УДК 629.7

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-7-20

ВОЗМУЩЁННОЕ ДВИЖЕНИЕ ГИПЕРЗВУКОВОГО САМОЛЁТА ПРИ НАБОРЕ ВЫСОТЫ

© 2019

доктор технических наук, профессор, советник при ректорате; В. Л. Балакин

Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королёва;

balakin.vl@ssau.ru

кандидат технических наук, старший научный сотрудник; М. М. Крикунов

Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королёва;

krikunov.mm@ssau.ru

Рассмотрено возмущённое движение гиперзвукового самолёта при наборе высоты. В качестве возмущений приняты отклонения плотности атмосферы от стандартных значений и отклонения коэффициентов аэродинамических сил от номинальных значений. Проведено моделирование возмущённого движения гиперзвукового самолёта с оптимальной программой угла атаки, полученной для стандартной атмосферы и номинальных аэродинамических характеристик. Определены отклонения конечных условий возмущённого движения от заданных значений скорости, высоты и угла наклона траектории. Для возмущённого движения методом принципа максимума Понтрягина решена задача о минимуме массы топлива, затрачиваемой на набор высоты с разгоном до гиперзвуковой скорости. Определены оптимальные программы угла атаки, оптимальные траектории движения и конечные значения массы гиперзвукового самолёта. Проведён сравнительный анализ оптимальных программ управления и траекторий движения, полученных для невозмущённого и возмущённого движения.

Гиперзвуковой самолёт; набор высоты; разгон; программа угла атаки; атмосферные возмущения; аэродинамические возмущения; оптимальное управление; минимум массы топлива; метод принципа максимума.

<u>Щипирование:</u> Балакин В.Л., Крикунов М.М. Возмущённое движение гиперзвукового самолёта при наборе высоты // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 2. C. 7-20. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-7-20

Введение

В работе авторов [1] для гиперзвукового самолёта (ГС) были получены оптимальная программа управления углом атаки и соответствующая ей траектория набора высоты с минимальным расходом топлива. Расходы топлива при оптимальном управлении оказались меньше, чем при «традиционном» подходе [2-4], когда с целью максимизации удельного импульса (оптимизации работы двигательной установки) задаётся типовой профиль полёта по линии максимального скоростного напора. Это объясняется более эффективным использованием аэродинамических характеристик ГС при прямом управлении углом атаки.

Результаты, приведённые в [1], были получены для невозмущённого движения, т.е. при стандартной плотности атмосферы и номинальных аэродинамических характеристиках гипотетического ГС. В дальнейшем соответствующую оптимальную программу угла атаки будем называть «номинальной».

Возникают следующие два вопроса.

Первый вопрос сформулируем следующим образом: как отклонения плотности атмосферы от стандартных значений (в дальнейшем «атмосферные» возмущения) и отклонения аэродинамических характеристик от номинальных значений (в дальнейшем «аэродинамические» возмущения) влияют на конечные условия движения ГС при использовании оптимальной «номинальной» программы управления?

Второй вопрос сформулируем следующим образом: как атмосферные и аэродинамические возмущения влияют на оптимальные программы управления углом атаки и соответствующие им траектории набора высоты ГС с минимальным расходом топлива?

Поэтому основной целью работы является получение и анализ оптимальных программ управления и траекторий движения ΓC при атмосферных и аэродинамических возмущениях.

Модель возмущённого движения

Модель возмущённого движения включает в себя уравнения движения, учитывающие атмосферные и аэродинамические возмущения; граничные условия движения; управление и характеристики Γ С.

Уравнения движения ΓC с воздушно-реактивным двигателем в траекторной системе приведены в [1].

Начальные и конечные граничные условия движения записываются в виде

$$t = t_{n} : V = M_{n} a(h_{n}), \ \theta = \theta_{n}, \ h = h_{n}, \ m = m_{n};$$

$$t = t_{n} : V = M_{n} a(h_{n}), \ \theta = \theta_{n}, \ h = h_{n},$$
(1)

где V — скорость; θ — угол наклона траектории; h — высота полёта; m — масса; $M_{\mu}, M_{\kappa}, \theta_{\mu}, \theta_{\kappa}, h_{\mu}, h_{\kappa}, m_{\mu}$ — заданные числа; a — скорость звука.

