

## ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ДЕТОНАЦИИ В КАНАЛАХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

© 2019

- А. В. Григорьев** генеральный конструктор;  
АО «ОДК-Климов», г. Санкт-Петербург;  
[klimov@klimov.ru](mailto:klimov@klimov.ru)
- О. А. Рудаков** кандидат технических наук, доцент, научный консультант;  
АО «ОДК-Климов», г. Санкт-Петербург;  
[klimov@klimov.ru](mailto:klimov@klimov.ru)
- А. В. Соловьёва** заместитель главного конструктора по перспективным научно-исследовательским работам;  
АО «ОДК-Климов», г. Санкт-Петербург;  
[klimov@klimov.ru](mailto:klimov@klimov.ru)

Представлены формулы газодинамического расчёта параметров детонации в каналах переменного сечения и показана диаграмма расчётной детонации. На диаграмме изображены характеристики детонации, пересжатой детонации и недосжатой детонации как функции приведённой скорости ударной волны от степени подогрева идеального газа в дозвуковом, одномерном потоке за ударной волной, распространяющейся по химически активной горючей смеси, и от степени геометрического расширения (сужения) канала. Расчётной детонацией названо распространение стационарной ударной волны, статическое давление которой в выходном сечении расширяющегося канала равно атмосферному. Это означает, что вся энергия скачка уплотнений на выходе из канала может быть превращена в политропическую работу расширения газа в детонационном двигателе. В противном случае при течении в режиме перерасширения из-за отрыва скачка внутри канала или в случае недорасширения часть энергии ударной волны будет потеряна. Решение уравнения полного импульса в геометрически расширяющемся канале выполнено заменой интеграла, описывающего силу тяги, на среднее интегральное значение эпюры статического давления, действующего на боковую стенку расширяющегося канала. Показано, что существование недосжатой ударной волны невозможно, так как движущаяся со сверхзвуковой скоростью ударная волна в сужающемся канале будет тормозиться до акустической скорости. Для её стабилизации необходимо подвести дополнительную теплоту для превращения сужающегося канала в канал квазипостоянного сечения, в котором может быть достигнут тепловой кризис, стабилизирующий ударную волну. Обосновано минимальное значение диаметра детонационной трубы 50 мм, ниже которого начинается резкое снижение полноты сгорания топлива. Результаты работы могут быть применены для расчёта параметров термодинамического цикла детонационного двигателя.

*Детонация; газодинамический расчёт; каналы переменного сечения.*

---

**Цитирование:** Григорьев А.В., Рудаков О.А., Соловьёва А.В. Газодинамический расчёт детонации в каналах переменного сечения // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 1. С. 42-54. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-42-54

В работе [1] представлен расчёт детонации в канале постоянного сечения с использованием газодинамических функций, результаты которого могут быть применены для оценки эффективности детонационного двигателя. Рассмотрим общий случай распространения стационарной ударной волны по горючей смеси в расширяющихся и в сужающихся каналах.

### Введение

Детонация в газах как газодинамический процесс представляет собой распространение по химически активной горючей газовой смеси ударной волны (адиабатического прямого скачка уплотнений), стационарность которой обеспечивается наступлением

теплового кризиса при подводе теплоты сгорания топлива к газу в дозвуковом потоке за скачком. При этом приведённая скорость продуктов сгорания за волной равна критической ( $\lambda_3 = 1$ ). Параметры детонации определяются значением скорости распространения ударной волны  $\lambda_1$ . Физической моделью расчёта детонации является обратная схема явления, при которой газ протекает со сверхзвуковой скоростью к области детонации, а фронт волны неподвижен.

Иницируется сильная ударная волна, например электрическим разрядом или взрывом взрывчатого вещества, при котором выделение энергии в объёме исходного вещества происходит в десятки миллионов раз быстрее, чем при сгорании топлива. Для экспериментальных исследований на опытном стенде скачок уплотнений создаётся в ударной трубе, например, при начальном отношении давлений на диафрагме, равном 600.

Сильная ударная волна обеспечивает поджигание горючей смеси за волной газом с высокой температурой.

Горение горючей газовой смеси, помещённой в канал и воспламенённой с одного конца, происходит с изменением параметров газа в изохорном процессе по закону  $p/T = \text{const}$  и не является источником детонации, так как перемещающийся с большой скоростью фронт пламени в неподвижной горючей смеси не создаёт динамического давления. Для трубы постоянного сечения это явление эквивалентно тепловому неадиабатическому скачку. Возникновение адиабатических скачков уплотнений возможно только при сверхзвуковой скорости потока газа.

Математическая модель детонации описывается системой дифференциальных уравнений сохранения и переноса энергии, массы и количества движения.

В расчёте примем, что газ – идеальный, поток – одномерный, массовый расход газа постоянен (не учитывается расход горючего), тепловые потери полного давления в дозвуковом потоке за волной не учитываем из-за их малости по сравнению с волновыми потерями [1].

Механизм расчёта детонации определяется следующими основными необходимыми и достаточными условиями.

1. Наличием сильной ударной волны.

