

## ТЕНЗОРНАЯ МЕТОДОЛОГИЯ В ТЕОРИИ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© 2002 А. Н. Коптев, Г. И. Коротнев

Самарский государственный аэрокосмический университет

В статье в рамках единого универсального языка - языка геометрии и тензорной методологии Г. Крона - предложена методология представления организационно-технических систем (ОТС). Переход от организационно-технической проблемы к геометрической интерпретации осуществлен введением гипотетического пространства структуры, системы координат, а также геометрических эквивалентов организационным понятиям и процессам. Математическая формулировка задач и целей обеспечивается основной гипотезой. Отождествление математических формул с ОТС и технологическими процессами осуществлено с помощью системы аксиом.

Для выработки единой точки зрения, охватывающей широкую область интересов специалиста по организации сложных производственных систем, предлагается новый аналитический аппарат.

Одна из отличительных сторон данной работы состоит в изложении сути системного подхода к организации производственной системы с единой точки зрения. С этой позиции в статье анализируются понятия, лежащие в основе излагаемой концепции системного подхода, и вводится аналитический аппарат, используемый при установлении общей точки зрения на все разнообразие организационных структур.

Концепция системного подхода имеет, прежде всего, формально-аксиоматическую направленность, ориентированную на такую формулировку основных понятий и закономерностей этого подхода, которая допускала бы максимально ясную интерпретацию и, следовательно, могла быть средством не только описания и осмысления природы реально существующих производственных систем, но и их синтеза, их реализации в виде моделей. Для решения возникающих при этом проблем в работе объединяются с помощью тензорных методов понятия, заимствованные из различных разделов теории организационно-технических структур (ОТС).

Совокупность результатов, полученных в процессе системного анализа ОТС, позволяет сформулировать основу концепции организации производственных систем, суть которой состоит в том, что фиксированная система или компоненты этой системы (техно-

логические ячейки, линии, производственные участки, цеха и т. д.) представляют совокупность относительно константных отношений между частями целого, каждой из которых присуща частная функция, а технологический процесс изготовления объектов производства есть процесс формирования целостного объекта, характеризуемого общей функцией.

В основу предлагаемого подхода, отвечающего на вопросы, поставленные практикой, и снимающего объективные организационно-технические и математические трудности, положены геометрическое представление организационно-технических проблем производства и тензорная методология, сформированная на базе работ Г. Крона (понятие тензора преобразования, групповое свойство, инвариантность) [1]. Переход от организационно-технической проблемы к геометрической интерпретации осуществляется введением гипотетического пространства, системы координат, а также точных геометрических эквивалентов организационных понятий и процессов.

Система введения и использования этих понятий образует основу изучения ОТС, представляемых сетями, включающими множество компонент этих систем.

Математическая формулировка задач и целей обеспечивается основной гипотезой: любой производственный процесс есть процесс преобразования исходных материалов в организационно-техническом пространстве, заданном конкретной задачей, который может быть представлен тензорным уравнени-

ем преобразования, описывающим изменения не только систем координат, но и пространства-структуры, в которое вложены системы координат.

Основные идеи в теории представлений ОТС определены следующим образом. Все многообразие производственных объектов рассматривается, с одной стороны, как сложные геометрические фигуры (пространственная структура ОТС), а с другой, как набор компонентов (стенды, стапели, обрабатывающие центры и т. п.).

Введем основные понятия опорного и свободного пространства компонента. Каждому компоненту  $k$  соответствует определенная характеристика  $n(k)$ , выражаемая неотрицательным целым числом. Физическая интерпретация этого числа - это максимальное число узлов, связывающих данный компонент с другими, входящими в объект, которые образуют сеть ОТС.

1. Для характеристики сети введен термин “количественная сложность” сети  $\Delta$ , через который определим состав реальной сети производственной системы:

$$\Delta = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \quad (1)$$

где правая часть представляет собой некоторое множество, не имеющее структуры.

2. Структура сети ОТС определяется множеством соединений, которое ограничивается лишь допустимыми соединениями  $\sigma$ . Тогда сеть компонент ОТС образуется применением  $\sigma$ -операций, под которыми понимается наложение на совокупности узлов компонент, образующих свободное пространство, геометрических конфигураций – структуры связей  $\beta$ , называемых цепями. При этом в свободном пространстве  $\beta \in \sigma$  - пустые, что позволяет ввести перечисление состава компонент ОТС.

3. Для полного описания состава и структуры компонента или ОТС определим следующий математический формализм. Все пространство в целом - континуальное множество точек  $N$ . Носителем физических свойств этого пространства служит дискретное подмножество  $M$ , каждая точка которого является не только геометрической, но и вещественной:

$$N = S_q \cup M_q; S_q \cap M_q = \emptyset; q = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где  $S_q$  - подмножество, дополнительное к  $M_q$ .

