УДК 621.453 + 533.6

АПРОБАЦИЯ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТИ НА ТЕЧЕНИЕ В СОПЛАХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ В ПРИБЛИЖЕНИИ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ СО СКОЛЬЖЕНИЕМ

© 2009 С. А. Шустов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Излагаются результаты апробации разработанной в [1] численной модели учета влияния вязкости на течение в соплах ракетных двигателей малой тяги (РДМТ) в приближении ламинарного пограничного слоя со скольжением путем сравнения результатов расчетов по этой модели как с экспериментальными результатами, так и с результатами расчета по модели более высокого уровня (укороченных уравнений Навье-Стокса в приближении узкого канала).

Сопло Лаваля, число Рейнольдса, эксперимент, численный расчет, профиль безразмерной плотности, профиль числа Маха, коэффициент расхода, коэффициент потерь удельного импульса сопла.

Условные обозначения:

a_* – скорость в минимальном сечении сопла; g – показатель адиабаты; d^* – толщина вытеснения; $e = r / r_0$ – безразмерная плотность (r_0 – плотность на входе в сопло); F – площадь; $\overline{F}_a = F_a / F_*$ – геометрическая степень расширения сопла; h_0 – полная энтальпия; M – число Маха; m_c – коэффициент расхода; h_0 – коэффициент динамической вязкости; $\pi = p_{ст} / p_o$ – безразмерное давление на стенке (где $p_{ст}$ – давление на стенке, p_o – давление на входе в сопло); r_* – радиус минимального сечения сопла; $\overline{R}_* = R_* / r_*$, где R_* – радиус кривизны стенки сопла в продольном направлении для минимального сечения; q_2 – угол наклона к оси стенки сверхзвуковой части сопла; j_c – коэффициент полноты удельного импульса сопла; j_{kp} – коэффициент полноты тягового комплекса сопла; $\overline{x} = x / r_*$ – безразмерная продольная координата.

Апробация разработанной автором численной модели учета влияния вязкости на течение в соплах ракетных двигателей малой тяги (РДМТ) в приближении ламинарного пограничного слоя со скольжением [1] осуществлялась путем сравнения результатов расчетов по этой методике как с данными экспериментов для сопел с конической сверхзвуковой частью, так и с результатами расчетов по модели более высокого уровня на основе укороченных уравнений Навье–Стокса.

На рис. 1-5 показаны результаты апробации применительно к влиянию вязкости на локальные параметры течения газообразного рабочего тела в соплах РДМТ.

На рис. 1 представлены результаты эксперимента, проведенного автором в научно-исследовательском центре космической энергетики (НИЦ КЭ) КуАИ-СГАУ и имевшего целью определение безразмерного статического давления на стенке сопла (Θ_2 = 15°, g =1,4) при числах Рейнольдса $Re_2=2\cdot10^4$ и $Re_2=2\cdot10^5$. На рис. 2 показаны результаты эксперимента по определению безразмерного статического давления на стенке сопла, полученные Розе с помощью электронного пучка [2], а на рис. 3 – результаты Г. А. Евсеева для экспериментального определения числа Маха на оси сопла (Θ_2 = 21.7°, g = 1,4) [3].

На этих же рисунках показаны результаты расчетов в приближении пограничного слоя с использованием разработанной автором численной методики [1], а также результаты расчетов Рэя [4] и О. И. Фирсова [5] в приближении узкого канала.

