

## РОТОРНО-МАЯТНИКОВАЯ САМОСИНХРОНИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЕЙ НА ИЗОТРОПНОМ УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

© 2018

**А. В. Кошелев** кандидат технических наук, научный сотрудник тематического отдела по разработке твердотельных акселерометров и гироскопов; ПАО «Арзамасское научно-производственное предприятие «Темп-Авиа», г. Арзамас; [koshelevav88@mail.ru](mailto:koshelevav88@mail.ru)

**Н. Н. Денцов** кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики; Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексева; [dentsovnn90@mail.ru](mailto:dentsovnn90@mail.ru)

Предлагается улучшение динамических характеристик вибрационных машин на основе использования резонансных колебательных систем с двумя и более степенями свободы. Показано, что разумное усложнение моделей за счёт увеличения числа степеней свободы, учёта нелинейности позволяет повысить взаимное усиление колебаний парциальных подсистем и раскрыть дополнительные возможности в разработке новой техники и технологий. Вовлечение объектов колебательной системы в коллективное взаимодействие достигается на основе использования сложных резонансов, которые реализуются только в связанных системах. Таким резонансом является комбинационный параметрический резонанс, обусловленный парным взаимодействием собственных форм колебаний. Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований самосинхронизации параметрических роторно-маятниковых вибровозбудителей, установленных на общем упругом изотропном основании. Динамическая модель вибрационной машины представлена совокупностью равноправных взаимодействующих нелинейных осцилляторов (маятников), при резонансном возбуждении которых реализуется эффект Гюйгенса, то есть самосинхронизация по типу маятниковых часов (маятниковая самосинхронизация). Один или несколько осцилляторов выполняют функции рабочего органа вибрационной машины. Другие осцилляторы этой системы играют роль инерционного элемента роторно-маятникового вибровозбудителя. Показано, что при совместной работе как минимум двух роторно-маятниковых вибровозбудителей реализуется самосинхронизация по типу неуравновешенных роторов (роторная самосинхронизация). Таким образом, исследуемое устройство совмещает в себе одновременно роторно-маятниковую самосинхронизацию. Приводятся результаты численного моделирования в виде амплитудно-частотных характеристик и зависимостей частот генерации от частоты параметрического возбуждения. Установлено, что амплитуда колебаний рабочего органа за счёт резонансных взаимодействий с маятниками возбудителя слабо реагирует на увеличение демпфирования. Сумма собственных частот маятников и рабочего органа удовлетворяет условию комбинационного параметрического резонанса во всём диапазоне области неустойчивости.

*Самосинхронизация; ротор; маятник; резонанс; параметрический вибровозбудитель; неуравновешенность; изотропное упругое основание; колебательная система.*

---

**Цитирование:** Кошелев А.В., Денцов Н.Н. Роторно-маятниковая самосинхронизация параметрических вибровозбудителей на изотропном упругом основании // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 1. С. 150-159. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-150-159

### Введение

Взаимодействие искусственно созданных парциальных подсистем при наложении на них весьма малых связей может привести к фундаментальным явлениям самосинхронизации. Физическим примером является самосинхронизация в системе двух связанных маятниковых часов, открытая во второй половине 17 века Христианом Гюйгенсом. Если пару одинаковых маятниковых часов, ходивших по-разному, подвесить к упругой балке вместо жёсткого закрепления к стене, то взаимная передача толчков

обеспечивает их самосинхронизацию и часы начинают ходить точно в такт [1]. В середине прошлого века обнаружена самосинхронизация неуравновешенных роторов [1; 2] (дебалансных вибровозбудителей), установленных на одном вибрирующем органе, приводимых во вращение асинхронными двигателями. Два ротора на общем вибрирующем основании (несущем теле) вращаются с одной и той же частотой, тогда как те же роторы на неподвижном основании имеют различные частоты вращения. Эффект самосинхронизации дебалансных вибровозбудителей подобен эффекту, обнаруженному Гюйгенсом для часов: в обоих случаях имеет место взаимная синхронизация. Действительно, неуравновешенные роторы вызывают колебания несущего тела с частотой вращения, что обеспечивает способность отдельных подсистем реагировать друг на друга.

### Постановка задачи

На сегодняшний день наибольшее распространение получили вибромашины с двумя дебалансными вибраторами [3], настроенными на зарезонансный режим работы. Такой режим работы неэффективен с точки зрения энергетических затрат, так как в колебательной системе циркулирует большая реактивная мощность. Резонансные режимы (энергетически эффективные) работы вибрационных машин практически нереализуемы ввиду их низкой стабильности в условиях обычного резонанса вынужденных колебаний. Явление самосинхронизации неуравновешенных роторов широко используется в вибротехнике, в то время как открытая более трёхсот лет тому назад самосинхронизация колеблющихся тел типа маятников не имеет промышленного применения. Однако благодаря изобретению [4] параметрических резонансных вибровозбудителей (рис. 1, а, б) появилась возможность одновременного использования эффектов самосинхронизации как колеблющихся тел типа маятников, так и вращающихся тел типа неуравновешенных роторов в одном устройстве. Задача сводится к раскачке (по принципу качелей) массивного рабочего органа вибромашины малым синхронным коллективным воздействием на него лёгких маятников ротора (рис. 1, б, в). Поставленная задача является весьма актуальной для инженерной механики и создания вибрационных энергосберегающих машин нового поколения.

