tg}(\theta_{1em} + 90) a + D_1, \text{ м};$$

Уравнение прямой  $FD$ :

$$r = \operatorname{tg}(-\theta_{2em}) a + D_{2em} - B \operatorname{tg}(-\theta_{2em}), \text{ м}.$$

Зная, что эти прямые имеют общую точку  $F$ , приравняв их, можно найти значение осевой координаты, соответствующей этой точке:

$$a_F = \frac{D_1 - B \cdot \operatorname{tg}(-\theta_{2em}) - D_{2em}}{\operatorname{tg}(\theta_{1em} + 90) - \operatorname{tg}(-\theta_{2em})}, \text{ м}.$$

Найденное значение осевой координаты подставляется в уравнение одной из прямых  $AF$  или  $FD$ , и находится значение радиальной координаты точки  $F$ :

$$r_F = \operatorname{tg}(\theta_{1em} + 90) a_F + D_1, \text{ м}.$$

Аналогичным образом находятся координаты дополнительной базовой точки верхнего меридионального обвода.

Записываются уравнения прямых  $BE$ :

$$r = \operatorname{tg}(\theta_{1k} + 90) \cdot a + D_1 - \operatorname{tg}(\theta_{1k} + 90) b_1, \text{ м}$$

и  $EC$ :

$$r = \operatorname{tg}(-\theta_{2em}) a + D_{2em} - B \cdot \operatorname{tg}(-\theta_{2em}), \text{ м}.$$

Находится радиальная координата точки  $E$ :

$$a_E = \frac{D_{2em} - B \cdot \operatorname{tg}(-\theta_{2em}) - D_1 + \operatorname{tg}(\theta_{1k} + 90)}{\operatorname{tg}(\theta_{1k} + 90) - \operatorname{tg}(-\theta_{2em})}, \text{ м}.$$

Затем найденное значение осевой координаты подставляется в уравнение одной из прямых  $BE$  или  $EC$  и находится значение радиальной координаты точки  $E$ :

$$r_E = \operatorname{tg}(\theta_{1k} + 90) a_E + D_1 - \operatorname{tg}(\theta_{1k} + 90) b_1, \text{ м}.$$

Таким образом, на данном этапе известны радиальные  $r_i$  и осевые  $a_i$  координаты всех трех опорных точек периферийного и втулочного обводов. Это позволяет записать уравнения кривых Безье.

Для наружного (периферийного) обвода:

$$a_{ik} = (1 - t^2) a_B + 2t(1 - t) a_E + t^2 a_C;$$

$$r_{ik} = (1 - t^2)r_B + 2t(1 - t)r_E + t^2r_C.$$

Для внутреннего (втулочного) обвода:

$$a_{iом} = (1 - t^2)a_A + 2t(1 - t)a_F + t^2a_D;$$

$$r_{iом} = (1 - t^2)r_A + 2t(1 - t)r_F + t^2r_D.$$

В этих уравнениях параметр  $t$  меняется в интервале  $0 \leq t \leq 1$ .

Для построения кривых следует задаться  $n$  значениями параметра  $t$  из интервала  $0 \leq t \leq 1$ . Удобнее всего будет, если интервал  $[0, 1]$  будет разбит на одинаковые отрезки. Для корректного построения число  $n$  должно быть достаточно большим (например, 20). Число точек на верхнем и нижнем обводе должно совпадать.

По аналогичному принципу строятся меридиональные сечения корпуса над лопатками и произвольное число сечений лопатки по высоте ПЧ. Промежуточные сечения могут строиться двумя путями. Первый полностью повторяет тот, по которому строились наружные обводы. При этом величины наклона касательных  $\theta$ , необходимые для построения кривых Безье, находятся по значениям  $\theta_{от}$  и  $\theta_к$ , принимая линейное изменение угла по высоте ПЧ. Второй путь основан на делении отрезков, соединяющих одноименные точки (с одинаковой величиной  $t$ ) наружного и внутреннего обвода в пропорции, соответствующей высоте требуемого сечения.

На рис. 4 приводится пример спрофилированного по приведенному выше алгоритму меридионального сечения проточной части радиальной турбины регистровой системы наддува дизеля Д21-26ДГ.

Качество проектирования меридионального обвода РК предлагается контролировать на основе зависимости высоты лопатки по длине проточной части. Высота лопаток в одноименных точках наружного и внутреннего обвода (в точках с одинаковыми значениями  $t$ ) находится с помощью следующей формулы:

$$l_i = \sqrt{(a_{ik} - a_{iом})^2 + (r_{ik} - r_{iом})^2}, \text{ м.}$$

Зная длину средней линии канала, строится упомянутый выше график (рис. 5). Критерием качества проектируемого канала является плавный и монотонный рост высоты лопатки без резких скачков.