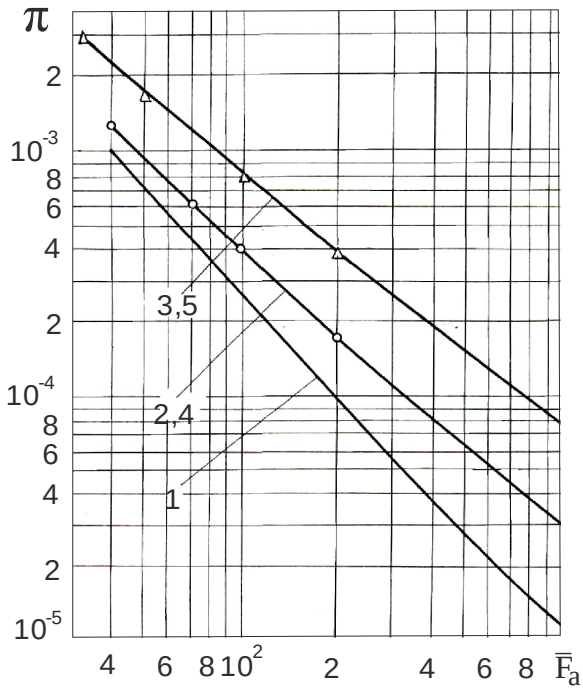

Рис. 1. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов для безразмерного давления на стенке сопла в диапазоне чисел Рейнольдса $1{,}2\cdot10^4 < Re_2 < 1{,}2\cdot10^5$
Δ, o – эксперимент автора (g =1,4): $\Theta_2 = 15^0$, o – $Re_2 = 1{,}2\cdot10^5$, Δ - $Re_2 = 1{,}2\cdot10^4$
1 – расчет в одномерном невязком приближении;
2, 3 – расчет автора в приближении пограничного слоя:
2 – $Re_2 = 1{,}2\cdot10^5$, $\Theta_2 = 15^0$, 3 – $Re_2 = 1{,}2\cdot10^4$, $\Theta_2 = 15^0$
4, 5 – расчет в приближении узкого канала по методике О. И. Фирсова [5]:
4 – $Re_2 = 1{,}2\cdot10^5$, $\Theta_2 = 15^0$, 5 – $Re_2 = 1{,}2\cdot10^4$, $\Theta_2 = 15^0$

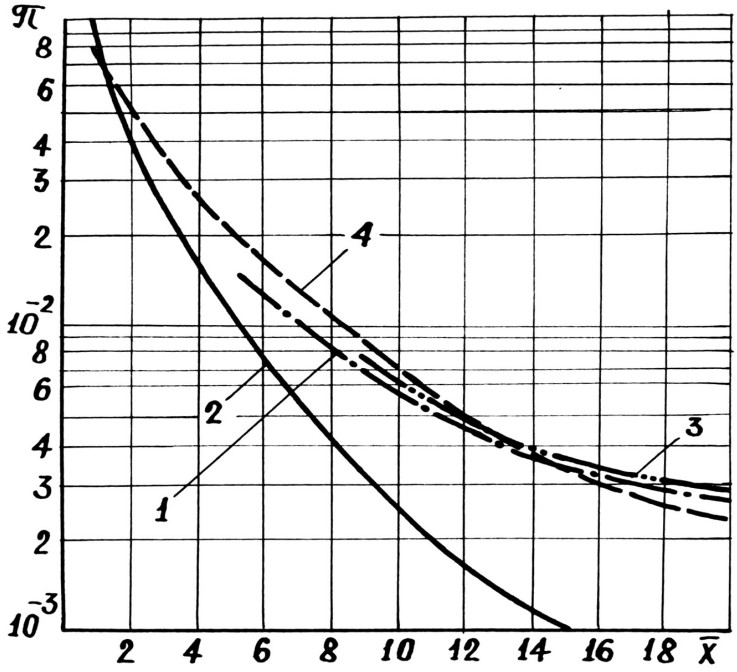

Рис. 2. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов для безразмерного давления на стенке сопла при Re_3=690:
1 – эксперимент Розе [2] (g = 1,4⁰, Θ_2=20⁰), 2 – расчет в одномерном невязком приближении,
3 – расчет автора в приближении пограничного слоя, 4 – расчет Рея [4] в приближении узкого канала

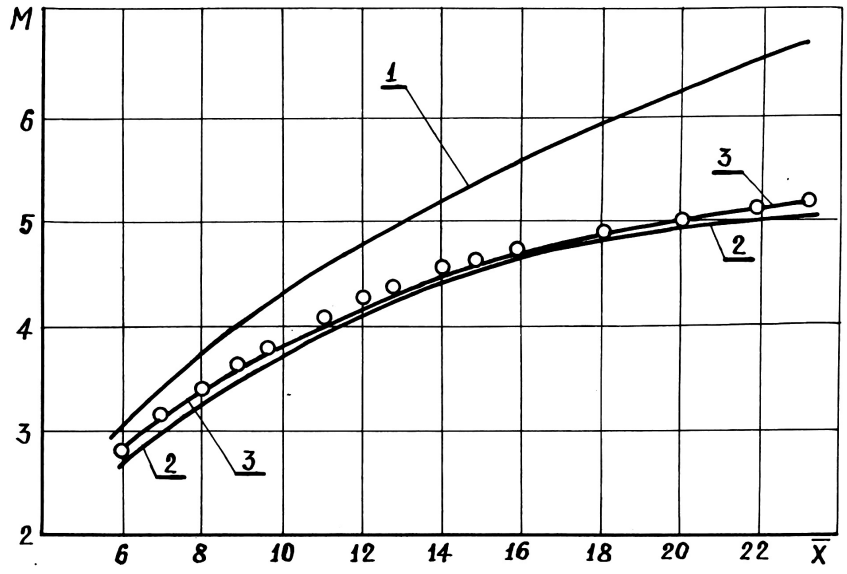

Рис. 3. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов по определению числа Маха на оси сопла при Re_3 = 1230:
o – эксперимент Г. А. Евсеева [3] (Re_3=1230, Θ_2 = 21,70, g =1,4);
1 – расчет в одномерном невязком приближении; 2 – расчет автора в приближении пограничного слоя, 3 – расчет в приближении узкого канала по методике О. И. Фирсова [5]

На рис. 1-3 , а также при последующем изложении под числом Рейнольдса Re_2 подразумевается следующая его форма:

$$Re_2 = \frac{r_0 \cdot a_* \cdot 2 \cdot r_*}{h_0}, \qquad (1)$$

а число Рейнольдса Re_3 определяется выражением

$$Re_3 = \frac{r_0 \cdot \sqrt{2h_0} \cdot r_*}{h_0}. \qquad (2)$$

Это обусловлено тем, что оба вида числа Рейнольдса широко используются как в отечественной, так и зарубежной литературе.