На рис. 1 приведена динамическая модель вибрационной машины с параметрическим возбуждением [5]. Пара идентичных параметрических резонансных роторно-маятниковых вибровозбудителей 1, вращающихся в одном направлении, установлена на рабочем органе 2. Рабочий орган установлен на упругое изотропное основание 3. Демпфер 4 моделирует технологическую нагрузку. На рис. 1, б показана схема ротора параметрического вибровозбудителя. Ротор состоит из набора отдельных одинаковых уравновешенных дисков 5 (рис. 1, б). В каждом диске образованы три замкнутых беговых дорожки 6 кругового профиля, которые расположены через одинаковый угол, а их центры смещены от оси вращения ротора в диаметрально противоположных направлениях на одинаковые расстояния  $AB = l$ . На беговых дорожках размещены одинаковые уравновешенные тела качения (маятники) 7 массой  $m$  каждый с возможностью обкатки. Диски соединяются между собой в единую конструкцию так, что беговые дорожки одного диска повернуты относительно оси ротора на угол  $\gamma_0 = \pi / s$  относительно другого (рис. 1, в), где  $s$  – число дисков (рассматривается  $s = 2$ ). В результате образуется роторно-маятниковый возбудитель. Он содержит  $N = 3s$  маятников, расположенных попарно в параллельных плоскостях, и в собранном виде массой  $m_0$  жёстко закрепляется на приводном валу, который посредством подшипников устанавливается на рабочем органе массой  $M_0$ . Приводные валы, оси которых параллельны, получают вращение от асинхронных двигателей, вынесенных из колебательной системы.