На рассматриваемом участке набора высоты в начальный момент времени $t_{\scriptscriptstyle H}$ фиксированы начальные скорость (число Маха М), угол наклона траектории, высота и масса. При нефиксированном конечном времени $t_{\scriptscriptstyle K}$ значения скорости (6 М) и высоты (30 км) определяются возможностями используемой двигательной установки (ДУ). Конечный угол наклона траектории равен нулю, что соответствует дальнейшему крейсерскому горизонтальному полёту Γ С.

В качестве функции управления принята программа угла атаки при ограничениях

$$\alpha_{\min} \le \alpha(t) \le \alpha_{\max},$$
 (2)

где α_{\min} и α_{\max} – соответственно минимальный и максимальный угол атаки.

Массовые, геометрические и аэродинамические характеристики ГС приняты согласно [3;4].

Высотно-скоростные характеристики и секундный расход топлива приняты согласно [5].

Имеется ограничение на скоростной напор:

$$q = \frac{\rho V^2}{2} \le q_{\text{max}},\tag{3}$$

где ρ — плотность атмосферы; $q_{\rm max}$ — максимальное значение, принятое равным 63.5 КПа.

Рассмотрим принятые модели возмущений. Для расчётов атмосферных возмущений использована универсальная модель отклонений плотности атмосферы [6]:

$$\rho(h) = \rho_{cm}(h) + \xi \sigma_{\rho}(h), \tag{4}$$

где плотность атмосферы $\rho(h)$ представляется как нормальная случайная функция высоты h, математическое ожидание $\rho_{cm}(h)$ вычисляется в соответствии со стандартной атмосферой, величина ξ – нормально распределённая случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной единице. Среднее квадратическое отклонение $\sigma_{\sigma}(h)$ определяется соотношением:

$$\sigma_{\rho}(h) = \sigma_{\rho 0} \exp\left(-0.15 \cdot 10^{-3} h\right),\tag{5}$$

где $\sigma_{\rho 0} = 0.05 \text{ кг/м}^3$ — средняя величина, соответствующая условиям на нулевой высоте [6].

Действительные значения возмущений аэродинамических характеристик (AX) для гипотетического ГС неизвестны. Влияние отклонений АХ на конечные условия движения исследовалось при моделировании движения ГС с коэффициентами аэродинамических сил, изменёнными следующим образом:

$$C_{va} = C_{va0} \left(1 + \Delta C_{va} \right), \tag{6}$$

$$C_{xa} = C_{xa0} \left(1 + \Delta C_{xa} \right). \tag{7}$$

Здесь C_{ya}, C_{xa} — соответственно «возмущённые» коэффициенты подъёмной силы и лобового сопротивления; C_{ya0}, C_{xa0} — соответственно номинальные коэффициенты подъёмной силы и лобового сопротивления; $\Delta C_{ya}, \Delta C_{xa}$ — отклонения «возмущённого» коэффициента от номинального значения.

Моделирование возмущённого движения при оптимальной «номинальной» программе управления

Атмосферные возмущения. При моделировании возмущённого движения ГС использовались следующие значения входящей в (4) нормально распределённой случайной величины ξ : -1,-2,-3,-4,-5,5 и 1, 2, 3, 4, 5,5. Значения ξ = -5,5 и ξ = 5,5 соответствуют предельно «разреженной» и предельно «плотной» атмосфере.

Оптимальная «номинальная» программа управления приведена на рис. 1.

Результаты моделирования возмущённого движения ГС в виде траекторий набора высоты с разгоном (в координатах $h\!-\!M$) приведены для «разреженной» и «плотной» атмосферы соответственно на рис. 2, 3.

В табл. 1, 2 приведены отклонения конечных условий возмущённого движения от заданных значений $M_{\kappa}, \theta_{\kappa}, h_{\kappa}$. Возмущения атмосферы представлены коэффициентом ξ ; ΔM , $\Delta \theta$, Δh — соответственно отклонения по скорости (числу Маха), углу наклона траектории и высоте.