Как показывают зависимости на рис. 1 и 2, по мере уменьшения числа Рейнольдса статическое давление в невязком ядре может увеличиваться в несколько раз по сравнению с его значениями в одномерном невязком приближении, что связано с обратным влиянием пограничного слоя на течение в невязком ядре. Результаты, представленные на рис. 3, показывают, что вязкость оказывает существенное влияние на характер изменения числа Маха на оси сопла (в сторону уменьшения по сравнению с невязким приближением из-за обратного влияния пограничного слоя на течение в невязком ядре).

Сравнение результатов расчета на рис. 1-3 в приближении пограничного слоя как с результатами эксперимента, так и с расчетом в приближении узкого канала показывает их удовлетворительное согласование.

Результаты экспериментального исследования влияния вязкости на поперечные профили безразмерной плотности $e(r)$ [2] и числа Маха $M(r)$ [3] для различных сечений сверхзвуковой части сопла в диапазоне чисел Рейнольдса Re_3 от 690 до 1230 показаны на рис. 4, 5.

Характерное влияние вязкости на поперечный профиль $\varepsilon(r)$ проявляется в существенной зависимости безразмерной плотности от радиуса из-за уменьшения безразмерной плотности на оси и увеличения на стенке (по сравнению с невязким одномерным расчетом). Как показано на рис. 4, при $\overline{F}_a$ = 53 и числе Рейнольдса Re_3 = 690 различие в значениях безразмерной плотности на оси и на стенке сопла достигает восьмикратной величины.

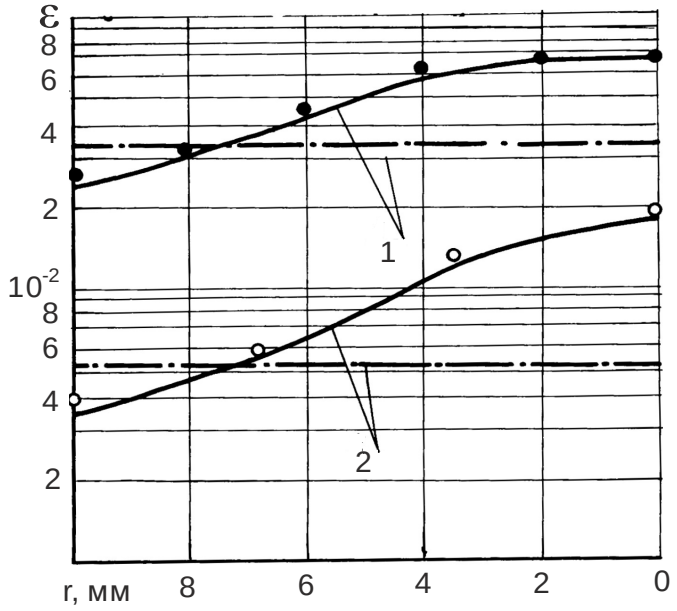

Рис. 4. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов для поперечных профилей безразмерной плотности пограничного слоя при $Re_з$=690 (g =1,4, $\Theta_2 = 20^0$)

• *– эксперимент Розе [2] при* $\overline{F}_a$ *= 9,2 (*$\overline{x}$ *= 6);*

o *– эксперимент Розе [2] при* $\overline{F}_a$ *= 53 (*$\overline{x}$ *=17,7);*

– расчет в одномерном невязком приближении;

– расчет автора в приближении пограничного слоя:

1 – расчет при $\overline{F}_a$ *=9.2; 2– расчет при* $\overline{F}_a$ *=53*

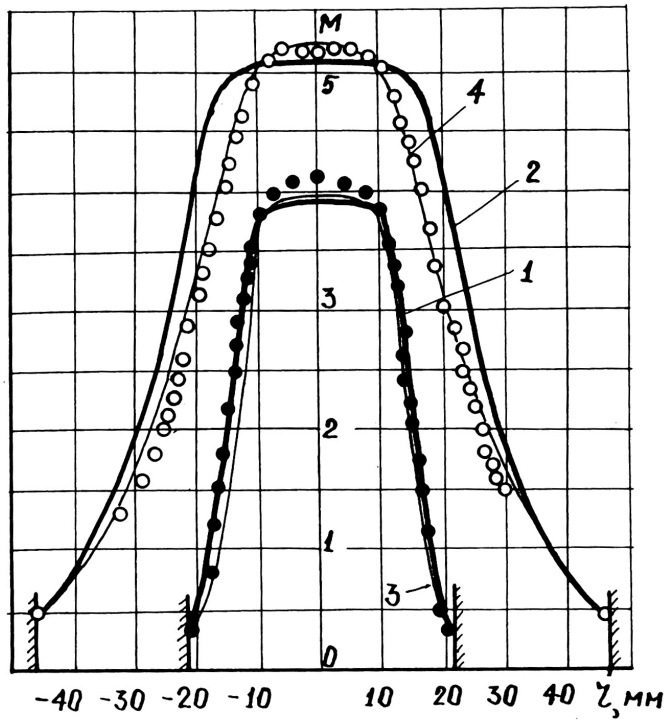

Рис. 5. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов по определению поперечных профилей чисел Маха при $Re_з$=1230 (g =1,4, $\Theta_2 = 21,7^0$)