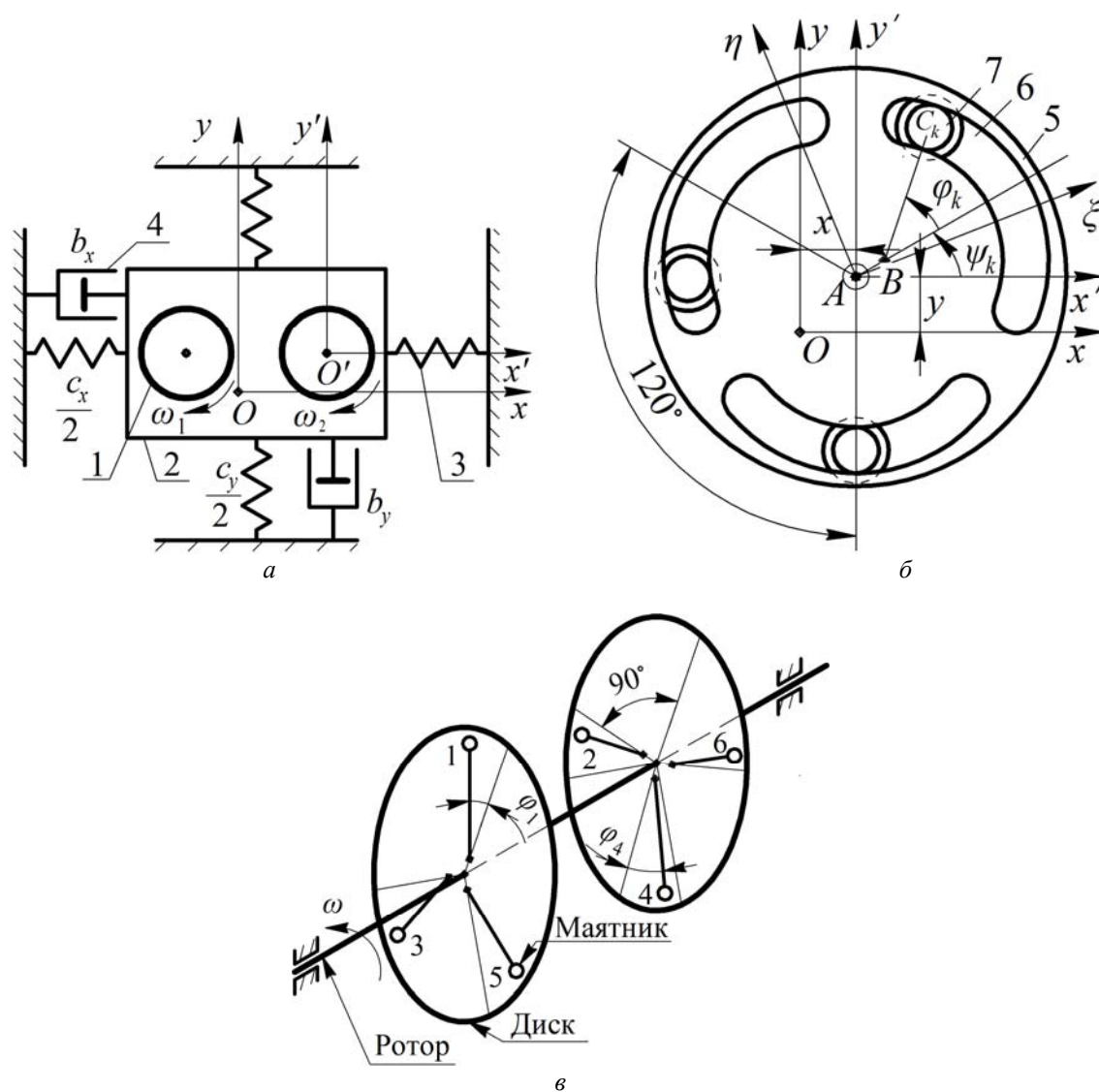


Рис. 1. Динамическая модель параметрически возбуждаемой вибрационной машины

Система координат  $O'x'y'z'$  с началом в центре масс ротора (без тел качения) движется поступательно относительно неподвижной  $Oxyz$ , причём ось  $z'$  направлена по оси приводного вала. В положении статического равновесия оси  $x, x'$  и  $y, y'$  совпадают. Кроме того, с центром каждого диска связана подвижная система  $A'x'y'z'$  (рис. 1, б), оси которой параллельны соответствующим осям системы  $O'x'y'z'$ . Вертикальная плоскость  $Oxy$  принимается за основную плоскость, относительно которой роторы возбуждателя и маятники совершают плоское движение.

Рассматриваются круговые колебания рабочего органа в направлении осей  $Ox$ ,  $Oy$ . Необходимая форма траектории поступательных круговых колебаний в двух взаимно перпендикулярных направлениях обеспечивается упругим изотропным полем путём введения упругих элементов с одинаковой жёсткостью  $c_x = c_y = c$ . Ориентация центров кривизны беговых дорожек (осей обкатки) определяется углами  $\psi_k^{(i)} = \omega_i t + 2\pi k/N$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , где  $\omega_i$  – парциальная частота вращения  $i$ -го вибровозбудителя. Положение маятников определяется углами  $\varphi_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Характеристики восстанавливающих сил и сил сопротивления задаются в виде

$$\begin{aligned} F_x &= c_x x + c_{1x} x^3, \quad F_y = c_y y + c_{1y} y^3, \\ R_x &= (b_x + b_{1x} x^2) \dot{x}, \quad R_y = (b_y + b_{1y} y^2) \dot{y}, \\ R_{\varphi_k} &= (\alpha + \alpha_1 \varphi_k^2) \dot{\varphi}_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

где  $c_x = c_y = c$  – суммарная жёсткость упругих элементов в направлении осей  $x, y$  соответственно;  $c_{1x} = c_{1y} = c_1$  – коэффициент нелинейности упругих восстанавливающих сил в соответствующих направлениях;  $b_x = b_y = b$ ,  $\alpha$  – коэффициенты линейного демпфирования;  $b_{1x} = b_{1y} = b_1$ ,  $\alpha_1$  – коэффициенты нелинейного демпфирования.

