

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ СБОРКИ ИЗДЕЛИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЕТАЛЕЙ

© 2019

- Ю. С. Елисеев** доктор технических наук, профессор, заведующей кафедрой производства летательных аппаратов и управления качеством в машиностроении; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
metallist@metallist-s.ru
- М. А. Болотов** кандидат технических наук, доцент кафедры технологий производства двигателей; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
maikl.bol@gmail.com
- В. А. Печенин** кандидат технических наук, ассистент кафедры технологий производства двигателей; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
vadim.pechenin2011@yandex.ru
- И. А. Грачев** аспирант; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
grachmalek2602@gmail.com
- Е. В. Кудашов** магистрант; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
KEV-fantom@yandex.ru

Разработана методика для расчёта параметров сборки деталей, основанная на создании действительных моделей их поверхностей. Для построения действительных моделей разработаны специальная методика анализа измеренных поверхностей и программное приложение. Анализ измерений включает в себя сглаживание выпадающих значений, упорядочивание сетки точек на поверхностях и дополнительное математическое базирование. Моделирование процесса сборки осуществляется в САЕ-пакете ANSYS. Приведены результаты расчётов для сборки двух деталей, соединяемых по плоским поверхностям с помощью болтового соединения. Проведён анализ полученных результатов, который показал возможность использования разработанной методики для прогнозирования параметров сборочных единиц газотурбинных двигателей. Определено направление дальнейших исследований, связанных с исследованием взаимосвязей между сборочными параметрами и влияющими факторами.

Сборочный параметр; прогнозирование; действительная модель; сопряжение; плоская и цилиндрическая поверхности; погрешность; САЕ-система.

Цитирование: Елисеев Ю.С., Болотов М.А., Печенин В.А., Грачев И.А., Кудашов Е.В. Прогнозирование погрешностей сборки изделий с использованием действительных моделей деталей // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 2. С. 128-137.
DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-128-137

Введение

Важнейшим показателем качества машиностроительных изделий является геометрическая точность машин, оказывающая существенное влияние на их эксплуатационные показатели. Повышение геометрической точности изделий и снижение их стоимости производства может быть достигнуто за счёт разработки, а также внедрения цифровых технологий в процессы проектирования и производства изделий. Перспек-

тивным подходом для улучшения процессов проектирования и производства высокотехнологичных изделий является разработка цифровых двойников объектов, которые являются цифровыми аналогами реальных объектов. Цифровые двойники объектов включают в себя комплекс математических моделей для решения различных задач. В контексте решения проблем достижения точности изделий важнейшей функцией цифровых двойников является прогнозирование и обеспечение геометрической точности размерных связей. Высокотехнологичные изделия включают в себя множество деталей, между которыми формируются размерные связи. Современные тенденции в разработке цифровых моделей заключаются в индивидуальном учёте особенностей объектов [1]. Существующий теоретический задел по прогнозированию точности сборочных и технологических размерных связей не отвечает всем требованиям, позволяющим выполнять разработку цифровых двойников изделий при учёте индивидуальных особенностей.

Таким образом, актуальной задачей является разработка математических моделей, позволяющих решать задачи размерно-точностного анализа и синтеза при учёте индивидуальных особенностей изделий. Индивидуальные особенности объектов проявляются в их геометрических отклонениях. Для достоверного прогнозирования геометрической точности необходимо учитывать сложный характер отклонений формы и расположения сопрягаемых поверхностей деталей. Следует отметить, что реальные поверхности деталей характеризуются сложной геометрией, которая может быть описана в параметрической или сплайновой формах. При учёте влияния реальной геометрии поверхностей математические модели позволяют учитывать характер сопряжений поверхностей и существенно повысить достоверность прогнозирования размерных параметров изделий [2].

В работе рассматривается создание методики, позволяющей на основании использования результатов контрольных измерений геометрии отдельных деталей проводить достоверное прогнозирование геометрических параметров их сборки.