• *– эксперимент Г. А. Евсеева [3],* $\overline{x}$ *=11.1,* $\overline{F}_a$ *=19;* o *– эксперимент [3],* $\overline{x}$ *= 23,4,* $\overline{F}_a$ *=86;*

1, 2 – расчет автора в приближении пограничного слоя;
3, 4 – расчет в приближении узкого канала по методике О. И. Фирсова [5]

Зависимости на рис. 5 показывают существенное влияние вязкости на профиль числа Маха M (r) при течении рабочего тела в сверхзвуковой части сопла. Отметим также наличие существенной величины скольжения скорости, которая для условий течения на срезе сопла применительно к зависимостям на рис. 5 составляет около 150 м/с.

Приведенные на рис. 4, 5 результаты для поперечных профилей безразмерной плотности и числа Маха показывают удовлетворительное согласование результатов расчетов по разработанной численной методике учета влияния вязкости в приближении ламинарного пограничного слоя [1] как с экспериментальными данными, так и с результатами расчетов в приближении узкого канала.

На рис. 6-11 показаны результаты апробации применительно к влиянию вязкости на интегральные параметры течения рабочего тела в соплах РДМТ. К числу основных интегральных параметров потока применительно к течениям в соплах РДМТ относятся толщина вытеснения d^*, коэффициент расхода m_c, коэффициент потерь удельного импульса сопла j_c и коэффициент полноты тягового комплекса $j_{кр}$.

На рис. 6 на примере сопла с конической сверхзвуковой частью ($\Theta_2 = 21{,}7^o$, $\gamma = 1{,}4$), исследованного экспериментально в [3], показаны расчетные зависимости $d^*(x)$ для чисел Рейнольдса $Re_3 = 1{,}23\cdot10^3$ и $Re_3 = 1{,}23\cdot10^5$, полученные в приближении пограничного слоя с использованием методики [1]. Отметим, что характерной особенностью зависимости $d^*(x)$ в соплах РДМТ является наличие минимума этой зависимости в трансзвуковой части сопла, что объясняется наличием большого отрицательного продольного градиента давления в трансзвуковой части сопла. Зависимости, приведенные на рис. 6, показывают, что при $Re_3 = 1{,}23\cdot10^3$ пограничный слой занимает основную часть области течения вблизи среза сопла.

На том же рисунке приведены результаты работы [3] по экспериментальному определению величины $d^*(x)$ при $Re_2 = 1{,}23\cdot10^3$, которые хорошо согласуются с расчетами по методике [1].

На рис. 7 приведены результаты расчета коэффициента расхода для сопел с различной формой трансзвуковой части в диапазоне чисел Рейнольдса Re_2 от 10^2 до 10^5 в приближении пограничного слоя по методике [1].