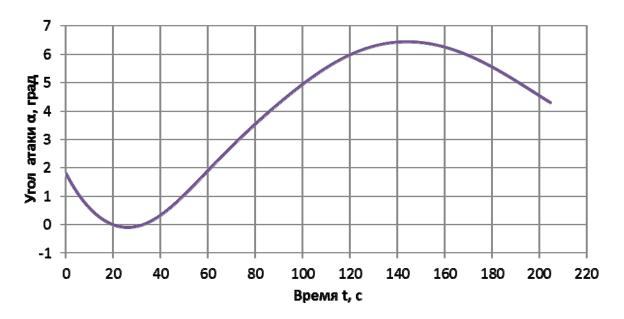


Рис. 1. Оптимальная «номинальная» программа угла атаки

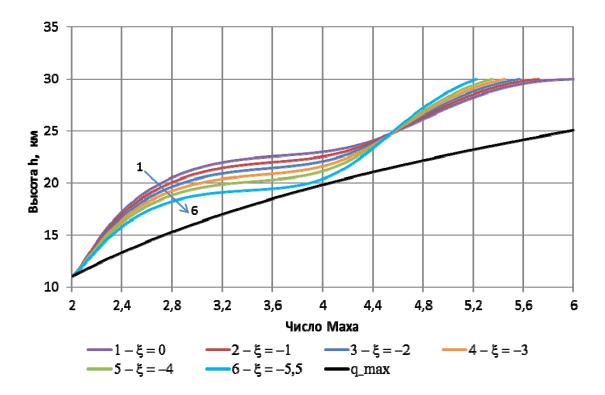


Рис. 2. Траектории набора высоты с разгоном при «разреженной» атмосфере

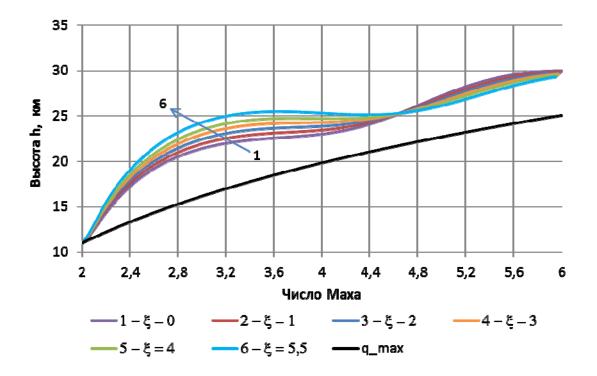


Рис. 3. Траектории набора высоты с разгоном при «плотной» атмосфере

Таблица 1. Отклонения конечных условий возмущённого движения при «разреженной» атмосфере

| ξ | -1 | -2 | -3 | -4 | -5,5 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ΔM | -0,28 | -0,43 | -0,55 | -0,65 | -0,78 |
| $\Delta \theta$, град | 1,1 | 1,7 | 2,3 | 2,8 | 3,6 |

Таблица 2. Отклонения конечных условий возмущённого движения при «плотной» атмосфере

| ξ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5,5 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ΔM | -0,01 | -0,02 | -0,03 | -0,04 | -0,05 |
| $\Delta\theta$, град | 0,3 | 0,6 | 1 | 1,3 | 1,8 |
| Дh, м | -131 | -259 | -385 | -509 | -697 |

Из рис. 2 и табл. 1 следует, что для «разреженной» атмосферы гиперзвуковой самолёт достигает заданной конечной высоты полёта с положительным углом наклона траектории. ГС не достигает заданной конечной скорости (числа М), и чем «разреженней» атмосфера, тем больше недостаток скорости. Из рис. 3 и табл. 2 следует, что для «плотной» атмосферы гиперзвуковой самолёт практически достигает заданной конечной скорости полёта при положительном угле наклона траектории. ГС не достигает заданной конечной высоты, и чем «плотнее» атмосфера, тем больше недостаток высоты.

Аэродинамические возмущения. При моделировании возмущённого движения ГС использовались следующие значения входящей в (6), (7) величины Δ : -0.01, -0.02, -0.03, -0.04, -0.05 и 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05. Значения Δ = -0.05 и Δ = 0.05 соответствуют предельным отклонениям АХ от номинальных значений. Оптимальная «номинальная» программа управления соответствует рис. 1.

Результаты моделирования возмущённого движения ГС в виде траекторий набора высоты с разгоном приведены на рис. 4, 5 для предельных отклонений AX.