2. Термодинамической моделью детонации, которая устанавливает [1 – 3], что ударная волна всегда предшествует зоне выделения теплоты за ней; двухслойностью детонационной волны, состоящей из адиабатического скачка и зоны горения за ним. В самом скачке воспламенение смеси исключено из-за низкой статической температуры газа в скачке, равной входной. При этом заторможенная температура газа в скачке резко возрастает.

3. Критическим значением приведённой скорости потока продуктов сгорания за ударной волной  $\lambda_3 = 1$ , в результате чего скорость детонации снизится до минимального значения, соответствующего наступлению теплового кризиса при подводе теплоты за скачком [1; 3].

4. Минимальным значением статической температуры газа за ударной волной  $T_{2\min}$ , обеспечивающим надёжное воспламенение горючей смеси, по которой распространяется ударная волна.

Примем по опыту  $T_{2\min} = 1050$  К, что соответствует значению приведённой скорости ударной волны  $\lambda_1 = 2,1$  при начальной температуре горючей смеси  $T_1 = 288$  К.

### Методика расчёта

Запишем уравнение удельных импульсов для трёх сечений потока: перед ударной волной с индексом «1», за ударной волной с индексом «2», в сечении, где завершился процесс подвода теплоты, с индексом «3» (в обращённом течении) в расширяющемся канале:

$$Z(\lambda_3)\sqrt{T_3^*} = Z(\lambda_1)\sqrt{T_1^*} + P_{r,y0}\sqrt{\frac{k}{2(k+1)R}}, \quad (1)$$

где  $Z(\lambda) = \frac{1}{2}\left(\lambda + \frac{1}{\lambda}\right)$  – газодинамическая функция, приведённый полный импульс;

$\lambda = \frac{w}{a_{кр}}$  – приведённая скорость потока;  $w$  – скорость потока;  $a_{кр} = 18,3\sqrt{T^*}$ , для

$k = 1,4$  – критическая скорость звука;  $k$  – показатель адиабаты;  $T^*$  – полная температура газа;  $P_r$  – равнодействующая нормальных и касательных сил давления и сил тре-

ния по боковой поверхности канала;  $P_r = P_{r,y0}G = \int_{p_2}^{p_3} pdF - P_{mp}$ ;  $G = \text{const}$  – массовый расход газа;  $p$  – статическое давление потока;  $F$  – площадь поперечного сечения;  $P_{mp}$  – сила трения, которой пренебрегаем из-за малости.

Из теории ударной волны отметим, что

$$T_2^* = T_1^*; \lambda_2 = \frac{1}{\lambda_1}; Z(\lambda_1) = Z(\lambda_2); F_2 = F_1.$$

Преобразуем уравнение (1) с учётом следующего. В соответствии с механизмом детонации  $Z(\lambda_3) = 1$ . Разделим обе части уравнения на  $\sqrt{T_1^*} = \sqrt{T_2^*}$ . Представим ин-

теграл  $\int_{F_2}^{F_3} pdF = P_{cu}(F_3 - F_1)$ , где  $P_{cu}$  – среднее интегральное значение эпюры статического давления, действующего на боковую стенку канала. Вынесем за скобки  $F_3$ .

Обозначим  $n = \frac{F_2^*}{F_3^*}$ ;  $\theta = \frac{T_3^*}{T_2^*}$  – степень повышения полной температуры газа в зоне горения.

Запишем значение  $G = \frac{m_{кр}q(\lambda_3)p^*F_3}{\sqrt{RT_3^*}}$ , где  $m_{кр}$  – функция показателя адиабаты,

$k = 1,4$ ;  $q(\lambda_3) = 1$ , где  $q(\lambda)$  – газодинамическая функция, приведённая плотность потока массы;  $R$  – газовая постоянная.

Запишем  $\frac{P_{cu}}{p^*}K = \pi(\lambda)_{cu} K = b$ , где  $p^* = \text{const}$  – полное давление газа за ударной волной;  $K = 0,789$  для  $k = 1,4$ ;  $\pi(\lambda)_{cu}$  – газодинамическая функция, среднеинтегральное её значение.

После преобразований уравнения (1) получим формулу расчётной детонации при  $n > 1$ :

$$Z(\lambda_1) = Z(\lambda_2) = \sqrt{\theta} [1 - (1-n)b]. \quad (2)$$

Для случая  $n = 1$  получим следующее выражение для расчёта детонации в канале постоянного сечения [1]:

$$Z\left(\frac{1}{\lambda_1}\right) = \sqrt{\theta}. \quad (3)$$

Решая уравнение (3), получим:

$$\left(\frac{1}{\lambda_1}\right) = \sqrt{\theta} - \sqrt{\theta - 1},$$

$$\theta = \frac{\left(1 + \frac{1}{\lambda_1^2}\right)^2}{4 \frac{1}{\lambda_1^2}}. \quad (4)$$

Степень повышения полной температура газа  $\theta$  в зоне горения за ударной волной при наступлении теплового кризиса ( $\lambda_3 = 1$ ) может быть определена из уравнения сохранения энергии:

$$T_3^* - T_1^* = \frac{\eta}{C_p} \cdot \frac{H_u}{1 + \alpha L_0} \quad \text{или} \quad \frac{\theta - 1}{\tau(\lambda_1)} = \frac{\eta}{C_p} \cdot \frac{H_u}{T_1(1 + \alpha L_0)},$$

где  $\tau(\lambda_1)$  – газодинамическая функция;  $\lambda_1$  – приведённая скорость стационарной ударной (детонационной) волны;  $T_1$ , К – начальная температура горючей смеси;  $\eta$  – коэффициент использования теплоты;  $H_u$ , кДж/кг – низшая теплота сгорания топлива;  $C_p$ , кДж/кг К – средняя теплоёмкость продуктов сгорания;  $\alpha$  – коэффициент избытка окислителя;  $L_0$  – теоретически необходимое количество окислителя для полного сгорания 1 кг топлива.