Методика прогнозирования погрешностей сборочных параметров

На рис. 1 представлена блок-схема этапов методики прогнозирования сборочных параметров.

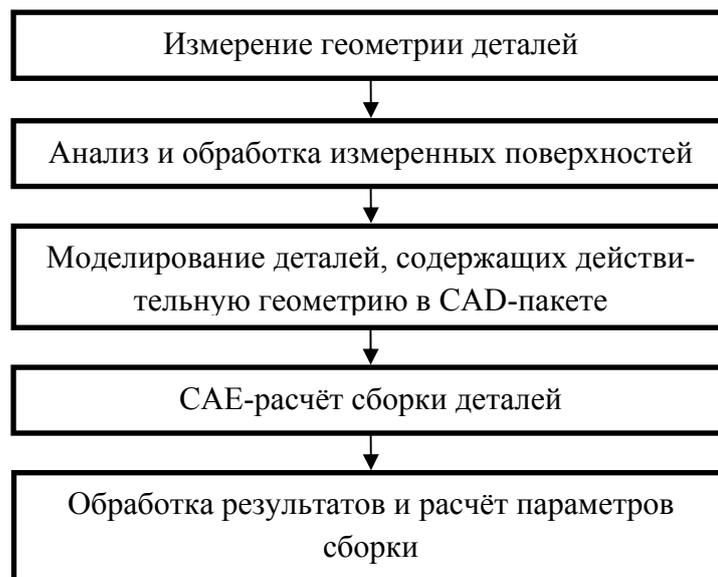


Рис. 1. Методика прогнозирования погрешностей сборочных параметров

Опишем этапы методики на примере сборки двух деталей – специально изготовленных имитаторов деталей «диск» и «проставка», собираемых при помощи болтовых соединений по торцевым поверхностям *A* и *Д* (рис. 2).

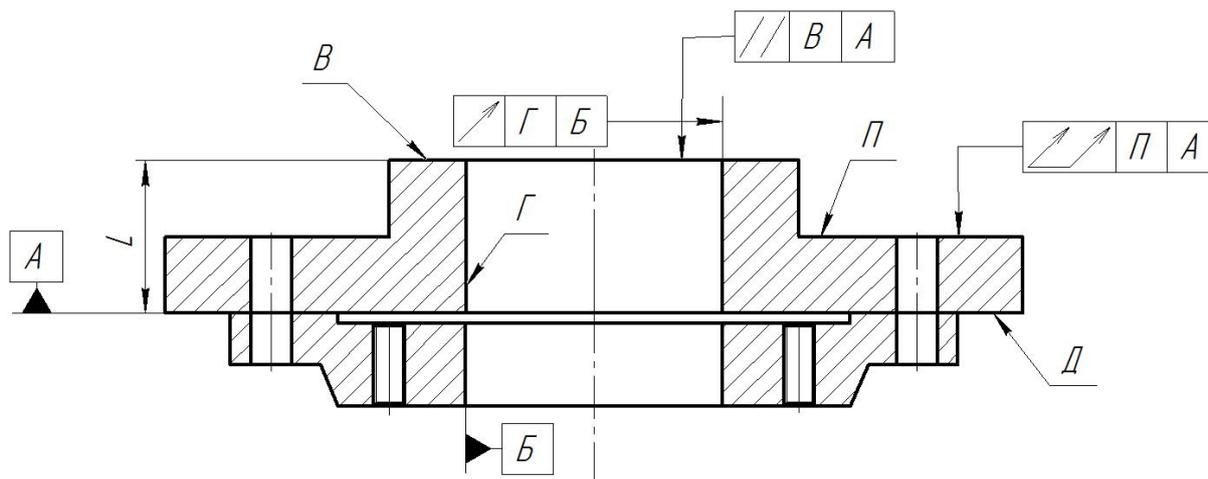


Рис. 2. Эскиз сборки двух деталей

Для рассматриваемой сборки ставится задача прогнозирования следующих параметров: параллельности $\delta_{\text{пар}}$ торца *B* относительно торца *A*; расстояния *L* между торцами *B* и *A*; радиального биения $\delta_{\text{рад.биен}}$ отверстия *Г* относительно *B*; торцевого биения $\delta_{\text{торц.биен}}$ торца *П* относительно *A*.