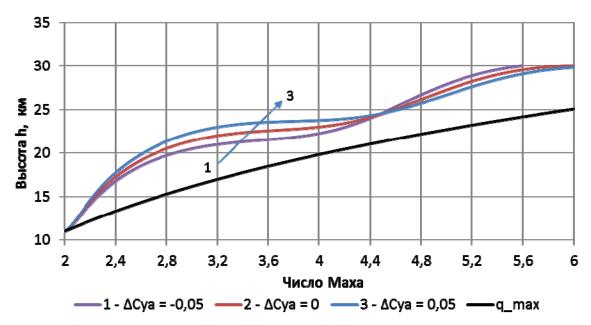


Рис. 4. Траектории набора высоты с разгоном при возмущениях коэффициента подъёмной силы

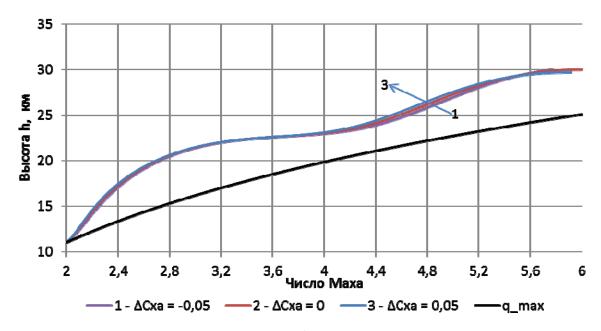


Рис. 5. Траектории набора высоты с разгоном при возмущениях коэффициента лобового сопротивления

В табл. 3, 4 приведены отклонения конечных условий возмущённого движения от заданных значений: M_{κ} , θ_{κ} , h_{κ} . Аэродинамические возмущения представлены коэффициентом Δ ; ΔM , $\Delta \theta$, Δh — соответственно отклонения по скорости (числу Маха), углу наклона траектории и высоте.

Таблица 3. Отклонения конечных условий возмущённого движения при отклонениях коэффициента подъёмной силы

| ΔC_{ya} | -0,05 | 0,05 |
|----------------------|-------|------|
| ΔM | -0,41 | 0 |
| $\Delta	heta$, град | 1,4 | 0,7 |
| Δh , M | 0 | -154 |

Таблица 4. Отклонения конечных условий возмущённого движения при отклонениях коэффициента лобового сопротивления

| ΔC_{xa} | -0,05 | 0,05 |
|----------------------|-------|-------|
| ΔM | -0,23 | -0,09 |
| $\Delta	heta$, град | 1,6 | -0,2 |
| Δh , M | 0 | -316 |

Из рис. 4 и табл. 3 следует, что при предельном уменьшении коэффициента подъёмной силы ГС достигает заданной конечной высоты полёта с положительным углом наклона траектории, но не достигает заданной конечной скорости (числа М). При предельном увеличении коэффициенты подъёмной силы ГС достигает заданной конечной скорости полёта при положительном угле наклона траектории, но не достигает заданной конечной высоты.

Из рис. 5 и табл. 4 следует, что при предельном уменьшении коэффициента лобового сопротивления ГС достигает заданной конечной высоты полёта с положительным углом наклона траектории, но не достигает заданной конечной скорости. При предельном увеличении коэффициента силы лобового сопротивления ГС не достигает ни заданной конечной скорости полёта, ни заданной конечной высоты.

Отметим, что все траектории набора высоты лежат выше линии максимального скоростного напора.

Оптимизация возмущённого движения

В качестве критерия оптимизации принята масса израсходованного топлива

$$m = m(t_{\kappa}) - m(t_{\kappa}), \tag{8}$$

которую необходимо минимизировать.

Требуется определить программу управления углом атаки $\alpha(t)$ для принятой системы уравнений движения в траекторной системе координат с граничными условиями (2), доставляющую минимум функционалу (8).

Задача оптимального управления, как и в [1], решалась с применением формализма принципа максимума Понтрягина [7].

Атмосферные возмущения. При атмосферных возмущениях задача оптимального управления решена для всех ранее указанных значений нормально распределённой случайной величины ξ . В качестве примера для предельно «разреженной» ($\xi = -5, 5$) и предельно «плотной» ($\xi = 5, 5$) атмосферы на рис. 6 приведены оптимальные программы управления угла атаки, на рис. 7 — траектории набора высоты с разгоном, на рис. 8 — зависимости угла наклона траектории от времени.