Уравнение (4) для канала постоянного сечения ( $n = 1$ ) как функции  $\lambda_1 = f(\theta)$  представлено на диаграмме детонации (рис. 1).

Для  $n > 1$  получим расчёт пересжатой детонации по формуле (2).

Значение коэффициента  $b$  как функции  $n$  определим при совместном решении уравнения (2) для частного случая  $\theta = 1$  и уравнения сохранения массы для изоэнтропического течения в расширяющемся канале:

$$q\left(\frac{1}{\lambda_1}\right)_{\theta=1} = \frac{1}{n}.$$

По значению  $q\left(\frac{1}{\lambda_1}\right)_{\theta=1}$  для дозвукового потока находим  $\frac{1}{\lambda_1}$  и далее  $Z\left(\frac{1}{\lambda_1}\right) = Z(\lambda_1)$  при  $\theta = 1$ .

$$\text{Тогда } b = \frac{Z\left(\frac{1}{\lambda_1}\right)_{\theta=1} - 1}{-(1-n)}.$$

Каждому значению  $n$  будет соответствовать своё значение  $b$ . Задавая значением  $\lambda_1$  и зная  $b$ , определим по формуле (2) значение степени повышения температур  $\theta_{n>1}$ , соответствующее наступлению теплового кризиса:

$$\theta_{n>1} = \left( \frac{Z(\lambda_1)}{1 - (1-n)b} \right)^2. \quad (5)$$

Задавая значением  $\theta$  и зная  $b$ , определим по формуле (2) приведённую скорость стационарной ударной волны  $\lambda_{n>1}$ , перемещающейся по каналу ( $n > 1$ , пересжатая ударная волна). Линии расчётной пересжатой детонации  $n > 1$  нанесены на диаграмму детонации (рис. 1). Они проходят левее линии детонации в канале постоянного сечения ( $n = 1$ ).

Приближённый расчёт детонации в сужающемся канале  $n < 1$  выполнен на основании следующих рассуждений. Ударная волна, перемещающаяся в канале  $n < 1$ , прекратит своё существование в связи с тем, что в большем сечении канала не выдержано третье условие механизма расчёта детонации:  $\lambda_3 = 1$ , так как волновое сопротивление велико, а стационарность ударной волны не обеспечена. Таким образом, существование недосжатой детонации невозможно, так как ударная волна, движущаяся со сверхзвуковой скоростью по каналу ( $n < 1$ ), будет тормозиться до акустической скорости.

Для стабилизации такой ударной волны необходимо превратить канал с  $n < 1$  в канал квазипостоянного сечения, компенсировав геометрическое воздействие тепловым.

Из уравнения сохранения массы имеем:

$$q\left(\frac{1}{\lambda_1}\right) = q(\lambda_2) = q(\lambda_3) \frac{F_3}{F_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\theta_1}}. \quad (6)$$

Условие

$$\frac{F_3}{F_2} = \sqrt{\theta_1} \text{ или } \theta_1 = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \quad (7)$$

характеризует повышение полной температуры продуктов сгорания при подводе дополнительной теплоты, которая обеспечивает существование канала квазипостоянного сечения и в котором при определённом значении  $\theta$  наступит тепловой кризис. Подведённая к газу дополнительная теплота сдвигает линию детонации  $n = 1$  вправо на диаграмме детонации (рис. 1) на величину  $\Delta\theta_1$ .