Измерение геометрии деталей. Поверхности деталей измерялись на координатно-измерительной машине (КИМ) ZEISS MMZ G 20/30/20 с использованием сканирующего датчика VAST gold.

В процессе измерения было получено следующее количество измеряемых точек: на сопрягаемых плоскостях 160-200 точек; на торце *П* 74 точки; на остальных контролируемых поверхностях и центральном отверстии диска по 8–20 точек. В экспериментах измерение граней *A*, *B*, *Г*, *Д* и *П* (рис. 2) производилось по сечениям. В случае цилиндрических поверхностей сечения представляют собой линии пересечения поверхности и плоскостей, перпендикулярных оси вращения. Для торцевых поверхностей сечения представляют собой линии пересечения поверхности и цилиндрических поверхностей, ось и центр которых совпадают с нормальным вектором плоскости. Таким образом, сечения представляют собой окружности. Координаты измеренных точек сохранялись в файлы *.txt для дальнейшего анализа.

Анализ и обработка измеренных поверхностей. Для проведения обработки измеренных данных координаты измеренных точек поверхностей загружались в программный пакет MATLAB. Обработка координат точек включает сглаживание выпадающих значений в измерениях и упорядочивание сетки точек на поверхностях, имеющих достаточно высокие отклонения формы. После внесения корректировок проводится математическое базирование. Рассмотрим подробнее эти три подзадачи анализа.

Координаты после измерения могут иметь «выпадающие» значения по причине наличия загрязнений на поверхности, неправильного срабатывания датчика и др. На аттестованном измерительном приборе такие значения встречаются редко. Например, при измерении 160 точек может набраться десять таких значений, величина которых может составить в среднем от 5 до 30 мкм и выше. Кроме того, присутствует случайная погрешность измерения, которая составляет незначительную величину до 2-3 мкм и

может быть отфильтрована. Для фильтрации таких значений на цилиндрических и плоских поверхностях сначала необходимо вписать в массив измеренных точек заменяющие элементы (соответственно «цилиндр» и «плоскость») по методу наименьших квадратов (МНК).

Для анализа возникающих отклонений формы отверстий и валов на первом этапе ось заменяющего элемента координаты грани детали выравнивается по направлению оси Z . На следующем этапе производится перевод координат точек (в плоскости сечения) в полярную систему координат. В случае цилиндрических граней центр системы координат переводится в центр вписанной окружности соответствующего сечения. Третьим этапом является фильтрация случайных компонентов отклонения и «выпадающих» величин. Для фильтрации использовался метод скользящей средней. Величины после фильтраций численно равны среднему арифметическому значений исходной функции за установленный период, которое вычисляется по формуле [3]:

$$SMA_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} p_{t-i},$$

где SMA_t – значение скользящего среднего в точке t ; n – количество значений исходной функции для расчёта скользящего среднего (сглаживающий интервал); p_{t-i} – значение исходной функции в точке $t-i$.

В случае цилиндрических граней операция фильтрации проводится для величин полярных радиусов B и G , а в случае торцевых граней A , D и H производится фильтрация координат точек вдоль оси Z . В случае грани B точки с выпадающими значениями удалялись из расчётов.

Вторая подзадача вытекает из необходимости сплайнового описания поверхностей. Кривые и поверхности сложной формы в CAD-системах и метрологическом обеспечении измерительного оборудования описываются сплайновыми уравнениями и представляются в порционном виде, т.е. похожем на лоскутное одеяло. Для описания поверхностей деталей, имеющих геометрические отклонения формы, использовались поверхности, образованные из бикубических порций (порции Кунса [4]). Описываемая поверхность представляет собой сегмент, соответствующий значениям параметров $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 1$. Порция Кунса образуется в результате сопряжения граничных сплайновых кривых и определяется выражением:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} u^i v^j, \quad (1)$$

где $P(u, v)$ – точка бикубической поверхности; a_{ij} – алгебраические векторные коэффициенты с компонентами x, y, z .