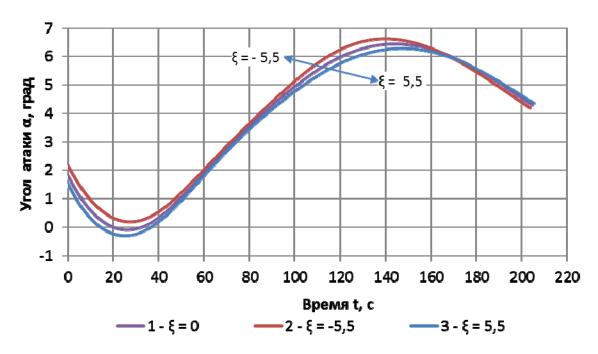


Рис. 6. Оптимальные программы угла атаки при атмосферных возмущениях

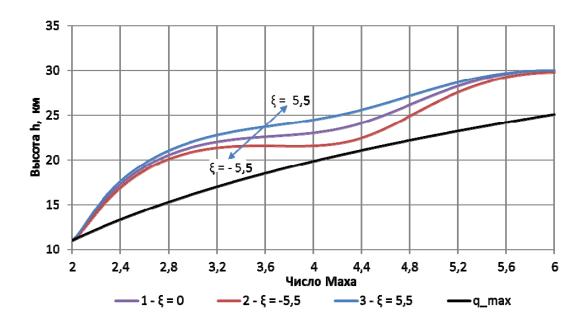
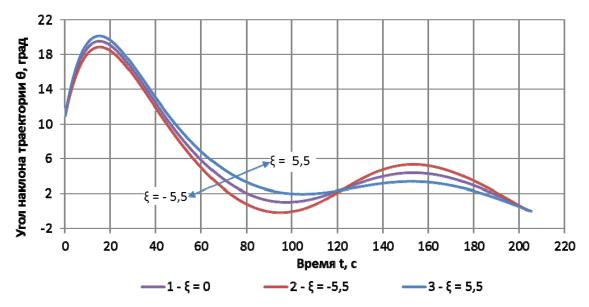


Рис. 7. Оптимальные траектории набора высоты с разгоном при атмосферных возмущениях



Puc. 8. Зависимость угла наклона траектории от времени для оптимальных траекторий набора высоты с разгоном при атмосферных возмущениях

Из рис. 6 следует, что для «разреженной» атмосферы углы атаки оптимальной «возмущённой» программы больше углов атаки «номинальной» программы. Это объясняется необходимостью увеличить коэффициент подъёмной силы для набора высоты в условиях «разреженной» атмосферы. Об этом свидетельствует и то, что траектория при «разреженной» атмосфере имеет меньшую высоту, чем «номинальная» траектория (рис. 7) и даже имеет небольшой рикошет (рис. 8) для обеспечения набора заданной конечной высоты.

Из рис. 6 следует, что для «плотной» атмосферы углы атаки оптимальной «возмущённой» программы меньше углов атаки «номинальной» программы. Это объясняется тем, что при большей плотности атмосферы ГС может достичь заданной конечной высоты при меньшем коэффициенте подъёмной силы. Уменьшение этого коэффициента приведёт и к благоприятному снижению коэффициента лобового сопротивления. Но даже при меньшем коэффициенте подъёмной силы траектория при «плотной» атмосфере имеет большую высоту, чем «номинальная» траектория (рис. 7). Отметим, что траектории набора высоты проходят выше линии максимального скоростного напора.

Конечные значения массы ΓC для оптимальных программ угла атаки приведены в табл. 5.

Таблица 5. Конечные значения массы ГС при атмосферных возмущениях

| ξ | 0 | -5,5 | 5,5 |
|-------|--------|--------|--------|
| т, кг | 278368 | 278505 | 278251 |

Из табл. 5 следует, что наибольшая конечная масса ГС и, следовательно, наименьшие затраты топлива на набор высоты с разгоном соответствуют «разреженной» атмосфере.

Аэродинамические возмущения. При аэродинамических возмущениях задача оптимального управления решена для всех ранее указанных значений отклонений коэффициентов подъёмной силы и лобового сопротивления.