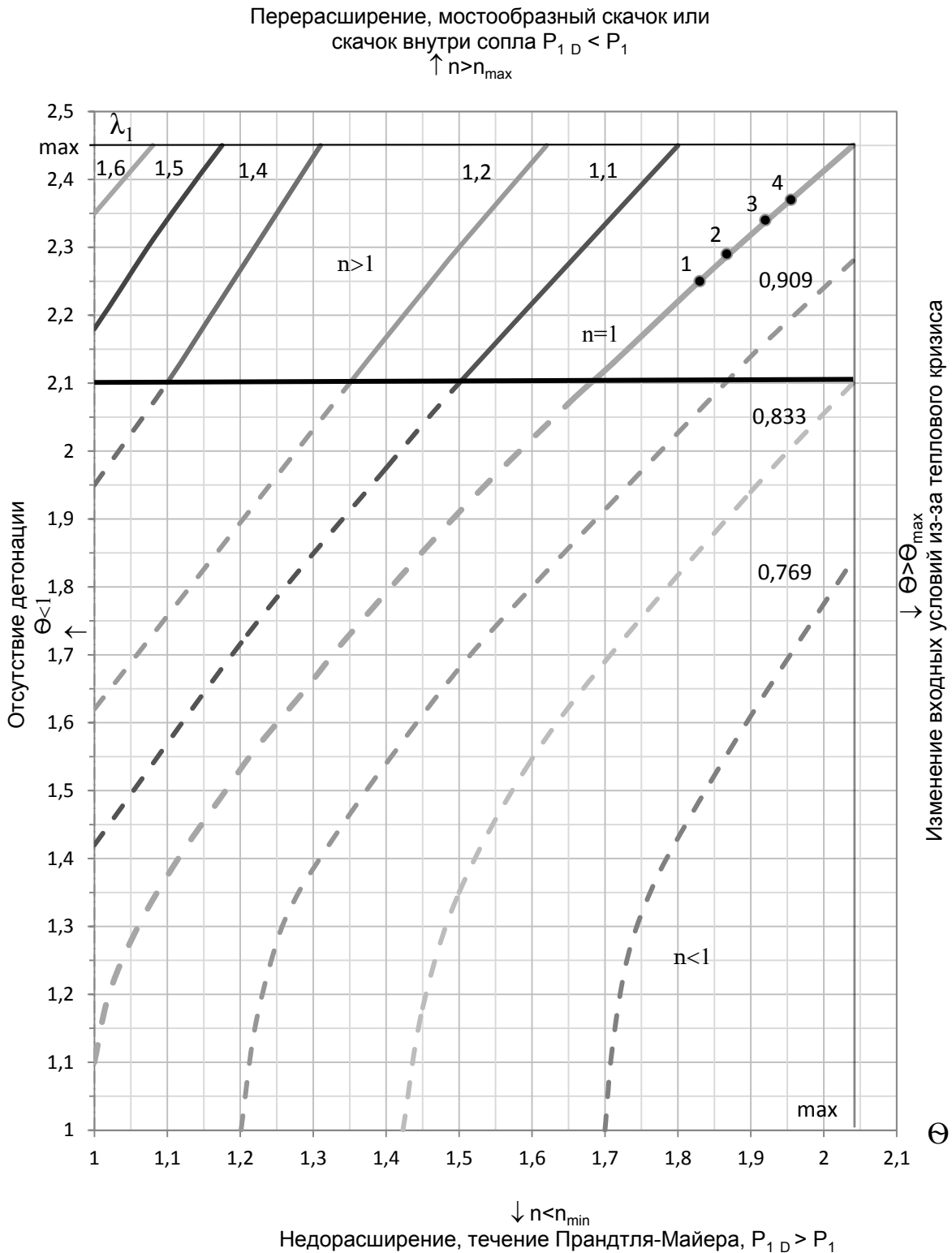


Рис. 1. Диаграмма расчётной детонации:

$\lambda_1$  – приведённая скорость ударной волны;  $\theta$  – степень повышения полной температуры газа в зоне горения за ударной волной;  $n$  – отношение площадей выхода и входа канала;  $P_{1D}$  – давление потока на срезе канала при сверхзвуковом истечении;  $P_1$  – наружное давление; точки 1, 2, 3, 4 соответствуют эксперименту [2];  $\lambda_{1max} = \sqrt{\frac{K+1}{K-1}} = 2,44$  (число  $M = \infty$ );  $\theta_{max} = 2,04$ ;  $k = 1,4$ ;  $T_1 = 288K$ . При  $\lambda_1 \geq 2,1$  обеспечивается воспламенением горючей смеси за скачком,  $T_2 \geq 1050K$

При этом из уравнения (6) следует, что  $q(\lambda_2) = q(\lambda_3)$ , и при малых изменениях  $n$  имеем  $f(\lambda_3) - f(\lambda_2) = P_r = 0$ , где  $f(\lambda)$  – газодинамическая функция, приведённая плотность потока импульсов.

Таким образом

$$\theta_{n<1} = \theta + \Delta\theta_1, \tag{8}$$

где  $\theta$  эквивалентно теплоте, обеспечивающей тепловой кризис ( $\lambda_3 = 1$ ) в канале постоянного сечения и определяется уравнением (4);

$$\Delta\theta_1 = \left(\frac{1}{n}\right)^2 - 1 \tag{9}$$

эквивалентно дополнительно подведённой теплоте, превращающей конический канал в канал квазипостоянного сечения (тепловое воздействие компенсирует геометрическое).

Выражение (9) определяется из формул (1), (2), (8) с учётом  $b = 0, \lambda_1 = 1, Z(\lambda_1) = 1$ .

После преобразования (8) с учётом (4) и (9) получим формулу расчёта недосжатой детонации при  $n < 1$ :

$$\theta_{n<1} = \frac{\left(1 + \frac{1}{\lambda_1^2}\right)^2}{4 \frac{1}{\lambda_1^2}} + \left(\frac{1}{n^2} - 1\right). \tag{10}$$

Задаваясь  $\lambda_1$  и  $n$ , по формуле (10) определим значение  $\theta_{n>1}$ , обеспечивающее стационарность недосжатой ударной волны.

Линии недосжатой детонации ( $n < 1$ ) нанесены на диаграмму детонации (рис. 1). Они проходят правее линии детонации в канале постоянного сечения ( $n = 1$ ).