При сканировании точек в сечениях их количество в сечениях неодинаково. Кроме того, могут присутствовать области, где измерения произвести не удалось (места для закрепления или места, куда невозможно подвести измерительный наконечник). Для грани B (рис. 2) имитатора проставки этот факт не является критичным для дальнейших вычислений, так как отклонение формы носит малый характер, а для расчёта параметров $\delta_{нар}$ и L используются заменяющие элементы. Для остальных рассматриваемых граней требуется передать информацию об отклонениях в каждой точке. Поэтому было проведено создание сечений с одинаковым количеством точек для каждой грани с использованием имеющихся измеренных данных, прошедших предваритель-

ную фильтрацию. Для решения второй подзадачи анализа была использована кусочно-полиномиальная интерполяция (и при необходимости – экстраполяция) кубическими сплайнами значений координат вдоль оси Z сечений для торцевых граней и величин радиус-векторов для цилиндрических граней. Подход сплайн-экстраполяции на примере кривых в плоскости описан в [5]. Производится обратный перевод точек граней, прошедших фильтрацию, упорядочивание из полярной в декартову систему координат и возврат центра в исходное положение.

После проведения фильтрации требуется корректировка системы координат ввиду того, что выпадающие значения точек на базовых поверхностях деталей искажали вычисляемые параметры заменяющих элементов и вносили погрешности в вычисляемый центр системы координат и направление базовых осей. Ввиду этого в точки базовых элементов (A и B для имитатора диска, B и Γ для имитатора проставки) по методу МНК вписывались заменяющие элементы и производилось выравнивание всех измеренных точек деталей.

После проведения обработки данных координаты сохраняются в формат *.xlsx в структуре, приведённой в табл. 1.

В табл. 1 буква T обозначает «Точка», первая цифра после буквы T обозначает порядковый номер продольной кривой (направление u сплайновой поверхности из (1)), вторая цифра – порядковый номер поперечной кривой поверхности (направление v). Буквы X , Y и Z в скобках обозначают тип координаты точки.

Таблица 1. Структура файла с координатами точек для построения торцевой поверхности

$T_{11}(X)$	$T_{11}(Y)$	$T_{11}(Z)$	$T_{12}(X)$	$T_{12}(Y)$	$T_{12}(Z)$...	$T_{1M}(X)$	$T_{1M}(Y)$	$T_{1M}(Z)$
$T_{21}(X)$	$T_{21}(Y)$	$T_{21}(Z)$	$T_{22}(X)$	$T_{22}(Y)$	$T_{22}(Z)$...	$T_{2M}(X)$	$T_{2M}(Y)$	$T_{2M}(Z)$
...	
$T_{N1}(X)$	$T_{N1}(Y)$	$T_{N1}(Z)$	$T_{N2}(X)$	$T_{N2}(Y)$	$T_{N2}(Z)$...	$T_{NM}(X)$	$T_{NM}(Y)$	$T_{NM}(Z)$

Формат файла точек *.xlsx для загрузки и создания поверхности B имитатора проставки содержит таблицу, в каждой строке которой записаны координаты соответствующей точки.

Моделирование деталей, содержащих действительную геометрию в CAD-пакете. Для автоматизации процесса моделирования действительных поверхностей деталей был разработан программный продукт в модуле NX/Open API на языке программирования Visual Basic, работающий как полностью интегрированная «внутренняя» функция NX с расширением *.dll.

С использованием разработанного приложения и подготовленных на этапе анализа данных, сохранённых в файлах Excel, производится создание моделей деталей с действительными поверхностями по методике, включающей в себя три этапа.