Индекс  $q$  имеет следующий смысл. Описание всего пространства через подпространства  $S_i$  и  $M_i$  оказывается только необходимым, но недостаточным, т. к. связность подпространства  $S_i$  нарушается тем, что дополняется подпространством  $M_i$ . Число подпространств, необходимых для полного описания пространства объекта или ОТС, определяется одним критерием: в конкретных задачах производства последнее из них ( $S_q \cup M_q$ ) должно описывать все соединения компонент, т.е. отражать сетевую структуру объекта или системы. Введем топологические эквиваленты физических понятий: компонент - нульмерный симплекс  $[\alpha_0]$ ; связь - одномерный симплекс  $[\alpha_0, \alpha_1]$ ; технологическая цепь - формально составленная сумма ориентированных одномерных симплексов

$$C^1 = a_1 S_1^1 + a_2 S_2^1 + \dots + a_\alpha S_\alpha^1, \quad (3)$$

где  $S_1^1, S_2^1, \dots, S_\alpha^1$  - одномерные ориентированные симплексы;  $a_1, a_2, \dots, a_\alpha$  - целые числа.

Границы одномерного симплекса  $S = \alpha_0, \alpha_1$  - связи и  $C^1$  - технологической цепи определяются соответственно формулами:

$$\partial S = \alpha_0 - \alpha_1, \quad (4)$$

$$\partial C^1 = \sum_{i=1}^{\alpha} a_i \partial S_i^1. \quad (5)$$

Любой компонент или ОТС как множество всех цепей в топологических эквивалентах определяется формулой

$$C^i(K) = \left\{ \sum_{k=1}^{\alpha} a_k S_k^1 \right\}. \quad (6)$$

4. Для использования тензорной методологии и индексных обозначений в предлагаемой концепции при представлении обобщенных компонент ОТС используется символ Кронекера  $\delta_{ik}$ , который вводит обобщенный компонент.

5. Различные типы преобразований (преобразования соединения в сети, потоков в сети), встречающиеся при производстве изделий, формализованы введением матри-

цы преобразований  $C_\alpha^\alpha$ . Тогда преобразования соединения будут выражаться формулой

$$M_A = CM'_A, \quad (7)$$

где  $M_A$  - конкретный объект;  $M'_A$  - обобщенный объект, описываемый через символ Кронекера;  $C = C_\alpha^\alpha$  - тензор соединения или преобразования сети и потоков, описываемых формулой

$$I = C_m^m I', \quad (8)$$

где  $I'$  - вектор потока в обобщенном компоненте,  $I$  - вектор потока в конкретном компоненте;  $C_m^m$  - матрица преобразования, показывающая соединение компонент ОТС.

Совокупность матриц преобразования представляет систему преобразования компонента

$$M = (C_1^1, C_2^2, \dots, C_n^n) \delta_{ik}. \quad (9)$$

6. В предлагаемом подходе отождествление математических формул с реальностью осуществляется с помощью системы аксиом, составляющих основу прикладной математической теории представлений компонент и ОТС в целом, а также процессов.

Система аксиом разбита на три группы и используется для определения триединства "пространство-преобразования-компоненты".

*Первая группа аксиом* - единство трех структур на базе общей цепи, состоящей из отдельных звеньев, обращает любой рассматриваемый производственный объект ОТС в геометрический комплекс  $K$ , который определяется, в зависимости от этого объекта, одной или несколькими формально составленными суммами ориентированных симплексов.

*Вторая группа аксиом* служит для формализации структур связности, где каждый элемент объекта или ОТС рассматривается как точка, представляющая собой чаще всего узел связей в структуре.

*Третья группа* описывает полную структуру связей, в которой учитываются все свойства этих связей.

Процесс создания изделий производства в ОТС или технологический процесс математически представляются  $n$ -мерной мат-

рицей, тензором преобразования  $C_i$  и формулой преобразования (уравнениями 7, 8) и описываются абстрактными операциями (сложение, умножение), которым дается определенная физическая и геометрическая интерпретация последовательности операций, производимых над изделием или в процессе выполнения технологических действий.

7. Понятия матриц преобразования  $C_i$  каждого этапа изменения структуры компонента ОТС или технологического процесса изготовления изделий производства, представлены результирующей матрицей

$C = \sum_{i=1}^n C_i$  на базе аддитивного языка и теории групп, положенных в основу формализации технологических действий над компонентами или ОТС в целом.