### Результаты расчётов

Результаты расчёта детонации в каналах переменного сечения представлены примерами в табл. 1.

Таблица 1. Значения  $\theta = \frac{T_3^*}{T_2^*}$  для расчётной детонации в каналах переменного сечения

$\lambda_1 \backslash n$	2,1	2,3	2,4	2,44	Примечание
1,4(x) $b = 0,605$	1,08	1,21	1,28	1,3	Пересжатая детонация $n > 1$ (2)
1	1,65	1,87	1,98	2,03	Детонация $n = 1$ (3)
0,91	1,86	2,07	(xx)	(xx)	Недосжатая детонация $n < 1$ (10)

(х) увеличение  $n$ , превышающее значение  $n_{\max}$ , соответствующее  $\lambda_{1\max}$  (рис. 1), по аналогии с течением сверхзвукового потока по расширяющемуся каналу приводит к течению с перерасширением (нерасчётный режим). При этом на выходе возникает мостообразный скачок (четыре косых и один прямой). При больших перепадах давления прямой скачок окажется внутри канала, за которым реализуется дозвуковое течение [3]. (Верхняя граница диаграммы детонации. Взрыв).

(хх) необходимо увеличение начальной температуры газа  $T_1$  из-за уменьшения расхода газа при избытке подвода теплоты в связи с тепловым кризисом  $\lambda_3 = 1$  ( $\theta > \theta_{\max}$ , рис. 1). (Правая граница диаграммы детонации).

Уменьшение  $n$  ниже  $n_{\min}$ , соответствующее  $\lambda_{1\min} = 1$  (рис. 1), по аналогии с течением звукового потока в суживающемся канале приведёт к течению с недорасширением. Струя будет расширяться в атмосферу и будет иметь место течение Прандтля-Майера. (Нижняя граница диаграммы детонации).

При  $\theta < 1$  (рис. 1) реализуется сверхзвуковой поток газа. (Левая граница диаграммы детонации).

Приведённый расчёт качественно подтверждается в [2], где сказано, что «Стационарное движение пересжатой волны можно получить с помощью так называемого мостообразного скачка, возникающего в сопле при избыточном противодавлении. Стабилизация недосжатой ударной волны может быть обеспечена, например, путём впрыска и быстрого смешения высокорективного горючего в заданном сечении нагретого потока окислителя. В таком виде осуществляется рабочий процесс гиперзвукового прямоточного двигателя».

На диаграмме расчётной детонации нанесены экспериментальные значения скорости детонации для разных горючих смесей, приведённые в табл. 2. Данные взяты из работы [2].

Таблица 2. Экспериментальные значения скорости детонации. Стехиометрия.  
 $T_1 = 300$  К,  $d_1$  – диаметр трубы,  $p_1 = 760$  мм рт.ст.

№	Горючая смесь	$\lambda_1$	$w_1, \text{М/с}$	$d_1, \text{мм}$
1	Пропано-воздушная	2,25	1830	100
2	Водородо-воздушная	2,28	1960	74
3	Метано-кислородная	2,32	2320	—
4	Водородо-кислородная	2,36	2820	—

Расчётной детонацией будем считать распространение стабилизированной ударной волны, статические параметры которой равны значениям входных давления и температуры среды:  $P_{1D} = P_1$ ,  $T_{1D} = T_1$ . При этом полное давление и температура газа в скачке равны [3]:  $P_1^* = \frac{P_1}{\pi(\lambda_1)}$  и  $T_1^* = \frac{T_1}{\tau(\lambda_1)}$ .

Это означает, что вся энергия скачка на выходе из канала может быть превращена в политропическую работу газа в детонационном двигателе. В противном случае (при  $P_{1D} < P_1$ ) реализуется течение с перерасширением и потерей энергии из-за отрыва скачка внутри канала.

При  $P_{1D} > P_1$  будет иметь место течение Прандтля-Майера с обесцениванием части энергии ударной волны при расширении потока в атмосфере за пределами канала.



На рис. 1 диаграмма детонации представляет собой геометрическое место точек расчётной детонации, определяемое значениями  $\lambda_1, \theta$  и  $n$ .

Управлять расчётной детонацией можно, изменяя начальные параметры  $T_1$  и  $p_1$  или коэффициент избытка окислителя  $\alpha$ .

В табл. 3 представлены параметры четырёх видов расчётной детонации.

Таблица 3. Значения параметров детонации в зависимости от изменения  $n, \lambda_1$  и  $\theta$  для метано-кислородной смеси  $\alpha = 1, T = 300K, p_1 = 0,1MPa, k = 1,4$

№	$n$	$\lambda_1$	$\theta$	$P_1^*$ , МПа	$P_2$ , МПа	$T_1^* = T_2^*$ , К	$T_3^*$ , К	$w$ , м/с	Формулы
1	<b>1</b>	<b>2,32</b>	<b>1,89</b>	286	5,08	2915	5510	2292	(3)
2	<b>1,05</b>	<b>2,32</b>	<b>1,8</b>	286	5,08	2915	5247	2292	(2)
3	<b>1,05</b>	<b>2,4</b>	<b>1,89</b>	7812	14	7500	14175	3800	(2)
4	<b>0,95</b>	<b>2,32</b>	<b>2,0</b>	286	5,08	2915	5830	2292	(10)

### Особенности детонации

На основании анализа диаграммы детонации (рис. 1) и результатов расчётов, представленных в табл. 1 – 3, отметим особенности осуществления детонации в каналах переменного сечения.