За обобщённые координаты принимаются углы  $\varphi_k^{(i)}$ , определяющие положения тел качения  $i$ -го вибровозбудителя ( $k = 1, 2, \dots, N$ ), и перемещения  $x, y$  рабочего органа. Тогда математическая модель вибрационной машины на изотропном упругом основании описывается следующими уравнениями [6]:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_k + \nu^2 \tilde{\omega}^2 \varphi_k &= \nu^2 \left[ \ddot{\tilde{x}} \left( \sin \tilde{\psi}_k + \varphi_k \cos \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \varphi_k^2 \sin \tilde{\psi}_k \right) - \ddot{\tilde{y}} \left( \cos \tilde{\psi}_k - \varphi_k \sin \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \varphi_k^2 \cos \tilde{\psi}_k \right) \right] + \\ &+ \beta_1 \nu^2 \tilde{\omega}^2 \varphi_k^3 - 2(\tilde{n}_0 + \tilde{h}_0 \varphi_k^2) \dot{\varphi}_k; \\ \ddot{\tilde{x}} + \tilde{x} &= \mu_0 \sum_{k=1}^N \left[ (\ddot{\varphi}_k - \tilde{\omega}^2 \varphi_k) \sin \tilde{\psi}_k + 2\tilde{\omega} \dot{\varphi}_k \cos \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \tilde{\omega}^2 \varphi_k^2 \cos \tilde{\psi}_k + \right. \\ &+ \varphi_k \ddot{\varphi}_k \cos \tilde{\psi}_k - 2\tilde{\omega} \varphi_k \dot{\varphi}_k \sin \tilde{\psi}_k + \dot{\varphi}_k^2 \cos \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \varphi_k^2 \ddot{\varphi}_k \sin \tilde{\psi}_k + \\ &+ \left. \frac{1}{6} \tilde{\omega}^2 \varphi_k^3 \sin \tilde{\psi}_k - \tilde{\omega} \dot{\varphi}_k \varphi_k^2 \cos \tilde{\psi}_k - \varphi_k \dot{\varphi}_k^2 \sin \tilde{\psi}_k \right] - \beta_2 \tilde{x}^3 - 2(\tilde{n} + \tilde{h} \tilde{x}^2) \dot{\tilde{x}}; \\ \ddot{\tilde{y}} + \tilde{y} &= \mu_0 \sum_{k=1}^N \left[ (-\ddot{\varphi}_k + \tilde{\omega}^2 \varphi_k) \cos \tilde{\psi}_k + 2\tilde{\omega} \dot{\varphi}_k \sin \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \tilde{\omega}^2 \varphi_k^2 \sin \tilde{\psi}_k + \right. \\ &+ \varphi_k \ddot{\varphi}_k \sin \tilde{\psi}_k + 2\tilde{\omega} \varphi_k \dot{\varphi}_k \cos \tilde{\psi}_k + \dot{\varphi}_k^2 \sin \tilde{\psi}_k + \frac{1}{2} \varphi_k^2 \ddot{\varphi}_k \cos \tilde{\psi}_k - \\ &+ \left. - \frac{1}{6} \tilde{\omega}^2 \varphi_k^3 \cos \tilde{\psi}_k - \tilde{\omega} \dot{\varphi}_k \varphi_k^2 \sin \tilde{\psi}_k + \varphi_k \dot{\varphi}_k^2 \cos \tilde{\psi}_k \right] - \beta_2 \tilde{y}^3 - 2(\tilde{n} + \tilde{h} \tilde{y}^2) \dot{\tilde{y}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mu_0 = \frac{m \rho_c}{Ml}$ ;  $k = 1, 2, \dots, N$  ( $N = 6$ );

$\tilde{x} = \frac{x}{l}$ ,  $\tilde{y} = \frac{y}{l}$  – безразмерные координаты;  $\tau = \lambda_2 t$  – безразмерное время;

$\lambda_2 = \sqrt{\frac{c}{M_0}}$  – собственная частота рабочего органа;

$\tilde{\omega} = \frac{\omega}{\lambda_2}$  – безразмерная частота параметрического возбуждения;

$\tilde{n}_0 = \frac{n_0}{\lambda_2}$ ,  $\tilde{n} = \frac{n}{\lambda_2}$  – безразмерные коэффициенты линейного демпфирования;

$$n_0 = \frac{\alpha}{2J_B}, n = \frac{b}{2M};$$

$$\tilde{h}_0 = \frac{h_0}{\lambda_2}, \tilde{h} = \frac{h}{\lambda_2} \text{ – безразмерные коэффициенты нелинейного демпфирования};$$

$$h_0 = \frac{\alpha_1}{(2J_B)}, h = \frac{b_1}{(2M)}, \beta_1 = \frac{1}{6};$$

$$\beta_2 = \gamma l^2 \text{ – коэффициент нелинейности упругих восстанавливающих сил};$$

$$\nu^2 = \frac{m\rho_c l}{J_B} \text{ – безразмерный параметр, определяющий собственную частоту качаний ма-}$$

ятников во вращающейся системе координат;

$$\gamma = \frac{c_1}{c};$$

$J_B$  – момент инерции тела качения относительно оси обкатки;

$M = M_0 + m_0 + Nm$  – общая масса системы;

точка обозначает дифференцирование по  $\tau$ .

### Метод решения

Уравнения (1) описывают поведение  $N + 2$  равноправных нелинейных осцилляторов и связи между ними. Первые  $N$  уравнений системы (1) описывают колебания осцилляторов вибровозбудителя как физических маятников с осями подвеса в центрах кривизны беговых дорожек во вращающейся системе координат  $A\xi\eta\zeta$  (рис. 1, б).

Исследуется комбинационный параметрический резонанс [7], когда колебания в системе (1) возбуждаются на частотах  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , связанных с частотой параметрического возбуждения  $\tilde{\omega}$  соотношением

$$\tilde{\omega} = \lambda_1 + \lambda_2, \tag{2}$$

причём частоты генерации близки к собственным частотам, т.е.  $\lambda_1 = \nu\tilde{\omega}$ ,  $\lambda_2 = 1$ , и не кратны между собой. При вертикальном расположении плоскости вращения ротора и настройке  $\nu = 0,25$  влиянием сил тяжести маятников можно пренебречь.