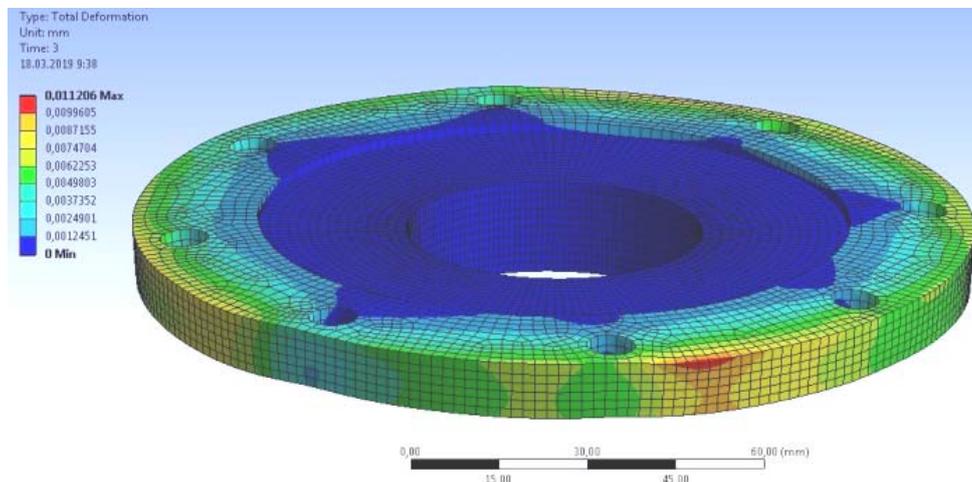
На первом этапе выполнялось построение номинальных моделей собираемых деталей. На втором этапе выполнялось автоматизированное построение действительных поверхностей по конечному множеству измеренных точек. На третьем этапе осуществлялось перестроение номинальных моделей путём добавления к ним действительных (модельных) поверхностей таким образом, чтобы они ограничивали контур детали и образовывали единое замкнутое тело. Детали из CAD-пакета NX сохраняются в формат *.x_t и производится импорт их геометрии в CAE-систему.

CAE-расчёт сборки деталей. В общем виде контакт сопрягаемых соответственно пар плоских поверхностей происходит по конечному множеству точек. Такие задачи являются контактными. Известны аналитические решения контактных задач поверхностей, не имеющих отклонения формы. В общем случае, для моделирования контактных задач поверхностей, имеющих отклонения формы, используется метод конечных эле-

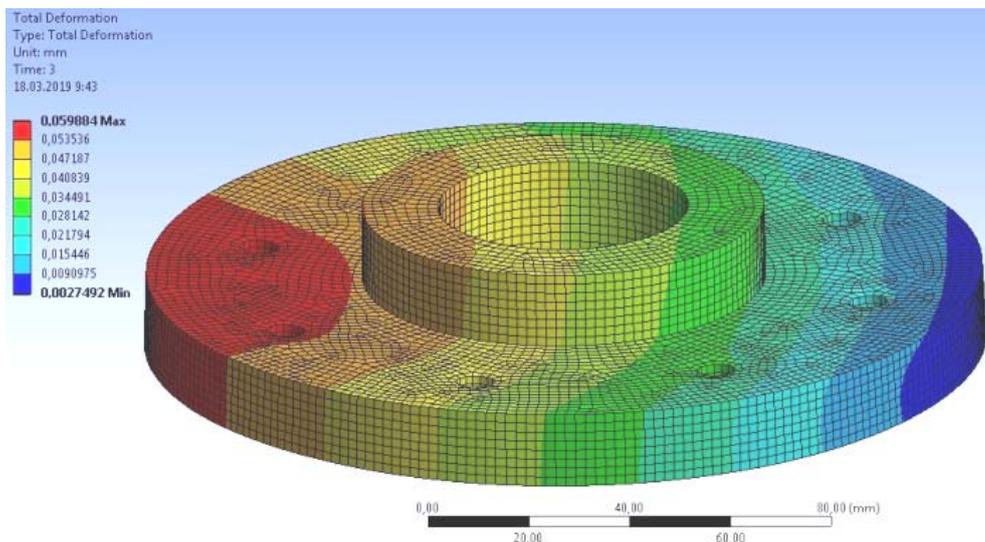
ментов. Для моделирования сборки цифровых двойников был использован САЕ-пакет ANSYS и применена методика, включающая следующие этапы:

1. Разбивка геометрии цифрового двойника на простейшие элементы для создания качественной гексагональной сетки на поверхностях деталей.
2. Задание контактных пар поверхностей.
3. Задание ограничений на смещение деталей.
4. Задание внешних силовых факторов.
5. Задание модели материала.
6. Выполнение расчёта, сохранение результатов.

В решаемой задаче задавалась высокая плотность разбиения сетки на контактирующих торцах имитаторов. Задавались параметры задач контакта у соединений «плоскость-плоскость», а также соответствующих контактирующих пар поверхностей болтовых соединений. Заданы условия ограничения шести степеней свободы у детали «имитатор проставка». В качестве силового фактора задавались условия затягивания болтовых соединений. Полученные в результате расчётов напряжённно-деформированные состояния в точках собранных деталей представлены на рис. 3.



a



б

Рис. 3. Напряжённно-деформированные состояния: *a* – диск; *б* – проставка

Результирующая модель сборки двух деталей сохраняется в файл формата *.stl. На последующем этапе выполняется обработка экспортированных файлов, в ходе которой вычисляются величины сборочных параметров.

Обработка результатов и расчёт параметров сборки. Файл формата *.stl содержит следующие данные: 1) $V_{g \times 3}$ матрица координат вершин сетки stl-модели; 2) $F_{m \times 3}$ матрица сочетаний вершин по три, образующих фасеты поверхностей; 3) $N_{m \times 3}$ матрица координат нормалей фасет. Для расчёта сборочных параметров необходимо выделить точки, принадлежащие отдельным граням тел. Был использован алгоритм поиска и уточнения фасет одной грани детали [6], реализованный в MATLAB. С использованием параметров заменяющих элементов «цилиндр» и «плоскость» для соответствующих поверхностей производится расчёт рассматриваемых параметров отклонения расположения, регламентируемых ГОСТ Р 53442-2009 [7].

Результаты

В результате измерения поверхностей деталей (рис. 2) было выявлено, что отклонение формы поверхностей *Б*, *В*, *Г* менее 5 мкм, поверхность *А* имеет отклонение 12 мкм, поверхность *П* – 25 мкм и поверхность *Д* – 31 мкм. Сходимость результатов моделирования с действительными параметрами $\delta_{нар}$, L , $\delta_{рад.биен}$, $\delta_{торц.биен}$, полученными в ходе сборки, оценивалась посредством вычисления абсолютных отклонений:

$$\Delta_a = P_m - P_{изм} \quad (2)$$

и относительных отклонений:

$$\Delta_{отн} = \frac{\Delta_a}{P_{изм}} \cdot 100\%, \quad (3)$$

где P_m – параметр, полученный в результате моделирования; $P_{изм}$ – измеренный параметр на координатно-измерительной машине.

В табл. 2 приведены измеренные в ходе экспериментов и полученные при моделировании параметры сборки. Всего было проведено шесть сборок, отличающихся разным угловым положением проставки относительно диска. Усилия затяжки болтов при сборке составили 10 Н.