При  $n = 1$  детонация в канале постоянного сечения представляет собой распространение ударной волны с приведённой скоростью  $\lambda_1$ , стационарность которой обеспечивается при наступлении теплового кризиса в результате подвода теплоты сгорания топливной смеси в дозвуковом потоке газа за ударной волной. При этом приведённая скорость продуктов сгорания во входном сечении канала  $\lambda_3 = 1$  при степени повышения полной температуры газа в зоне горения  $\theta$ .

При  $n > 1$  детонация в расширяющемся канале представляет собой распространение ударной волны с приведённой скоростью  $\lambda_1$ , стационарность которой обеспечивается при наступлении теплового кризиса в результате подвода теплоты сгорания топливной смеси в дозвуковом потоке газа за ударной волной. При этом приведённая скорость продуктов сгорания во входном сечении канала  $\lambda_3 = 1$  при степени повышения полной температуры газа в зоне горения  $\theta_{n>1} < \theta$ .

При  $n > 1$  детонация в расширяющемся канале представляет собой распространение ударной волны с приведённой скоростью  $\lambda_{n>1} > \lambda_1$  (пересжатая ударная волна), стационарность которой обеспечивается при наступлении теплового кризиса в результате подвода теплоты сгорания топливной смеси в дозвуковом потоке газа за ударной волной. При этом приведённая скорость продуктов сгорания во входном сечении канала равна  $\lambda_3 = 1$  при степени повышения полной температуры газа в зоне горения  $\theta$ .

При  $n < 1$  детонация в сужающемся канале представляет собой распространение ударной волны с приведённой скоростью  $\lambda_1$ , стационарность которой обеспечивается при наступлении теплового кризиса в результате подвода теплоты сгорания топливной смеси в дозвуковом потоке газа за ударной волной. При этом приведённая скорость продуктов сгорания во входном сечении канала квазипостоянного сечения  $\lambda_3 = 1$  при степени повышения полной температуры газа в зоне горения  $\theta_{n>1} > \theta$ .

Как показано выше, связь скорости детонации с характеристиками горючей смеси устанавливается уравнением сохранения энергии:

$$\frac{\theta - 1}{\tau(\lambda_1)} = \frac{\eta\kappa}{C_p} \cdot \frac{H_u}{(1 + \alpha L_0)T_1}, \quad (11)$$

где  $\eta\kappa$  – коэффициент использования теплоты, характеризующий её потери на диссоциацию продуктов сгорания и на неполноту сжигания топлива за ударной волной, связанной, в частности, с диаметром детонационной трубы  $d$ ;  $\kappa$  – коэффициент, учитывающий влияние разрежения среды на диссоциацию продуктов сгорания (определяется из табл. 4);  $\theta$  определяется по формуле (4);  $\tau(\lambda) = 1 - (\kappa - 1/\kappa + 1)\lambda^2$  – газодинамическая функция.

Таблица 4. Влияние разрежения  $p_1$  на диссоциацию [4]

$p_1$ , мм рт. ст.	760 и более	400	200
$\kappa$	1	0,94	0,8

Для заключения о влиянии  $d$  на скорость детонации воспользуемся исследованиями [5] в связи с идентичностью процессов горения топлива в дозвуковом потоке за ударной волной и горения в камере сгорания газотурбинного двигателя. В обоих случаях процесс подвода топлива к дозвуковому потоку осуществляется при постоянном давлении ( $p = \text{const}$ ). В указанной работе сказано, что при увеличении отношения площади боковой поверхности жаровой трубы  $S_{жс}$  к её объёму  $V_{жс}$  величина температуры стенки жаровой трубы возрастает асимптотически, стремясь к некоторому предельному значению отношения  $S_{жс}/V_{жс}$  ( $\text{м}^{-1}$ ). Это связано с увеличением интенсивности отвода теплоты из зоны горения к стенкам жаровой трубы, что приводит к снижению полноты сгорания топлива вплоть до погасания. Для цилиндрической камеры сгорания  $S_{жс}/V_{жс} = 4\pi d_{жс} l_{жс} / \pi d_{жс}^2 l_{жс} = 4/d_{жс} = 85$  ( $\text{м}^{-1}$ ) и определяется минимальный диаметр трубы  $d_{жс} \sim 50$  мм, ниже которого возможно резкое снижение полноты сгорания топлива. Этот вывод подтверждается в [6], где сказано, что «При анализе образования детонации в трубах диаметром менее 50 мм желательно учитывать потери энергии». При охлаждении стенки жидкостью значение указанного диаметра возрастает, а применение керамической неохлаждаемой стенки трубы обеспечит снижение минимального диаметра.