Исследуем работу одного параметрического роторно-маятникового вибровозбудителя. Пусть ротор левого (рис. 1, а) вибровозбудителя равномерно вращается с угловой скоростью  $\omega_1$ . В результате порождается периодическое изменение во времени инертных свойств колебательной системы с периодом  $2\pi / \omega_1$ . При этом маятники возбудителя образуют подсистему  $N$  одинаковых осцилляторов качания с осями обкатки в центрах кривизны беговых дорожек и одинаковыми парциальными собственными частотами  $\lambda_1^{(1)} = \nu\omega_1$  во вращающейся вместе с ротором системе координат. Вторая подсистема – это рабочий орган на изотропном упругом основании с парциальной собственной частотой  $\lambda_2 = \sqrt{c/M}$ , где  $c$  – жёсткость упругого основания,  $M$  – общая масса системы.

При настройке  $\omega_1 = \lambda_1^{(1)} + \lambda_2$ ,  $\nu = 0,25$  и выполнении порогового условия  $\varepsilon > 4\nu\tilde{n}_0\tilde{n}/(1-\nu)$  самовозбуждается многократный комбинационный параметрический резонанс с возникновением коллективного взаимодействия осцилляторов роторно-маятникового возбудителя и рабочего органа. Здесь  $\varepsilon = \nu^2 N \mu_0 / 2$  – коэффициент, про-

порциональный отношению общей массы маятников к массе всей системы (коэффициент возбуждения).

Колебательная система роторно-маятникового возбудителя синхронизируется на частотах  $\omega_1 = \Omega_1^{(1)} + \Omega_2^{(1)}$ , где  $\Omega_1^{(1)} \approx \lambda_1^{(1)} = \nu\omega_1$ ,  $\Omega_2^{(1)} \approx \lambda_2$  – некратные частоты генерации. Причём маятники в первом приближении совершают когерентные колебания по закону  $\varphi_k^{(1)} = A_0 \cos(\Omega_1 t + 2\pi k/N)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ . Вследствие синхронизации осцилляторов возбудителя по типу качающихся маятников (феномен Гюйгенса) их центр масс качания вращается вокруг оси  $z'$  (приводного вала) с частотой  $\Omega_2^{(1)}$ , описывая окружность в плоскости  $O'x'y'$ . Поскольку  $\Omega_2^{(1)} \approx \lambda_2$ , то неуравновешенная центробежная сила инерции возбуждает резонансные колебания рабочего органа, которые, в свою очередь, вызывают резонансные качания маятников. Таким образом, автоматически образуется неуравновешенность «невидимый дебаланс», который вращается с угловой скоростью  $\Omega_2^{(1)}$ , в то время как ротор возбудителя вращается с угловой скоростью  $\omega_1$ . При  $\nu = 0,25$  угловая скорость вращения  $\Omega_2^{(1)}$  «невидимого дебаланса» приблизительно на 25% ниже угловой скорости  $\omega_1$  ротора. Из (2) следует, что  $\Omega_2^{(1)} = 0,75\omega_1$ . Отметим, что в данном случае необходимая фазировка маятников получается само собой или, как образно пишет И.И. Блехман [1], автоматически как «дар природы» в силу собственных свойств системы. Благодаря самосинхронизации маятников возбудителя по феномену Гюйгенса компенсируется погрешность изготовления диска и маятников роторно-маятникового возбудителя. Введение упругого изотропного основания позволяет снизить порог возбуждения параметрического резонанса в два раза по сравнению с упругой однонаправленной системой, что вместе с эффектом самосинхронизации позволяет снизить массу маятников. Такое обстоятельство представляет практическую ценность, заключающуюся в повышении надёжности привода.

Исследуем совместную работу возбудителей  $I$  (рис. 1, а). При одновременном вращении роторно-маятниковых вибровозбудителей с близкими парциальными угловыми скоростями  $\omega_1, \omega_2$  осуществляется их самосинхронизация по типу неуравновешенных роторов. В результате устанавливается синхронный режим, при котором общий центр масс качающихся маятников («невидимый дебаланс») каждого из вибровозбудителей вращается вокруг их осей с одинаковой угловой скоростью  $\Omega_2 \approx \lambda_2$  в одинаковых направлениях, сообщая рабочему органу круговые колебания, тогда как угловые скорости самих роторов могут быть различными. При этом возникают суммарные вынуждающие силы инерции  $F_x^И, F_y^И$  в направлении осей  $Ox, Oy$  соответственно:

$$\begin{aligned} (m_0 + M_0)\ddot{x} + b_x\dot{x} + b_{1x}x^2\dot{x} + c_x x + c_{1x}x^3 &= F_x^И, \\ (m_0 + M_0)\ddot{y} + b_y\dot{y} + b_{1y}y^2\dot{y} + c_y y + c_{1y}y^3 &= F_y^И. \end{aligned}$$