В качестве примера для предельных отклонений коэффициентов подъёмной силы ΔC_{ya} на рис. 9 приведены оптимальные программы управления угла атаки, на рис. 10 – траектории набора высоты с разгоном.

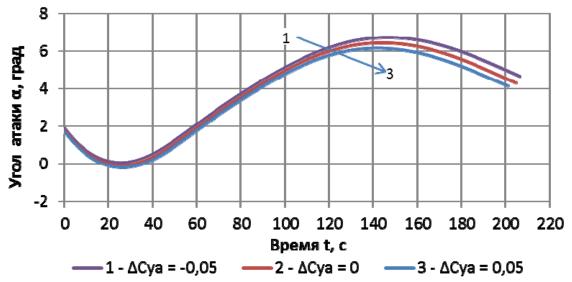


Рис. 9. Оптимальные программы угла атаки при возмущениях коэффициента подъёмной силы

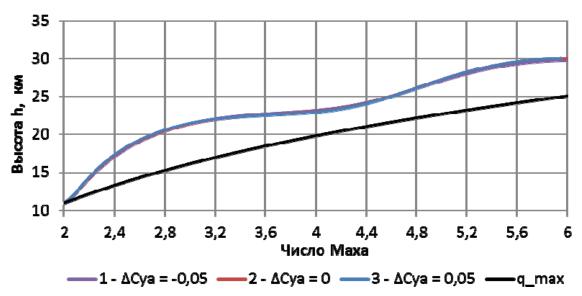


Рис. 10. Оптимальные траектории набора высоты с разгоном при возмущениях коэффициента подъёмной силы

Из рис. 9 следует, что для уменьшенного коэффициента подъёмной силы углы атаки оптимальной «возмущённой» программы больше углов атаки «номинальной» программы. Это объясняется необходимостью увеличить коэффициент подъёмной силы для набора высоты. Из рис. 9 следует, что для увеличенного коэффициента подъёмной силы углы атаки оптимальной «возмущённой» программы меньше углов атаки «номинальной» программы. Это объясняется тем, что ГС может достичь заданной конечной высоты при меньшем угле атаки. Это приведёт к благоприятному снижению коэффициента лобового сопротивления. Отметим, что «номинальная» и «возмущён-

ные» траектории набора высоты близки друг к другу и проходят выше линии максимального скоростного напора (рис. 10).

Конечные значения массы ΓC для оптимальных программ угла атаки приведены в табл. 6.

Таблица 6. Конечные значения массы ГС при изменении коэффициента подъёмной силы

| ΔC_{ya} | -0,05 | 0 | 0,05 |
|-----------------|--------|--------|--------|
| т, кг | 278257 | 278368 | 278600 |

Из табл. 6 следует, что наибольшая конечная масса соответствует лучшим аэродинамическим характеристика ГС – увеличению коэффициента подъёмной силы. Это косвенно свидетельствует о правильности решения задачи оптимизации.

В качестве примера для предельных отклонений коэффициентов лобового сопротивления ΔC_{xa} на рис. 11 приведены оптимальные программы управления угла атаки, на рис. 12 – траектории набора высоты с разгоном.

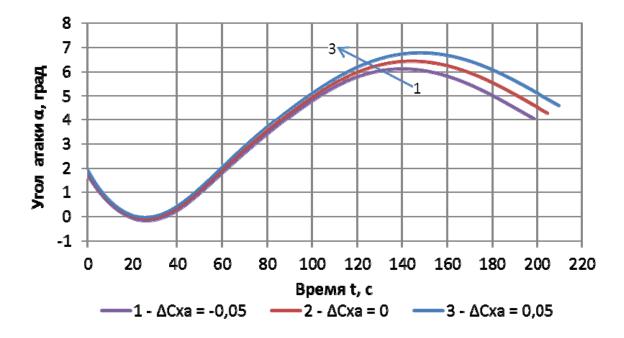


Рис. 11. Оптимальные программы угла атаки при возмущениях коэффициента лобового сопротивления

Из рис. 11 следует, что для увеличенного коэффициента лобового сопротивления углы атаки оптимальной «возмущённой» программы больше углов атаки «номинальной» программы. Это объясняется необходимостью увеличить коэффициент подъёмной силы для набора высоты в условиях усилившегося торможения ГС. Об этом свидетельствует и то, что «возмущённая» траектория имеет большую высоту, чем «номинальная» траектория (рис. 12), т.е. находится в более «разреженных» слоях атмосферы.