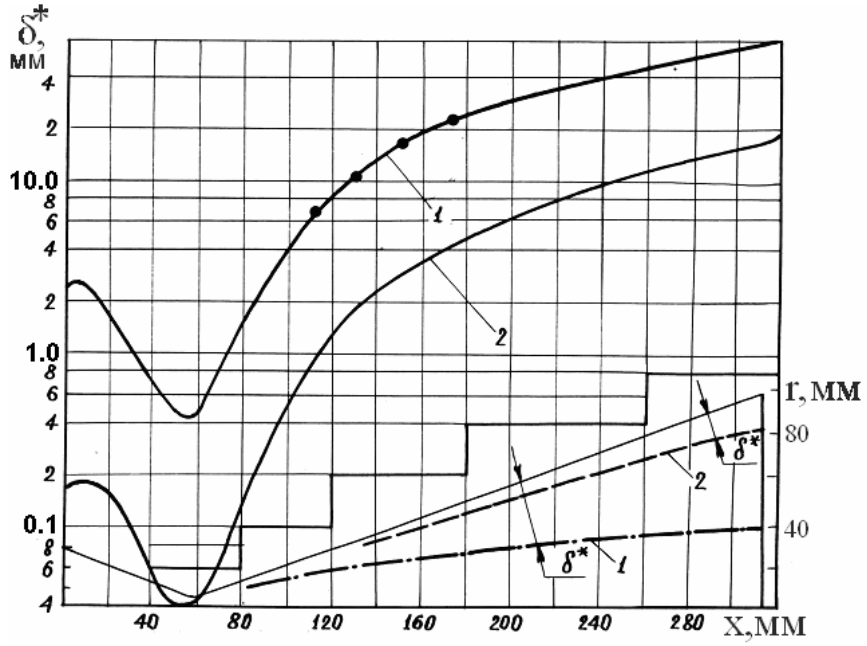

Рис. 6. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов для зависимости толщины вытеснения по длине сопла при различных числах Re_3 (g =1,4, $\Theta_2 = 21{,}7^0$)
• – эксперимент Г. А. Евсеева [3] при $Re_3 = 1{,}23\cdot10^3$,
1 – расчет автора в приближении пограничного слоя при $Re_3 = 1{,}23\cdot10^3$,
2 – расчет автора в приближении пограничного слоя при $Re_3 = 1{,}23\cdot10^5$

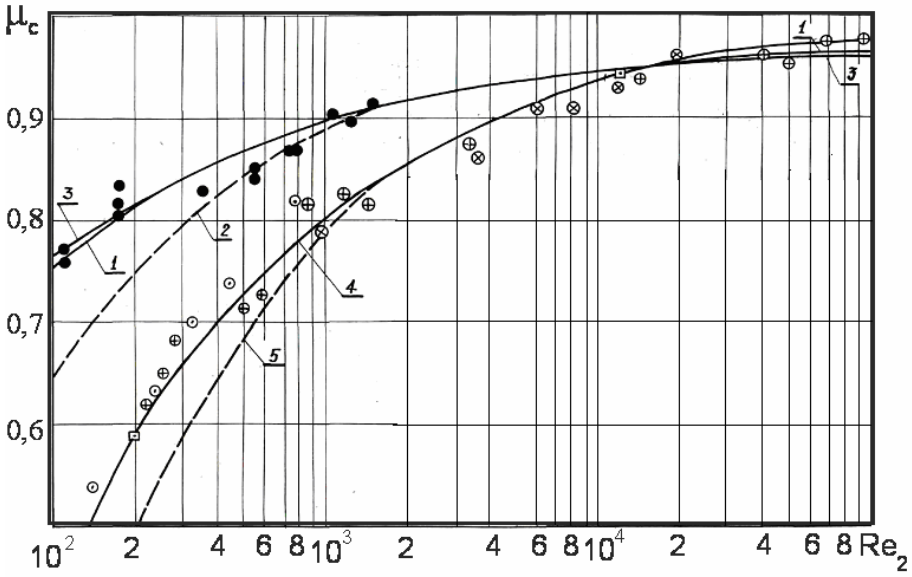

Рис. 7. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов длякоэффициента расхода m_c в диапазоне чисел Re_2 от 10^2 до 10^5

а) $\bar{R}_* = 0,5$ *; • - эксперимент Розе [2]; расчет автора в приближении пограничного слоя:*

1 – с учетом скольжения; 2 – без учета скольжения;
3- расчет в приближении узкого канала по методике О.И Фирсова [5] ;

б) $\bar{R}_* = 20$ *; o – эксперимент Кулувы и Хосэка [6]; ⊕ – эксперимент автора; расчет автора в приближении пограничного слоя: 4 – с учетом скольжения; 5 – без учета скольжения;*
□ - расчет в приближении узкого канала по методике О. И. Фирсова [5];

$\bar{R}_* = r_* / R_*$, *где* r_* *и* R_* *– соответственно радиусы минимального сечения и кривизны стенки сопла в продольном направлении для минимального сечения*

Здесь же показано сравнение этих результатов как с результатами экспериментов Розе [2], Кулувы и Хосэка [6] и автора данной работы, так и с результатами расчета в приближении узкого канала по методике О. И. Фирсова [5].

Приведенные на этом рисунке результаты показывают весьма сильную зависимость коэффициента расхода от числа Рейнольдса и формы трансзвуковой части сопла, а также существенное влияние скольжения скорости на величину коэффициента расхода при $Re_2 < 2 \cdot 10^3$. Зависимости, приведенные на рис. 7, свидетельствуют о хорошем согласовании результатов расчета величины коэффициента расхода в приближении пограничного слоя [1] как с экспериментом, так и с расчетом в приближении узкого канала в широком диапазоне чисел Рейнольдса – от $Re_2 = 10^2$ до $Re_2 = 10^5$.

На рис. 8-11 приведены результаты экспериментального определения влияния вязкости на потери удельного импульса и величину тягового комплекса для сопел РДМТ в диапазоне чисел Рейнольдса Re_2 от 70 до 10^5, полученные как автором работы в НИЦ КЭ СГАУ, так и в работах [7,8].