Частоты  $\Omega_2$  указанных сил инерции равны частоте генерации рабочего органа. Синхронный режим вращения «невидимых дебалансов» обеспечивает рабочий орган за счёт упругого основания. При совместной работе вибровозбудителей настройка колебательной системы на резонансные колебания приобретает вид

$$\omega = \lambda_1 + \lambda_2; \nu = 0,25; N = 6,$$

где  $\omega = \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}$  – среднее значение угловых скоростей вибровозбудителей;  $\lambda_1 = \nu\omega_1$ ;  $\lambda_2 = \sqrt{\frac{c}{M}}$ . Резонансные частоты удовлетворяют соотношению  $\omega_1^* - \Omega_1^{(1)} = \omega_2^* - \Omega_1^{(2)}$ , где  $\omega_1^*$ ,  $\omega_2^*$  – частоты вращения роторов вибровозбудителей;  $\Omega_1^{(1)}$ ,  $\Omega_1^{(2)}$  – частоты генерации маятников вибровозбудителей.

Маятники параметрических вибровозбудителей представляют собой нелинейные осцилляторы, колебания которых неизохронны. Вследствие этого их частоты зависят от амплитуды колебаний. Поэтому маятники могут как забирать энергию у рабочего органа, так и наоборот, когерентно отдавать ему свою энергию. Рабочий орган синхронизирует качания маятников вибровозбудителей так, что их центры масс обращаются вокруг осей вращения роторов с одинаковой частотой  $\Omega_2$ . В результате одновременно реализуется самосинхронизация колеблющихся тел типа маятников и вращающихся тел типа неуравновешенных роторов (роторно-маятниковая самосинхронизация).

Согласованная работа вибровозбудителей достигается самой системой без вмешательства извне и проявляется как результат процесса её самосинхронизации и самоорганизации. При этом реализуется самоуправляемое и самоподдерживаемое собственное движение рабочего органа за счёт слабых, но эффективных резонансных взаимодействий двух парциальных подсистем. Такие взаимодействия представлены на рис. 2 в виде зависимостей амплитуд рабочего органа  $A$ , маятников  $A_0$  (рис. 2, а, б) и частот генерации  $\lambda_1, \lambda_2$  от частоты параметрического возбуждения  $\tilde{\omega}$  (рис. 2, в).