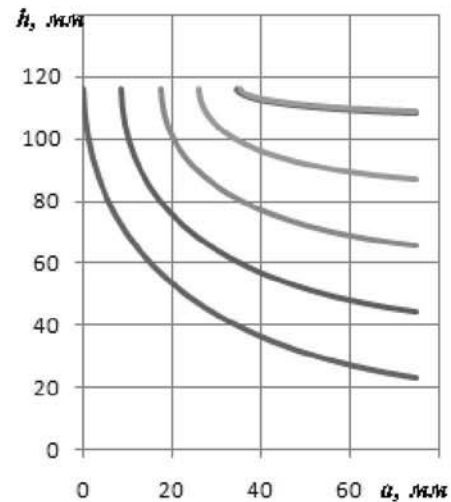


Рис. 4. Спроектированный меридиональный профиль РК радиально – осевой турбины для регистровой системы наддува дизеля Д21-26ДГ

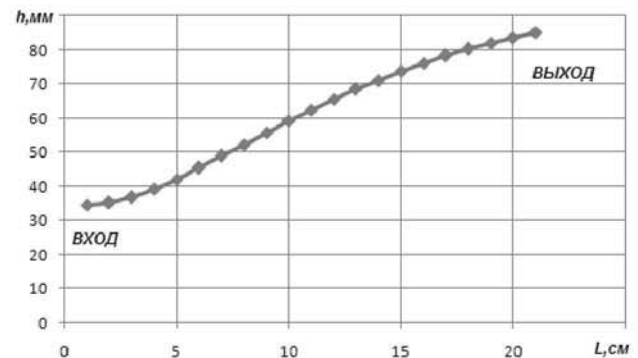


Рис. 5. Зависимость высоты лопатки по длине проточной части, используемая для оценки качества профилирования меридиональных обводов

Следующий шаг по профилированию рабочих лопаток заключается в отыскании формы их средних линий в контрольных сечениях. Средняя линия задается в виде набора точек в цилиндрической системе координат  $(a, r, \varphi)$ . Меридиональная проекция средних линий была построена в предыдущем разделе и, строго говоря, координаты  $a, r$  точек, лежащих на контрольных сечениях, уже известны.

Важным требованием, предъявляемым к турбине - прочность лопаток. Для уменьшения изгибных напряжений рабочие лопатки будут проектироваться таким образом, что лопатка в любом осевом сечении будет радиальной. Это достигается за счет того, что угловая координата средних линий  $\varphi$  будет одинакова для всех сечений.

Кроме того, рабочую точку турбины предпочтительно выбирать таким образом,



чтобы, рабочие лопатки во входном сечении были направлены радиально ( $\beta_{1л}=90^\circ$ ).

Таким образом, задача построения средней линии в любом сечении сводится к отысканию ее угловой координаты в контрольном сечении. В качестве него было принято среднее сечение, параметры в котором были рассчитаны в проектном расчете.

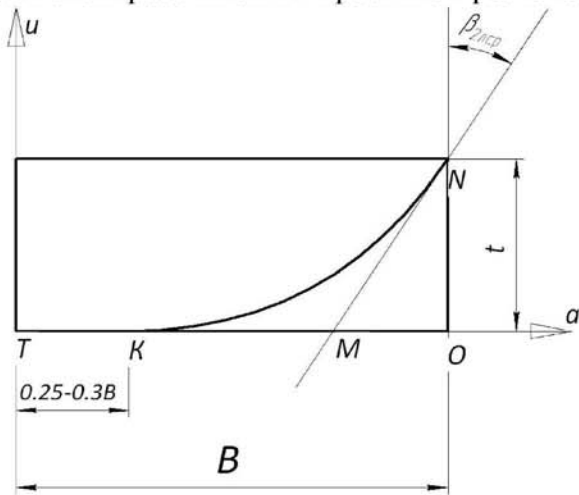


Рис. 6. К поиску угловой координаты средней линии профиля

Для нахождения угловой координаты  $\phi$  строится проекция средней линии на окружное направление. Оно представляет собой изогнутую кривую (рис. 6). Ее окружная протяженность равна шагу между лопатками в контрольном сечении  $t_{сп}$ , а осевая длина равна ширине рабочего колеса  $B$ . Для обеспечения высокого аэродинамического качества лопатки окружная проекция средней линии строится с помощью кривой Безье, поскольку последняя имеет плавное изменение кривизны на всем протяжении. Как и при построении меридиональных обводов РК для формирования кривой Безье использовались три опорных точки: точка начала кривой  $K$ , лежащая на осевой линии, точка  $B$  и точка  $M$  пересечения осевой линии и прямой проведенной через точку  $B$  под углом  $\beta_{2лсп}$  от вертикали (рис. 6). Расстояние, на которое точка  $K$  отстоит от точки  $T$ , обычно находится в диапазоне  $0,25...0,3B$ .

Поиск координат данных точек не составляет труда и осуществляется по алгоритму, описанному в предыдущем разделе. Таким образом находят значения окружных координат  $u$ , которые, опираясь на значение радиуса контрольного сечения  $r_{сп}$ , пе-

ресчитываются в значение угловой координаты:

$$\phi_{спл} = \frac{180u_i}{\pi \cdot r_{сп}}, \text{град.}$$

На следующем этапе рассчитываются координаты точек, лежащих на поверхности спинки и корытца лопатки в контрольных сечениях.