Отношение  $C_p/\eta$  определим по формуле (11), используя опытные значения скорости детонации водородо-кислородной и водородо-воздушной топливных смесей, приведённые в табл. 2 для заданных начальных параметров. Для первой смеси отношение  $C_p/\eta = 3,356 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}}$ , при этом  $\alpha = 1, L_0 = 8, T_1 = 303\text{К}, H_u = 120000 \text{кДж/кг}, \lambda_1 = 2,36,$

$\theta = 1,94, p_1 = 760$  мм рт.ст. Для второй смеси  $C_p/\eta = 1,8 \frac{\text{кДж}}{\text{кг К}}$ , при этом

$\alpha = 1, L_0 = 34,2, T_1 = 298\text{К}, H_u = 120000 \text{кДж/кг}, \lambda_1 = 2,28, \theta = 1,85, p_1 = 760$  мм рт. ст.

Зная указанные выше отношения, по выражению (11) возможно оценить влияние начальной температуры смеси  $T_1$  и коэффициент избытка окислителя  $\alpha$  на изменение скорости детонации. В табл. 5 приведены результаты расчёта скорости детонации в зависимости от начальной температуры смеси и дано сравнение с экспериментом,  $p_1 = 760$  мм рт. ст.

Таблица 5. Влияние начальной температуры газа  $T_1$  на скорость детонации водородо-кислородной смеси, стехиометрия, расчёт по формуле (11). Экспериментальные данные взяты из работы [2]

$T_1, \text{K}$	$\lambda_{1 \text{ расч}}$	$w_{1 \text{ расч}}, \text{ м/с}$	$w_{1 \text{ эксп}}, \text{ м/с}$
283	2,366	2813	2821
303	2,36	2807	2803*
373	2,34	2797	2790

\*среднеарифметическое значение из шести измерений разными авторами [2] при средней начальной температуре  $T_1 = 303\text{K}$

Из анализа табл. 5 следует, что повышение начальной температуры  $T_1$  уменьшает скорость детонации. Тот же результат получен в [2]. Совпадение расчёта с экспериментом удовлетворительное. Поэтому разработанный газодинамический метод расчёта детонации для идеального газа без учёта явлений релаксации за волной может быть применён для суждения о степени эффективности детонационного двигателя. Однако будем иметь в виду, что, по сравнению с идеальным газом, при учёте релаксации необратимые затраты энергии в скачке увеличиваются и энтропия возрастает сильнее [2].

Тем же методом может быть рассчитано влияние коэффициента избытка окислителя на скорость детонации по формуле (11).

Таким образом, определив по формуле (11) значение приведённой скорости стационарной ударной (детонационной) волны, распространяющейся по заданной активной горючей смеси, по формулам (4), (5), (10) и рис. 1 можно найти параметры, характеризующие детонацию, пересжатую детонацию и недосжатую детонация, что обеспечивает расчёт параметров детонации и, соответственно, расчёт параметров термического коэффициента полезного действия идеального цикла детонационного двигателя [7].

Как указывалось в [1], стабилизировать ударную волну возможно повышением температуры газа за ней посредством теплоты химических реакций, которые протекают по цепному механизму с разветвлёнными цепями, например, горение водородно-кислородной смеси. Катализатором реакций являются активные центры, такие как атомы водорода H, радикалы OH и др.

Скорость протекания таких реакций превышает в десятки и сотни тысяч раз [8] аррениусские реакции, идущие по тепловому механизму (дефлаграция или быстрый процесс в отличие от предпламенного горения [9]), что соответствует увеличению скорости движения зоны химических реакций на два порядка. При этом скорость потока газа за ударной волной относительно скачка дозвуковая и теплота подводится к газу в процессе  $p = \text{const}$ . Высокая скорость перемещения зоны химических реакций позволяет ей распространяться совместно с ударной волной, не «отставая» от неё, в единстве образуя детонационную волну, а процесс в целом назван в [2] детонационным горением.

Таким образом, метод газодинамического расчёта детонации, протекающей в каналах переменного сечения, может быть применён для определения параметров термодинамического цикла детонационного двигателя.

## Заключение

Разработан метод газодинамического расчёта детонации в каналах переменного сечения на основании решения уравнений сохранения энергии, массы и количества движения для одномерного потока идеального газа с учётом подвода теплоты сгорания горючей смеси в дозвуковом потоке газа за волной, при наступлении теплового кризиса в котором обеспечивается стационарность ударной волны. При этом приведённая скорость газообразных продуктов сгорания равна единице.

Получены формулы для расчёта параметров детонации и представлена диаграмма расчётной детонации, протекающей в канале постоянного сечения, в расширяющемся канале (перешагнутая ударная волна), в сужающемся канале (недожжённая ударная волна).

Дан метод расчёта влияния начальной температуры смеси и коэффициента избытка окислителя на скорость детонации.

Показано, что диаметр детонационной трубы не должен быть меньше 50 мм для исключения неполноты сгорания топлива.

Результаты работы могут быть применены для расчёта параметров термодинамического цикла детонационного двигателя как тепловой машины со сжатием рабочего тела в ударной волне, а не в компрессоре, как в газотурбинном двигателе.