Эти результаты относятся к соплам РДМТ с конической сверхзвуковой частью при использовании в качестве рабочего тела либо осушенного воздуха с температурой на входе в сопло порядка 300 К (рис. 8), либо газообразных азота (рис. 9, 11) и водорода (рис. 10). Такие условия эксперимента обеспечивают наиболее надежное сравнение экспериментальных и расчетных результатов определения потерь из-за трения и рассеяния в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Результаты, приведенные на рис. 8-10, показывают, что потери удельного импульса

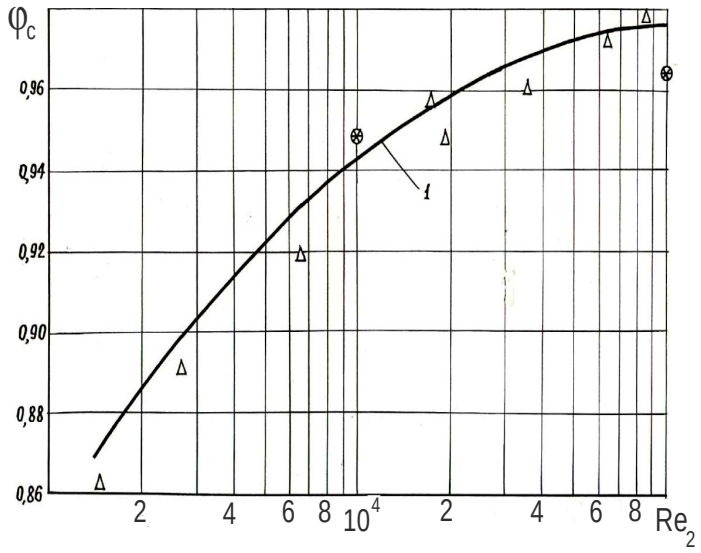

Рис. 8. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов для потерь удельного импульса в диапазоне чисел Re_2 от 10^3 до 10^5
Δ – эксперимент автора для конических сопел ($q_2 = 10^0$; $g = 1{,}4$);
1 – расчет автора в приближении пограничного слоя;
⊕ – расчет в приближении узкого канала по методике О. И. Фирсова [5]

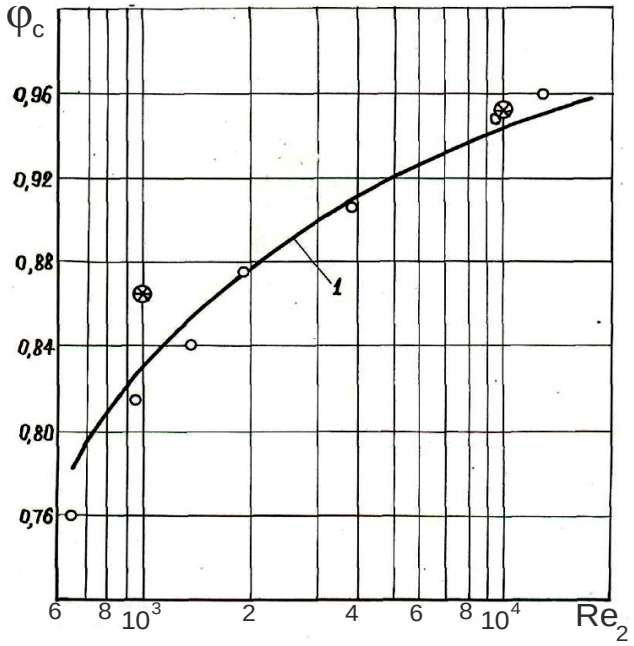

Рис. 9. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов для потерь удельного импульса в диапазоне чисел Re_2 от $6 \cdot 10^2$ до $2 \cdot 10^4$
o – эксперимент В. А. Бутенко и др. [7] для конических сопел ($q_2 = 17^0$; $g = 1{,}4$);
1 – расчет автора в приближении пограничного слоя;
⊕ – расчет в приближении узкого канала по методике О. И. Фирсова [5]

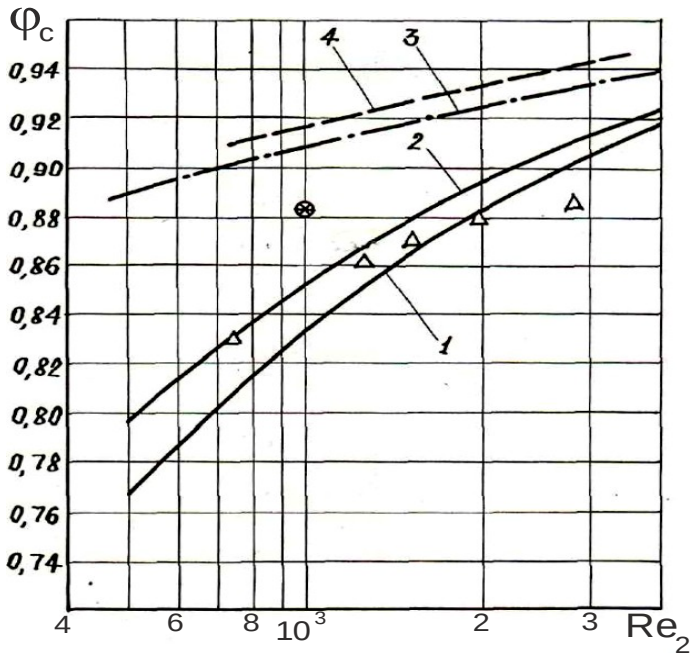

Рис. 10. Сравнение экспериментальных и расчетных результатов для потерь удельного импульса в диапазоне чисел Re_2 *от* $5 \cdot 10^2$ *до* $4 \cdot 10^3$