Из рис. 11 следует, что для уменьшенного коэффициента лобового сопротивления углы атаки оптимальной «возмущённой» программы меньше углов атаки «номинальной» программы. Это объясняется тем, что ГС может достичь заданной конечной высоты при меньшем угле атаки. Это приведёт к благоприятному снижению коэффициента

лобового сопротивления. Об этом свидетельствует и то, что «возмущённая» траектория имеет меньшую высоту, чем «номинальная» траектория (рис. 12), т.е. находится в более «плотных» слоях атмосферы.

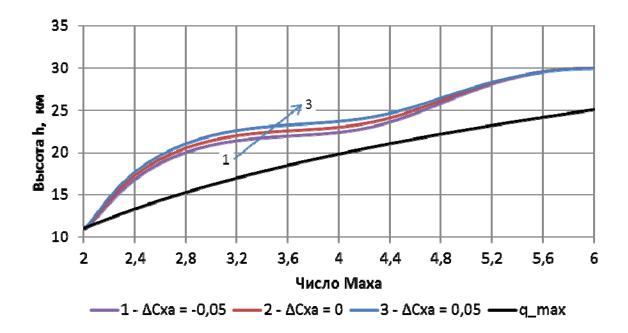


Рис. 12. Оптимальные траектории набора высоты с разгоном при возмущениях коэффициента лобового сопротивления

Отметим, что «номинальная» и «возмущённые» траектории набора высоты проходят выше линии максимального скоростного напора (рис. 12).

Конечные значения массы ΓC для оптимальных программ угла атаки приведены в табл. 7.

Таблица 7. Конечные значения массы ГС при изменении коэффициента лобового сопротивления

| ΔC_{xa} | -0,05 | 0 | 0,05 |
|-----------------|--------|--------|--------|
| т, кг | 278628 | 278368 | 278180 |

Из табл. 7 следует, что наибольшая конечная масса соответствует лучшим аэродинамическим характеристика ГС – уменьшению коэффициента лобового сопротивления. Это косвенно свидетельствует о правильности решения задачи оптимизации.

Заключение

Полученные для принятых атмосферных и аэродинамических возмущений оптимальные программы угла атаки имеют тот же характер, что и «номинальная» оптимальная программа.

Для «разреженной» атмосферы углы атаки оптимальной «возмущённой» программы больше углов атаки «номинальной» программы, а траектория имеет меньшую высоту, чем «номинальная» траектория. Для «плотной» атмосферы углы атаки опти-

мальной «возмущённой» программы меньше углов атаки «номинальной» программы, а траектория имеет большую высоту, чем «номинальная» траектория.

Для уменьшенного коэффициента подъёмной силы углы атаки оптимальной «возмущённой» программы больше углов атаки «номинальной» программы, а для увеличенного коэффициента подъёмной силы углы атаки оптимальной «возмущённой» программы меньше углов атаки «номинальной» программы. «Номинальная» и «возмущённые» траектории набора высоты близки друг к другу.

Для увеличенного коэффициента лобового сопротивления углы атаки оптимальной «возмущённой» программы больше углов атаки «номинальной» программы, а траектория имеет большую высоту, чем «номинальная» траектория. Для уменьшенного коэффициента лобового сопротивления углы атаки оптимальной «возмущённой» программы меньше углов атаки «номинальной» программы, а траектория имеет меньшую высоту, чем «номинальная» траектория.

Наибольшая конечная масса гиперзвукового самолёта при атмосферных возмущениях соответствует «разреженной» атмосфере, а при аэродинамических возмущениях – увеличению коэффициента подъёмной силы и уменьшению коэффициента лобового сопротивления.

Все траектории набора высоты находятся выше линии максимального скоростного напора.