## Библиографический список

1. Григорьев А.В., Митрофанов В.А., Рудаков О.А., Соловьёва А.В. Оптимизация камеры сгорания. СПб.: Политехнический университет, 2015. 152 с.
2. Щетинков Е.С. Физика горения газов. М.: Наука, 1965. 740 с.
3. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969. 824 с.
4. Соколик А.С. Самовоспламенение, пламя и детонация в газах. М.: АН СССР, 1960. 427 с.
5. Григорьев А.В., Митрофанов В.А., Рудаков О.А., Саливон Н.Д. Теория камеры сгорания. СПб.: Наука, 2010. 227 с.
6. Нетлетон М. Детонация в газах. М.: Мир, 1989. 280 с.
7. Григорьев А.В., Митрофанов В.А., Рудаков О.А., Соловьёва А.В. Теория и расчёт параметров термодинамического цикла детонационного двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 4. С. 37-46. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-37-46
8. Кнорре Г.Ф. Топочные процессы. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1959. 396 с.
9. Лефевр А. Процессы в камерах сгорания ГТД. М.: Мир, 1986. 566 с.

## GAS DYNAMIC CALCULATION OF DETONATION IN VARIABLE CROSS-SECTION DUCTS

© 2019

- A. V. Grigoriev** General Designer;  
JSC “UEC-Klimov”, Saint-Petersburg, Russian Federation;  
[klimov@klimov.ru](mailto:klimov@klimov.ru)
- O. A. Rudakov** Research Adviser, Associate Professor;  
JSC “UEC-Klimov”, Saint-Petersburg, Russian Federation;  
[klimov@klimov.ru](mailto:klimov@klimov.ru)
- A. V. Solovieva** Deputy Chief Designer for Advanced R&D;  
JSC “UEC-Klimov”, Saint-Petersburg, Russian Federation;  
[klimov@klimov.ru](mailto:klimov@klimov.ru)

Formulas of gas dynamic calculation of detonation parameters in variable cross-section ducts are presented and a design detonation diagram is given. The diagram shows the detonation characteristics of super-compressed detonation and under-compressed detonation as the function of shock wave specific speed depending on the intensity of temperature of the ideal gas in a subsonic one-dimensional flow behind the shock wave propagating in a chemically active air-fuel mixture and on the ratio of geometrical expansion (convergence) of the duct. The propagation of a stationary shock-wave the static pressure of which in the output cross-section of the expanded duct is equal to atmospheric pressure is referred to as design detonation. This means that all the energy of the shock wave at the output of the duct can be converted into polytropic work function of gas expansion in a detonation engine. Otherwise, if the flow takes place in the mode of overexpansion due to the separation of the compressive shock wave inside the duct or in the case of insufficient expansion part of the shock wave energy will be lost. The total impulse equation for a geometrically expanding duct is solved by replacing the integral describing the thrust force with the average integral value of the curve of the static pressure acting on the side wall of the expanding duct. The frictional force is neglected due to its insignificant value. It is shown that the presence of an insufficiently compressed shock wave is not possible as the shock wave moving at the supersonic speed in the convergent duct will be decelerated to the sonic speed. To stabilize it additional heat should be supplied to transform the convergent duct behind the compressive shock wave into a semi-permanent cross-section duct wherein thermal crisis stabilizing the shock wave can be achieved. The minimum value of the detonation pipe diameter of 50 mm is substantiated. Below that value sharp reduction of combustion efficiency takes place. The results of the work can be used for the computation of detonation engine thermodynamic cycle parameters.

*Detonation; calculation; variable cross-section ducts.*

---

*Citation:* Grigoriev A.V., Rudakov O.A., Solovieva A.V. Gas dynamic calculation of detonation in variable cross-section ducts. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 1. P. 42-54. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-42-54

## References

1. Grigoriev A.V., Mitrofanov V.A., Rudakov O.A., Solovieva A.V. *Optimizatsiya kamery sgoraniya* [Combustion chamber optimization]. St.-Petersburg: Polytechnic University Publ., 2015. 152 p.
2. Shchetnikov E.S. *Fizika goreniya gazov* [Physics of gas combustion]. Moscow: Nauka Publ., 1965. 740 p.
3. Abramovich G.N. *Prikladnaya gazovaya dinamika* [Applied gas dynamics]. Moscow: Nauka Publ., 1969. 824 p.
4. Sokolik A.S. *Samovosplamnenie, plama i detonatsiya v gazakh* [Self-ignition, flame and detonation in gases]. Moscow: AN SSSR Publ., 1960. 427 p.
5. Grigoriev A.V., Mitrofanov V.A., Rudakov O.A., Salivon N.D. *Teoriya kamery sgoraniya* [Theory of combustion chamber]. St.-Petersburg: Nauka Publ., 2010. 227 p.
6. Nettleton M.A. *Gaseous Detonations*. London: Chapman and Hall, 1987. 276 p.
7. Grigoriev A.V., Mitrofanov V.A., Rudakov O.A., Solovieva A.V. Theory and calculation of parameters of the detonation engine thermodynamical cycle. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 4. P. 37-46. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-37-46. (In Russ.)
8. Knorre G.F. *Topochnye protsessy* [Burning processes]. M.-L.: Gosenergoizdat Publ., 1959. 396 p.
9. Lefebvre A.H. *Gas turbine combustion*. Hemisphere Pub. Corp., 1983. 531 p.