Δ – эксперимент работы [8] ($\overline{F}_a$ *= 100,* $\Theta_2 = 20^0$*, g = 1.4);*

1 – расчет автора в приближении пограничного слоя по методике [1] с использованием интегральных параметров; 2 – расчет автора в приближении пограничного слоя по методике [1] с использованием локальных параметров; 3 – расчет в приближении пограничного слоя по методике [9]; 4 – расчет авторов работы [8]; ⊕ – расчет в приближении узкого канала по методике [5]

в указанном диапазоне чисел Рейнольдса составляют от 2 % (для верхней границы диапазона) до 24 % (для нижней границы диапазона). На этих же рисунках приведены результаты расчетов потерь удельного импульса в приближении пограничного слоя с использованием методики [1], а также результаты расчетов в приближении узкого канала с использованием методики [5]. Результаты сравнения показывают, что расчет потерь удельного импульса в приближении пограничного слоя по методике [1] хорошо согласуется с экспериментом во всем диапазоне чисел Рейнольдса.

Результаты расчета в приближении узкого канала дают несколько завышенные потери удельного импульса при $Re_2 < 10^4$ (рис. 9, 10). Так, при $Re_2=10^3$ это различие составляет около 3,5 %. На рис. 10 приведены, кроме того, результаты расчета коэффициента полноты удельного импульса j_c авторов работы [8] (кривая 4), а также результаты расчета по методике [9] (кривая 3), не учитывающей обратное влияние пограничного слоя на течение в невязком ядре. Результаты этих расчетов дают значительное завышение коэффициента j_c и плохо согласуются с экспериментом.

На рис. 11 показаны результаты экспериментального определения коэффициента полноты тягового комплекса $j_{кр}$ в диапазоне чисел Рейнольдса Re_2 от $5 \cdot 10^2$ до $2 \cdot 10^4$, полученные в [7]. Там же приведены результаты расчетного определения величины $j_{кр}$ в приближении пограничного слоя и узкого канала в соответствии с методиками [1] и [5].

Анализ этих результатов показывает, что уменьшение величины тягового комплекса из-за влияния вязкости в указанном диапазоне чисел Рейнольдса составляет от 8 % до 40 %, а результаты газодинамического расчета в приближении пограничного слоя удовлетворительно согласуются как с экспериментом, так и с расчетом в приближении узкого канала.

В целом результаты апробации, изложенные в данной работе, позволяют сделать вывод о приемлемой степени адекватности

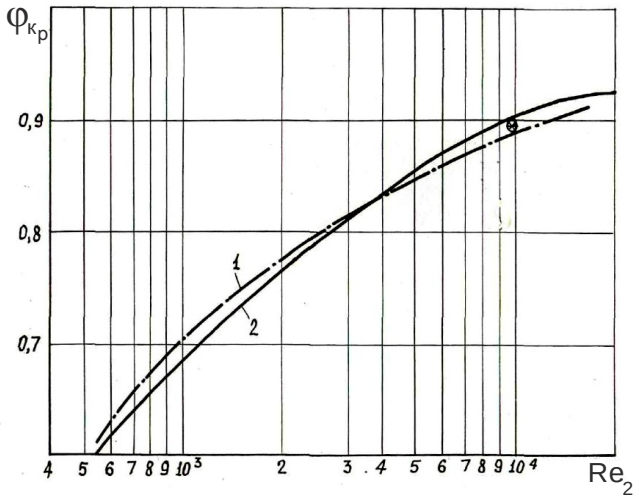

Рис. 11. Сравнение результатов расчетного и экспериментального определения коэффициента полноты тягового комплекса сопла
1 – аппроксимация экспериментальных результатов [7];
2 – результаты расчета автора в приближении пограничного слоя;
⊕ – результаты расчета в приближении узкого канала по методике О. И. Фирсова [5]

методики [1] для учета влияния вязкости при расчете как локальных, так и интегральных характеристик сопел РДМТ в диапазоне чисел Рейнольдса Re_2 от $5 \cdot 10^2$ до 10^5, что соответствует диапазону тяг РДМТ от 10^{-3} Н до 10^3 Н.

Библиографический список

1. Шустов, С. А. Численная модель влияния вязкости на течение в соплах ракетных двигателей малой тяги в приближении ламинарного пограничного слоя со скольжением [Текст] / С. А. Шустов // В данном выпуске Вестника СГАУ.

2. Розе, Д. Исследование вязких потоков в сверхзвуковых соплах с помощью электронного пучка [Текст] / Д. Розе // Ракетная техника и космонавтика.– 1971. №5. – С. 43-51.