Библиографический список

- 1. Балакин В.Л., Крикунов М.М. Анализ программ управления и траекторий движения гиперзвукового самолёта при наборе высоты // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 4. С. 18-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-18-26
- 2. Бузулук В.И. Оптимизация траекторий движения аэрокосмических летательных аппаратов. М.: ЦАГИ, 2008. 476 с.
- 3. Нечаев Ю.Н. Силовые установки гиперзвуковых и воздушно-космических летательных аппаратов. М.: Российская академия космонавтики, 1996. 214 с.
- 4. Нечаев Ю.Н., Полев А.С., Никулин А.В. Моделирование условий работы пароводородного РТД в составе силовой установки гиперзвукового летательного аппарата // Вестник Академии космонавтики. Научно-технические проблемы космонавтики. Выпуск 2. Материалы научных докладов на заседаниях направления в 1996-1997 гг. М.: Российская академия космонавтики, 1998. С. 159-191.
- 5. Бебяков А.А. Оптимальное управление углом атаки гиперзвукового летательного аппарата на этапе разгона-набора высоты в атмосфере // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2013. № 1 (39). С. 26-38. DOI: 10.18287/1998-6629-2013-0-1(39)-26-38
- 6. Школьный Е.П., Майборода А. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов. Л.: Гидрометеоиздат, 1973. 308 с.
- 7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с.

DISTURBED MOTION OF A HYPERSONIC VEHICLE IN CLIMB

© 2019

V. L. Balakin Doctor of Science (Engineering), Professor, University Administration Counselor;

Samara National Research University, Samara, Russian Federation;

balakin.vl@ssau.ru

M. M. Krikunov Candidate of Science (Engineering), Senior Research Associate;

Samara National Research University, Samara, Russian Federation

krikunov.mm@ssau.ru

Disturbed motion of a hypersonic vehicle in climb is analyzed. Deviations of atmospheric density from standard values and deviations of aerodynamic force coefficients from nominal values are taken as disturbances. Disturbed motion of a hypersonic vehicle with the optimum angle-of-attack schedule and nominal flight characteristics is modeled. Deviations of terminal conditions of disturbed motion from the target values of velocity, altitude and path inclination are determined. Using the method of Pontryagin's maximum principle the problem of fuel mass minimum consumed in hypersonic acceleration climb is solved for disturbed motion. Optimal angle-of-attack schedules, optimal flight paths and finite values of the hypersonic vehicle's mass are determined. Comparative analysis of optimal control programs and flight paths obtained for disturbed and undisturbed motion is carried out.

Hypersonic vehicle; climb; acceleration; angle-of-attack schedule; atmospheric disturbances; aerodynamic disturbances; optimal control; fuel mass minimum; maximum principle method.

<u>Citation:</u> Balakin V.L., Krikunov M.M. Disturbed motion of a hypersonic vehicle in climb. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 2. P. 7-20. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-7-20

References

- 1. Balakin V.L., Krikunov M.M. Analysis of control programs and flight paths of a hypersonic vehicle in climb. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2018. V. 17, no. 4. P. 18-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-18-26. (In Russ.)
- 2. Buzuluk V.I. *Optimizatsiya traektoriy dvizheniya aerokosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Optimization of aerospace vehicle flight paths]. Moscow: Central Aerohydrodynamic Institute Publ., 2008. 476 p.
- 3. Nechaev Yu.N. *Silovye ustanovki giperzvukovykh i vozdushno-kosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Power units of hypersonic and space-air vehicles]. Moscow: Rossiyskaya Akademiya Kosmonavtiki Publ., 1996. 214 p.
- 4. Nechaev Yu.N., Polev A.S., Nikulin A.V. Modelirovanie usloviy raboty parovodorodnogo RTD v sostave silovoy ustanovki giperzvukovogo letatel'nogo apparata. *Vestnik Akademii kosmonavtiki. Nauchno-tekhnicheskie problemy kosmonavtiki.* Vypusk 2. Materialy nauchnykh dokladov na zasedaniyakh napravleniya v 1996-1997 gg. Moscow: Rossiyskaya Akademiya Kosmonavtiki Publ., 1998. P. 159-191. (In Russ.)
- 5. Bebyakov A.A. Optimal control of the angle of attack of a hypersonic flight vehicle. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2013. No. 1 (39). P. 26-38. DOI: 10.18287/1998-6629-2013-0-1(39)-26-38. (In Russ.)
- 6. Shkol'nyy E.P., Mayboroda A. *Atmosfera i upravlenie dvizheniem letatel'nykh apparatov* [Atmosphere and aircraft motion control]. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ., 1973. 308 p.
- 7. Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical theory of optimal processes]. Moscow: Nauka Publ., 1983. 393 p.