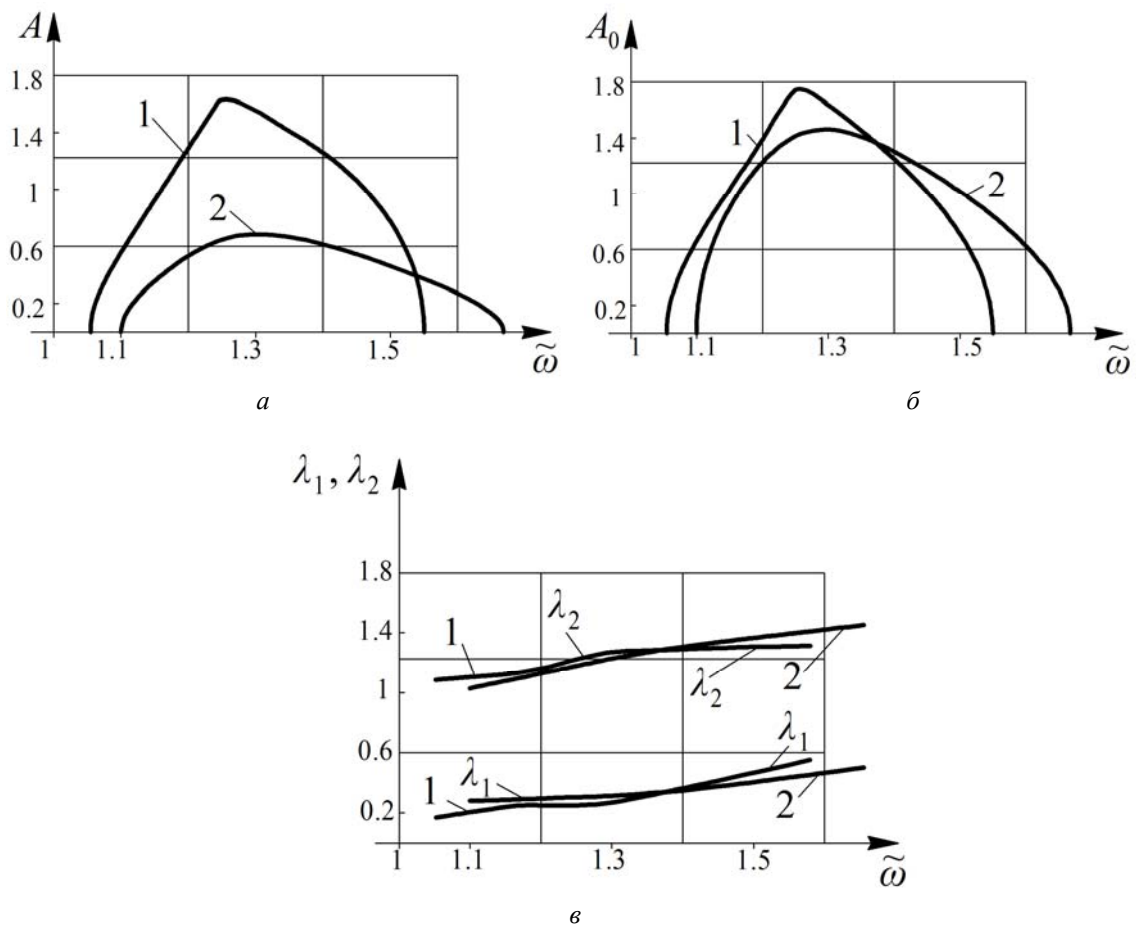


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики и частоты генерации

### Анализ результатов

Резонансная кривая 1 соответствует комбинационному резонансу при настройке  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\nu = 0,25$ ,  $\tilde{n}_0 = \tilde{n} = 0,02$ ,  $\tilde{h}_0 = \tilde{h} = 0,04$ ,  $\beta_2 = 0$ . Резонансная кривая 2 построена для величин  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\nu = 0,25$ ,  $\tilde{n}_0 = 0,02$ ,  $\tilde{n} = 0,12$ ,  $\tilde{h}_0 = 0,03$ ,  $\tilde{h} = 0,06$ ,  $\beta_2 = 0$ .

Из резонансных кривых (рис. 2, а) видно, что амплитуда колебаний рабочего органа падает менее чем в 2,5 раза, в то время как демпфирование увеличилось в шесть раз. Это объясняется увеличением амплитуды (положительная обратная связь) колебаний маятников (рис. 2, б), которые когерентно раскачивают рабочий орган. Рост колебаний ограничивает беговая дорожка (отрицательная обратная связь). Частоты генерации (рис. 2, в) удовлетворяют соотношению (2) комбинационного параметрического резонанса.

Анализ резонансных кривых показывает, что при линейном малогистерезисном упругом основании ( $\beta_2 = 0$ ) резонансные кривые имеют максимум в окрестности частоты возбуждения  $\tilde{\omega} = 1,33$ , соответствующей точной настройке на комбинационный параметрический резонанс  $\tilde{\omega} = \frac{1}{(1-\nu)}$ . Работа вибрационной машины характеризуется высокой стабильностью рабочего резонансного режима колебаний. Их возбуждение достигается при весьма малых значениях коэффициента возбуждения  $\varepsilon$  ( $\varepsilon \ll 1$ ). Это эквивалентно тому, что масса механизма роторно-маятникового возбудителя много меньше общей колеблющейся массы машины. Такое обстоятельство позволяет повысить энергонапряжённость вибрационного оборудования различного технологического назначения.

Эффекты одновременной маятниковой и роторной самосинхронизации подтверждены результатами экспериментальных исследований [8]. Колебательная система самосинхронизируется на частоте  $\Omega_2$  колебаний реактивной массы. При противоположном направлении вращения роторов вибровозбудителей осуществляются прямолинейные поступательные колебания реактивной массы машины.

### Заключение

Параметрический роторно-маятниковый возбудитель аналогичен обычному дебалансному вибратору, в котором энергия вращения ротора более эффективно преобразуется в энергию механических колебаний рабочего органа вибрационной машины. Это реализуется за счёт обобщённого принципа самосинхронизации нового типа, который объединяет в себе два известных – самосинхронизацию качающихся тел типа маятников (феномен Гюйгенса) и самосинхронизацию вращающихся тел типа неуравновешенных роторов.

Использование обобщённого принципа роторно-маятниковой самосинхронизации позволяет снизить энергозатраты вибропривода, получить заданную форму колебаний рабочего органа и повысить надёжность вибрационных машин в целом.

### Библиографический список

1. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971. 896 с.
2. Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. 352 с.
3. Блехман И.И., Васильков В.Б., Ярошевич Н.П. О некоторых возможностях совершенствования вибрационных машин с самосинхронизирующимися инерционными вибровозбудителями // Вестник научно-технического развития. 2013. № 5 (69). С. 3-8.



4. Антипов В.И. Вибровозбудитель: патент РФ № 2072661; опубл. 27.01.1997; бюл. № 3.

5. Антипов В.И., Антипова Р.И. Способ возбуждения резонансных механических колебаний: патент РФ № 2441714; опубл. 10.02.2012; бюл. № 4.

6. Кошелев А.В. Эффективность вибрационной измельчительной машины с параметрическим возбуждением // Вестник машиностроения. 2016. № 5. С. 27-32.