Таблица 2. Параметры сборки, полученные при моделировании и измерении (1 – измерение, 2 – моделирование)

Угол, град	$\delta_{нар}$, мм		L , мм		$\delta_{рад.биен}$, мм		$\delta_{торц.биен}$, мм	
	1	2	1	2	1	2	1	2
359,78	0,029	0,026	30,033	30,057	0,331	0,290	0,069	0,070
314,89	0,025	0,026	30,032	30,056	0,221	0,196	0,063	0,070
269,88	0,023	0,027	30,032	30,056	0,230	0,205	0,058	0,071
224,83	0,027	0,027	30,035	30,057	0,201	0,227	0,063	0,069
179,84	0,027	0,027	30,032	30,057	0,432	0,465	0,071	0,070
89,84	0,029	0,026	30,035	30,057	0,303	0,272	0,072	0,067

В табл. 3 приведены характеристики абсолютных (2) и относительных (3) отклонений результатов моделирования сборочных параметров от экспериментальных данных.

Таблица 3. Характеристики абсолютных и относительных отклонений результатов моделирования сборочных параметров от экспериментальных данных

Характеристика	$\delta_{\text{пар}}$		L		$\delta_{\text{рад. биен}}$		$\delta_{\text{торц. биен}}$	
	Δ_a , мм	$\Delta_{\text{отн}}$, %	Δ_a , мм	$\Delta_{\text{отн}}$, %	Δ_a , мм	$\Delta_{\text{отн}}$, %	Δ_a , мм	$\Delta_{\text{отн}}$, %
Среднее	-0,001	-1,79	0,023	0,08	-0,015	-5,14	0,004	6,67
Максимальное	0,003	13,84	0,025	0,08	0,033	13,24	0,013	21,84
Минимальное	-0,003	-9,93	0,020	0,07	-0,045	-12,46	-0,005	-7,07
Размах	0,006	23,77	0,005	0,02	0,078	25,70	0,018	28,91

Анализируя полученные результаты, можно отметить, что присутствует постоянная погрешность при определении расстояния L . Погрешность прогноза торцевого биения $\delta_{\text{торц. биен}}$ не превысила 15% и только в одном случае составляет 22%.

Полученные расхождения результатов моделирования и сборки можно объяснить следующими причинами: 1) погрешностями измерения и создания моделей поверхностей деталей; 2) принятыми допущениями при разработке модели прогнозирования сборочных параметров деталей.

Заключение

Разработанная методика расчёта сборочных параметров, основанная на учёте действительной геометрии деталей, позволяет прогнозировать возникающие погрешности окончательной сборки на стадии контрольных операций отдельных деталей и сократить трудоёмкость процесса за счёт исключения ложных сборок. Действительные поверхности деталей характеризуются сложной геометрией, которая может быть описана в параметрической или сплайновой формах.

Разработаны методика построения действительных моделей поверхностей по результатам координатных измерений и программа для анализа результатов расчёта параметров сборки в САЕ-пакете ANSYS.

Новизна предложенного решения задачи прогнозирования состоит в том, что моделирование сборки осуществляется с использованием действительных поверхностей деталей, полученных непосредственно по результатам их измерений.

Разработанные решения позволяют выполнить исследования взаимосвязей между параметрами точности размерных связей изделий и сопрягаемых поверхностей деталей.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации в рамках реализации программы повышения конкурентоспособности Самарского университета среди мировых ведущих научно-образовательных центров на 2013-2020 годы. Экспериментальные исследования были выполнены на оборудовании ЦКП САМ-технологий (RFMEFI59314X0003).

Библиографический список

1. Baturin O.V., Popov G.M., Kolmakova D.A., Novikova Y.D. The best model for the calculation of profile losses in the axial turbine // Journal of Physics: Conference Series. 2017. V. 803, Iss. 1. DOI: 10.1088/1742-6596/803/1/012017
2. Архипов А.Н., Бугряшова Е.В., Равикович Ю.А., Савин Р.А., Терентьев В.В., Шевяков А.О. Автоматизированное построение модели рабочей лопатки вентилятора по данным измерений профиля в САД-системе // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 4. С. 7-17. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-7-17

3. Грешилов А.А., Стакун В.А., Стакун А.А. Математические методы построения прогнозов. М.: Радио и связь, 1997. 112 с.

4. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М.: Мир, 2001. 604 с.