Построение происходит в следующей последовательности:

Шаг 1. Выбирается толщина лопатки во втулочном сечении на входе  $\delta_1$  и угол заострения лопатки на входе  $\gamma_1$  (рис. 7).

Шаг 2. Выбирается толщина лопатки во втулочном сечении на выходе  $\delta_2$  и угол заострения лопатки на выходе  $\gamma_2$  (рис. 7).

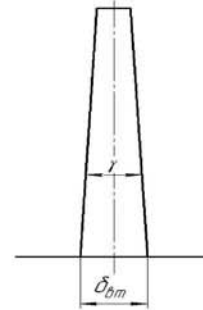


Рис. 7. Задание толщины лопатки

Величина угла заострения обычно находится в диапазоне  $\delta=0,5...2^\circ$ , а толщина лопатки во втулочном сечении в первом приближении может быть принята равной  $\delta=2...10$  мм в зависимости от размерности турбины. При этом следует следить, чтобы толщина профиля на периферии по технологическим соображениям не была меньше  $1..1,5$  мм.

Шаг 3. По величине углов заострений и толщины профиля на втулке находится толщина лопаток в контрольных сечениях, полагая, что она меняется линейно.

Шаг 4. Полагая, что толщина лопатки меняется линейно от входа к выходу, находится величина полутолщины  $\delta/2$  в разных точках по длине контрольных сечений.

Шаг 5. Зная радиальную координату точки, которой соответствует значение полутолщины, находится разница угловых координат поверхности лопатки и средней линии:

$$\Delta\phi_i = \frac{90\delta_i}{\pi \cdot r_i}, \text{град.}$$

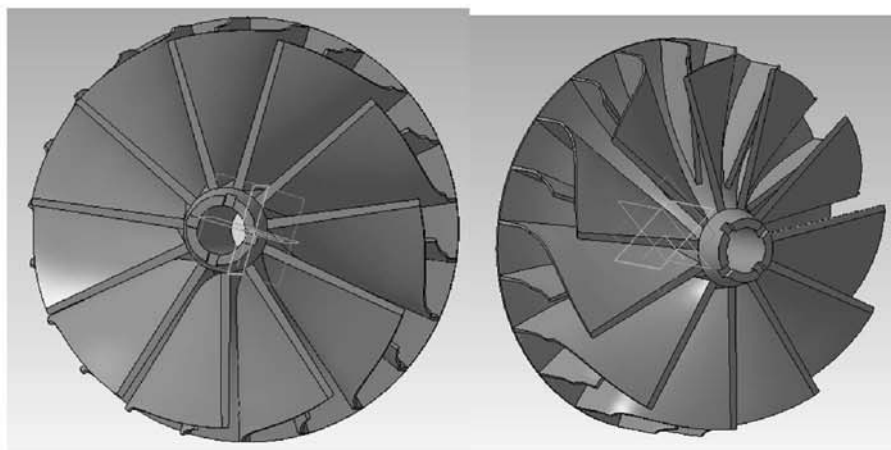


Рис. 8. Внешний вид спроектированного рабочего колеса радиально-осевой турбины для регистровой системы наддува дизеля Д21-26ДГ

Шаг 6. Находятся угловые координаты поверхности спинки и корытца:

$$\varphi_{ci} = \varphi_{срл} + \Delta\varphi_i, \text{град};$$

$$\varphi_{ci} = \varphi_{срл} + \Delta\varphi_i, \text{град}.$$

Задняя поверхность диска также строится на основе кривой Безье с тремя опорными точками.

По описанной выше методике и на основе проведенного проектного расчета была

построена полная геометрия РК спроектированной радиально-осевой турбины для регистровой системы наддува дизеля Д21-26ДГ. Его внешний вид показан на рис. 8.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Российской Федерации (Минобрнауки) на основании постановления Правительства РФ №218 от 09.04.2010.

## BLADING OF RADIAL-AXIAL TURBINE WHEEL USING BEZIER CURVE

© 2011 O. V. Baturin

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov  
(National Research University)

The paper describes the constructing algorithm for radial-axial turbine rotor blades using Bezier curves. The surface of the blade obtained by this algorithm is monotonically changing curvature and it impact positively on efficiency. In addition, blades are radial in all section perpendicular to the axis of rotation; it can significantly reduce the bending stresses in the blade body.

*Radial turbines, blading, meridional section, rotor blade, Bezier curve.*

### Информация об авторах

**Батурин Олег Витальевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры теории двигателей летательных аппаратов Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E - mail: [oleg.v.baturin@gmail.com](mailto:oleg.v.baturin@gmail.com). Область научных интересов: рабочие процессы в лопаточных машинах, вычислительная газовая динамика, агрегаты наддува ДВС.

**Baturin Oleg Vitalievich**, Candidate of Technical Science, associate professor of the chair of theory of engine for flying vehicle, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E - mail: [oleg.v.baturin@gmail.com](mailto:oleg.v.baturin@gmail.com). Area of research: workflows in turbomachines, computational fluid dynamics, turbocharger.