8. При формализации структур ОТС или ее компонент рассматриваются два фундаментальных компонента: простой компонент - объект в ОТС и особый компонент сети ОТС - технологическая связь. Множество всех простых компонент состоит из непересекающихся классов простых компонент  $A^\beta$ ,  $A^\beta \subset A$ , где  $\beta$  - общий индекс, индекс класса простых компонент  $A = \bigcup_\beta A^\beta$ ,  $A^\beta$  - непересекающиеся классы. Тогда производственная единица (производственный участок, обрабатывающий центр, рабочее место и т.п.) есть компонент ОТС, обладающий набором реальных элементов:

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}, \quad (10)$$

где  $A_i$  ( $i = 1, n$ ) - реальные элементы компоненты ОТС.

Простые компоненты и технологические связи характерны для всего множества производственных структур. Поэтому можно построить уравнение единицы структуры или ОТС на базе этих фундаментальных компонент и введенной геометризации проблем теории представлений, т. е. возможностью замены реальных компонентов их геометрическими эквивалентами, например, компонент (связь) - одномерным пространством, ограниченным точками, с помощью которых они включаются в сеть. Технологическая сеть реального компонента или ОТС в общем слу-

чае - сложное пространство-структура, которое может быть представлено через компанд-тензор [1], т. е. тензор, представляющий компонент или ОТС, состоящий из тензоров, описывающих относительно законченные образования (участок, стенд и т. п.). Компанд-тензор лежит в основе концепций компанд-сети, где каждый компонент, представленный одним символом, - сложная сеть [2, 3].

Введенное сложное пространство-структура, состоящее из различных видов подпространств-структур, комбинаторная топология и тензорная методология рассматриваются как набор взаимно и однозначно самосогласованных математических формализмов, предназначенных для решения уравнений, определяющих связь между подпространствами-структурами-преобразованиями и компонентами. В качестве фундаментального уравнения используется зависимость между сильными компонентами сети (графа)

$G = (A^0, F)$  объекта или ОТС, представляемыми порожденными подграфами  $G' = A^0 - R(a_k^0) \cap Q(a_k^0)$ , где  $A^0$  - множество точек,  $F$  - отображение множества  $A^0$  в  $A^0$ ,  $R(a_k^0)$  - достижимые множества точек  $A^0$ ,  $a_k^0 \in A^0$ ,  $Q(a_k^0)$  - контрадостижимое множество, и конечными ориентированными простыми цепями  $C_v = \sum_{v=1}^{\gamma} m_v a_v^i$ , которые представляют систему координат:

$$\cup \left\{ A^0 - R(a_k^0) \cap Q(a_k^0) = \sum_{v=1}^{\gamma} m_v a_v^0 \right. \quad (11)$$

## TENSORIAL METHODOLOGY OF REPRESENTATION IN THE THEORY OF ORGANIZATIONAL-TECHNICAL SYSTEMS

© 2002 A. N. Koptev, G. I. Korotnev

Samara State Aerospace University

In the article we suggest a method for the representation of organizational-technical systems (OTS) in range of complete and universal language - language of geometry and tensor G.Kron methodology. Transition from an organizational-technical problem to geometrical interpretation is realized by the introduction of structure hypothetical space, coordinate system and geometric equivalent of organizational concepts and processes. The main hypothesis provides mathematical statement of tasks and purposes. Identification between mathematical formulas and OTS and technological processes implements by axioms system.

Предложенная зависимость, рассмотренная в разных подпространствах-структурах, введенных выше для представления структур производственных объектов и ОТС в целом, формирует систему уравнений

$$\cup \left\{ A^{0(q)} - R(a_k^{0(q)}) \cap Q(a_k^{0(q)}) = \sum_{v=1}^{\gamma} m_v a_v^{0(q)} \right. \quad (12)$$

где  $q$  - индекс данного подпространства-структуры.

9. При использовании введенных пространств-структур  $S_q \cup M_q$  в каждом из них объект или система проявляется через некоторую структуру, определяемую технологическими компонентами с различной степенью детализации их представления в зависимости от поставленной задачи анализа или синтеза.

Тензорная методология дает возможность как объединенного исследования структур компонентов и процессов в ОТС, так и использования тензоров в технологии анализа и синтеза для моделирования сложных систем, таких как производственная система, технологический процесс производства и т. п.

### Список литературы

1. Крон Г. Тензорный анализ сетей. Пер. с англ./ Под ред. Л. Т. Кузина, П. Г. Кузнецова. М.: Сов. радио, 1978. 720 с.
2. Кузин Л. Т., Кузнецов П. Г., Петров А. Б. Тензорный анализ сетей Г. Крона и его роль в проектировании систем. В кн.: Г. Крон. Тензорный анализ сетей. М.: Сов. радио, 1978. С. 691-698.
3. Петров А. Е. Тензорная методология в теории систем. М.: "Радио и связь". 1985. 151 с.