7. Шмидт Г. Параметрические колебания. М.: Мир, 1978. 336 с.

8. Антипов В.И., Антипова Р.И., Кошелев А.В., Денцов Н.Н. Вибрационная транспортирующая машина: патент РФ № 253223; опубл. 27.10.2014; бюл. № 30.

## **ROTOR-PENDULUM SELF-SYNCHRONIZATION OF PARAMETRICAL VIBRATION GENERATORS ON AN ISOTROPIC ELASTIC FOUNDATION**

© 2018

**A. V. Koshelev** Candidate of Science (Engineering), Research Associate of the Thematic Department of Development of Solid-State Accelerometers and Gyroscopes; Public Joint Stock Company Arzamas Scientific and Production Enterprise Temp-Avia, Arzamas, Russian Federation;  
[koshelevav88@mail.ru](mailto:koshelevav88@mail.ru)

**N. N. Dentsov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Theoretical and Applied Mechanics; Nizhny Novgorod R.E. Alekseev State Technical University, Nizhny Novgorod, Russian Federation;  
[dentsovnn90@mail.ru](mailto:dentsovnn90@mail.ru)

Significant improvement of dynamic characteristics of vibration machines on the basis of the use of resonant oscillatory systems with two or more degrees of freedom is proposed. It is shown that reasonable complication of models due to the increase in the number of degrees of freedom, taking account of nonlinearity makes it possible to increase reciprocal enhancement of vibrations of partial subsystems and to open additional opportunities in the development of new equipment and technologies. The involvement of objects of an oscillatory system in collective interaction is achieved on the basis of using compound resonances which occur in coupled systems only. Combination parametric resonance caused by pair-wise interaction of free modes of oscillations represents this kind of resonance. The results of theoretical and experimental studies of self-synchronization of parametric rotor-pendulum vibration generators installed on a common elastic isotropic foundation are presented in the paper. The dynamic model of a vibration machine is represented by a set of peer interacting nonlinear oscillators (pendulums) under resonant excitement of which the Huygens's effect, that is, pendulum clock-type self-synchronization (pendulum self-synchronization) occurs. One or several oscillators perform the functions of the working body of the vibration machine. Other oscillators of this system act as the inertial element of a rotor-pendulum vibration generator. It is shown that in the case of combined action of at least two rotors-pendulum vibration generators unbalanced rotor-type self-synchronization (rotor self-synchronization) takes place. Thus, the device under examination at the same time combines rotor and pendulum self-synchronization. The results of numerical modeling in the form of amplitude-frequency characteristics and dependences of generation frequencies on the frequency of parametric excitation are presented. It is established that the amplitude of the working body oscillations, due to resonant interactions with the generator pendulums, underreacts to an increase in damping. The sum of natural frequencies of pendulums and the working body meets the condition of combination parametric resonance over the whole range of the instability region.

*Self-synchronization; rotor; pendulum; resonance; parametric vibration generator; imbalance; isotropic elastic foundation; oscillatory system.*

---

*Citation:* Koshelev A.V., Dentsov N.N. Rotor-pendulum self-synchronization of parametrical vibration generators on an isotropic elastic foundation. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 1. P. 150-159. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-150-159

## References

1. Blekhman I.I. *Sinkhronizatsiya dinamicheskikh system* [Synchronization of dynamic systems]. Moscow: Nauka Publ., 1971. 896 p.
2. Blekhman I.I. *Sinkhronizatsiya v prirode i tekhnike* [Synchronization in nature and equipment]. Moscow: Nauka Publ., 1981. 352 p.
3. Blekhman I.I., Vasilkov V.B., Yaroshevich N.P. Some opportunities of improvement of vibration machines with self-synchronized inertial vibration exciters. *Bulletin of Science and Technical Development*. 2013. No. 5 (69). P. 3-8. (In Russ.)
4. Antipov V.I. *Vibrovozбудitel'* [Vibration generator]. Patent RF, no. 2072661, 1997. (Publ. 27.01.1997, bull. no. 3)
5. Antipov V.I., Antipova R.I. *Sposob возбуждения резонансных механических колебаний* [Mode of excitation of resonant mechanical oscillations]. Patent RF, no. 2441714, 2012. (Publ. 10.02.2012, bull. no. 4)
6. Koshelev A.V. Effectiveness of vibrating mincing machine with parametric exciting. *Vestnik Mashinostroyeniya*. 2016. No. 5. P. 27-32. (In Russ.)
7. Schmidt G. *Parametererregte Schwingungen*. Berlin: VEB Deutscher Verl. der Wissenschaften, 1975. 313 p.
8. Antipov V.I., Antipova R.I., Koshelev A.V., Dentsov N.N. *Vibratsionnaya transportiruyushchaya mashina* [Vibration transporting machine]. Patent RF, no. 253223, 2014. (Publ. 27.10.2014, bull. no. 30)