3. Евсеев, Г. А. Экспериментальное исследование течения разреженного газа [Текст] / Г. А. Евсеев // Изв. АН СССР, Механика. – 1965. № 3. – С. 165-172.

4. Рэй, Дж. Некоторые результаты численных расчетов вязких течений разреженного газа в приближении узкого канала [Текст] / Дж. Рэй // Ракетная техника и космонавтика. – 1971. №5. – С. 81-90.

5. Фирсов, О. И. Численное исследование течений газа в соплах при малых числах Рейнольдса [Текст] / О. И. Фирсов // ВИНИТИ, № 2134-78, Деп.1978.

6. Кулува, Н. Коэффициент расхода сверхзвукового сопла при малых числах Рейнольдса [Текст] / Н. Кулува, Г. Хосэк // Ракетная техника и космонавтика. –1971. № 9. – С. 267-270.

7. Бутенко, В. А. Экспериментальное исследование характеристик малоразмерных сопел [Текст] / В. А. Бутенко, Ю. В. Рылов, В. П. Чиков // Изв. АН СССР, МЖГ. – 1976. № 6. – С. 137-146.

8. Марч, С. Характеристики сопел для двигателей малой тяги [Текст] / С. Марч [и др.] // Вопросы ракетной техники. – 1968. № 11. – С. 36-48.

9. Авдуевский, В. С. Расчет ламинарного пограничного слоя в сжимаемом газе при наличии теплообмена и произвольном распределении давления вдоль поверхности [Текст] / В. С. Авдуевский, Р. М. Копяткевич // Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение. – 1960. № 1. – С. 3-11.

References

1. Shustov, S. A. Numerical model of viscosity impact on the flow in low-thrust rocket engine nozzles in the approximation of a laminar boundary layer with sliding / S. A. Shustov // In this issue of SSAU Vestnik (bulletin).

2. Roze, D. Analysis of viscous flows in supersonic nozzles with the help of an electronic beam / D. Roze // Rocket engineering and cosmonautics. – 1971. – No. 5. – pp. 43-51.

3. Yevseyev, G. A. Experimental analysis of rarefied gas flow / G. A. Yevseyev // Izvestiya of USSR Academy of Science, Mechanics. – 1965. – No. 3. – pp. 165-172.

4. Ray, J. Some results of numerical results of rarefied gas viscous flows in the approximation of a narrow channel / J. Ray // Rocket engineering and cosmonautics. – 1971. – No. 5. – pp. 81-90.

5. Firsov, O. I. Numerical analysis of gas flows in nozzles at low Reynolds numbers / O. I. Firsov // All-Russian Institute of Scientific and Technical Information, No. 2134-78, Dep. 1978.

6. Kuluva, N., Khosek, G. Consumption factor of supersonic nozzle at low Reynolds numbers / N. Kuluva, G. Khosek // Rocket engineering and cosmonautics. – 1971. –No. 9 – pp. 267-270.

7. Butenko, V. A. Experimental analysis of small-dimensioned nozzles characteristics / V. A. Butenko, Yu. V. Rylov, V. P. Tchikov // Izvestiya of USSR Academy of Science. – 1976. – No. 6. – pp. 137-146.

8. March, S. Characteristics of nozzles for low-thrust engines / S. March (et al) // Issues of rocket engineering. – 1968. – No. 11. – pp. 36-48.

9. Avduyevsky, V. S. Calculation of a laminar boundary layer in compressed gas with heat exchange and arbitrary distribution of pressure along the surface / V. S. Avduyevsky, R. M. Kopyatkevitch // Izvestiya of USSR Academy of Science, Mechanics and mechanical engineering. – 1960. – No. 1. – pp. 3-11.

APPROBATION OF THE NUMERICAL MODEL OF ACCOUNT OF VISCOSITY IMPACT ON THE FLOW IN LOW-THRUST ROCKET ENGINE NOZZLES IN THE APPROXIMATION OF A LAMINAR BOUNDARY LAYER WITH SLIDING

© 2009 S. A. Shustov

Samara State Aerospace University

The paper outlines the results of approbation of the numerical model developed in [1] of the account of viscosity impact on the flow in low-thrust rocket engine nozzles in the approximation of a laminar boundary layer with sliding by comparing the results of calculations according to the model both with the experimental results and with the results of calculations using a model of a higher level (shortened Navier-Stokes equations in the approximation of a narrow channel).

Laval nozzle, Reynolds number, experiment, numerical calculation, dimensionless density profile, Mach number profile, consumption factor, nozzle specific impulse loss factor.

Информация об авторе

Шустов Станислав Алексеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет, e-mail: Olga_Kostrova@mail.ru. Область научных интересов: термогазодинамика двигателей летательных аппаратов.

Shustov Stanislav Alexeyevitch, candidate of technical science, associate professor of the department of aircraft engine theory, Samara State Aerospace University, e-mail: Olga_Kostrova@mail.ru. Area of research: thermogasodynamics of aircraft engines.