5. Костинский А.С. О принципах сплайн-экстраполяции геофизических данных // Доклады национальной академии наук Украины. 2014. № 2. С. 111-117. DOI: 10.15407/dopovidi2014.02.111

6. Stepanenko I.S., Pechenin V.A., Ruzanov N.V., Khaimovich A.I. Technique of increasing the accuracy of GTE parts manufactured by selective laser melting // Journal of Physics: Conference Series. 2018. V. 1096, Iss. 1. DOI: 10.1088/1742-6596/1096/1/012143

7. ГОСТ Р 53442-2009. Основные нормы взаимозаменяемости. Характеристики изделий геометрические. Допуски формы, ориентации, месторасположения и биения. М.: Стандартинформ, 2010. 51 с.

PREDICTION OF PRODUCT ASSEMBLY ERRORS USING REAL PART MODELS

© 2019

Yu. S. Yeliseev Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of the Department of Aircraft Production and Quality Control in Mechanical Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; metallist@metallist-s.ru

M. A. Bolotov Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Engine Production Technology; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; maikl.bol@gmail.com

V. A. Pechenin Candidate of Science (Engineering), Assistant of the Department of Engine Production Technology; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; vadim.pechenin2011@yandex.ru

I. A. Grachev Postgraduate Student; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; grachmalek2602@gmail.com

E. V. Kudashov Master's Degree Student; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; KEV-fantom@yandex.ru

A method has been developed for calculating the parameters for assembling parts based on the creation of real models of their surfaces. For the construction of actual models, a special method for analyzing the measured surfaces and a software application were developed. Measurement analysis includes smoothing outliers, ordering the grid of points on the surfaces, and additional mathematical referencing. The assembly process is modeled in the ANSYS. The results of calculations for the assembly of two parts joined at their flat surfaces by means of a bolted joint are given. The analysis of the obtained results was carried out. It showed the possibility of using the developed methodology for predicting the parameters of gas turbine engine assembly units. The line of further research related to the study of the relationship between assembly parameters and influencing factors has been determined.

Assembly parameter; prediction; real model; conjugation; flat and cylindrical surfaces; error; CAE system.

Citation: Yeliseev Yu.S., Bolotov M.A., Pechenin V.A., Grachev I.A., Kudashov E.V. Prediction of product assembly errors using real part models. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 2. P. 128-137. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-128-137

References

1. Baturin O.V., Popov G.M., Kolmakova D.A., Novikova Y.D. The best model for the calculation of profile losses in the axial turbine. *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. V. 803, Iss. 1. DOI: 10.1088/1742-6596/803/1/012017
2. Arkhipov A.N., Bugrjashova E.V., Ravikovich Yu.A., Savin R.A., Terentjev V.V., Shevjakov A.O. Automated construction of a fan blade model according to data of CAD profile measurements. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 4. P. 7-17. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-7-17. (In Russ.)
3. Greshilov A.A., Stakun V.A., Stakun A.A. *Matematicheskie metody postroeniya prognozov* [Mathematical methods for making predictions]. Moscow: Radio i Svyaz' Publ., 1997. 112 p.
4. Rogers D.F., Adams J.A. *Mathematical elements for computer graphics*. New York: McGraw-Hill, 1990. 611 p.
5. Kostinsky A.S. On the principles of a spline extrapolation concerning geophysical data. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*. 2014. No. 2. P. 111-117. DOI: 10.15407/dopovidi2014.02.111. (In Russ.)
6. Stepanenko I.S., Pechenin V.A., Ruzanov N.V., Khaimovich A.I. Technique of increasing the accuracy of GTE parts manufactured by selective laser melting. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. V. 1096, Iss. 1. DOI: 10.1088/1742-6596/1096/1/012143
7. GOST R 53442-2009. Basic norms of interchangeability. Geometrical product specifications. Tolerances of form, orientation, location and run-out. Moscow: Standartinform Publ., 2010. 51 p. (In Russ.)