

УДК 535.42

ДИФРАКЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ОГРАНИЧЕННОГО ПУЧКА НА РАДИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТАХ

© 2008 С.И. Харитонов¹, Н.Л. Казанский^{1,2}, А.Ю. Дмитриев¹

Институт систем обработки изображения РАН
Самарский государственный аэрокосмический университет

В работе предложен метод решения задачи дифракции на оптических элементах с радиально-симметричным, не зависящим от продольной координаты распределением диэлектрической проницаемости. Предлагаемый метод является обобщением метода связанных волн (RCWA) для радиально-симметричных структур. В качестве базиса для разложения решения были выбраны конические волны, представляющие собой решения системы уравнений Максвелла в среде с постоянной диэлектрической проницаемостью.

Фокусатор, дифракционный оптический элемент, уравнения Максвелла, дифракция

Введение

Наряду со сферической линзой, фокусирующей свет в точку, широко применяются на практике оптические элементы, фокусирующие свет в кольцо.

Имеется ряд работ, посвященных исследованию фокусировки в кольцо в рамках геометрической оптики [1-7]. Как известно, приближение геометрической оптики не позволяет оценить ширину кольца, энергетическую эффективность фокусировки. В статье [8] исследуется фокусировка в кольцо с помощью оптического элемента с бинарной фазовой структурой вида $sign(J_0(krr_0 / f_0))$, который является дополнением к линзе. В работах [9,10] предложены несколько видов функций комплексного пропускания, описывающих оптический элемент с кольцевым импульсным откликом, и получены интегральные представления для интенсивности светового поля в фокальной плоскости вблизи кольца. В статье [11] было получено распределение интенсивности в фокальной плоскости (вблизи кольца) пары аксикон-линза. Дифракционный оптический элемент (ДОЭ) с повышенной глубиной фокуса или фокусатор в отрезок на оптической оси был впервые предложен в работе [12]. В дальнейшем было предложено несколько вариантов расчета, совершенствования и исследо-

вания фазовых функций таких ДОЭ [4, 13-22]. Использование оптических элементов с повышенной глубиной фокуса актуально для лазерных проигрывателей компакт-дисков [23], для получения оптического разряда в газе [24], для создания опорной световой линии в метрологии [25], лазерных технологических установках [26].

Во всех изложенных работах прохождение поля через оптический элемент рассчитывался в приближении геометрической оптики. Для расчета поля после оптического элемента использовался интеграл Кирхгофа. Цель данной работы - разработать метод расчета поля внутри ДОЭ с радиально-симметричным распределением диэлектрической проницаемости. Предложенный метод является аналогом метода RCWA (Rigorous Coupled Wave Analysis), используемого для расчета дифракции полей на периодических структурах [27-29]. В работе [30] рассмотрено использование компактной записи для решения системы уравнений Максвелла с помощью многомерных матриц. В работе [30] рассмотрен наиболее общий способ решения системы уравнений Максвелла с помощью решения системы интегро-дифференциальных уравнений. В настоящей работе рассматривается применение данного метода к решению уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат. Задача сводится к решению системы

обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. В качестве базиса для описания результирующего поля были выбраны конические волны с определенным орбитальным угловым моментом, представляющие собой решения системы уравнений Максвелла в среде с постоянной диэлектрической проницаемостью. В скалярном приближении конические волны с определенным угловым моментом подробно рассмотрены в работах [32-34]. Эти пучки использовались авторами для вращения микрочастиц [35-36].

1. Решение эволюционных уравнений в операторной форме

Напомним основные элементы теории представлений, изложенной в работе [30]. Пусть имеется операторное уравнение, записанное в эволюционной форме:

$$\frac{i}{k} \frac{\partial |W\rangle}{\partial x^3} = H |W\rangle, \quad (1)$$

где H - матричный дифференциальный оператор размерностью 4×4 . В данной работе использованы обозначения, введенные П. Дираком в работе [31].

Пусть матричный дифференциальный оператор имеет вид

$$H = \begin{bmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где A и B - матричные дифференциальные операторы размерности 2×2 .

Представим решение уравнения в виде разложения по базису $|F_{\alpha s}\rangle$:

$$|W\rangle = \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} v^{\alpha s}(x^3) |F_{\alpha s}\rangle d\omega. \quad (3)$$

Будем называть $v^{\alpha s}(x^3)$ решением уравнения (1) в F-представлении.

Уравнение для функции $v^{\alpha s}(x^3)$ имеет вид

$$\frac{i}{k} \frac{\partial v^{\alpha s}}{\partial x^3} = \sum_k \int_{-\infty}^{+\infty} H_{\alpha k}^{\omega s}(x^3) v^{\alpha k}(x^3) d\alpha, \quad (4)$$

где $H_{\alpha k}^{\omega s}$ - матричные элементы оператора H в F-представлении.

В результате мы получили систему интегро-дифференциальных уравнений. Следует отметить, что вследствие специфической структуры оператора H можно выбрать базис $|V_{\alpha s}\rangle$, в котором будут отличны от нуля только следующие матричные элементы:

$$H_{\alpha 3}^{\omega 1} = \langle V^{\omega 1} | A | V_{\alpha 3} \rangle, \quad (5)$$

$$H_{\alpha 4}^{\omega 1} = \langle V^{\omega 1} | A_{\alpha}^{\omega} | V_{\alpha 4} \rangle, \quad (6)$$

$$H_{\alpha 3}^{\omega 2} = \langle V^{\omega 2} | A_{\alpha}^{\omega} | V_{\alpha 3} \rangle, \quad (7)$$

$$H_{\alpha 4}^{\omega 2} = \langle V^{\omega 2} | A_{\alpha}^{\omega} | V_{\alpha 4} \rangle, \quad (8)$$

$$H_{\alpha 1}^{\omega 3} = \langle V^{\omega 3} | B | V_{\alpha 1} \rangle, \quad (9)$$

$$H_{\alpha 2}^{\omega 3} = \langle V^{\omega 3} | B | V_{\alpha 2} \rangle, \quad (10)$$

$$H_{\alpha 1}^{\omega 4} = \langle V^{\omega 4} | B | V_{\alpha 1} \rangle, \quad (11)$$

$$H_{\alpha 2}^{\omega 4} = \langle V^{\omega 4} | B | V_{\alpha 2} \rangle. \quad (12)$$

В данном случае используются матрицы 2×2 , а в качестве базисных векторов используются столбцы из двух элементов, содержащие ненулевые компоненты векторов с размерностью, равной 4.

Система интегро-дифференциальных уравнений распадается на две части:

$$\frac{i}{k} \frac{\partial v^{\alpha s}}{\partial x^3} = \sum_{k=3,4} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{\alpha k}^{\omega s}(x^3) v^{\alpha k}(x^3) d\alpha \quad (13)$$

для $s = 1, 2$,

$$\frac{i}{k} \frac{\partial v^{\alpha s}}{\partial x^3} = \sum_{k=1,2} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{\alpha k}^{\omega s}(x^3) v^{\alpha k}(x^3) d\alpha \quad (14)$$

для $s = 3, 4$.

Можно также получить систему интегро-дифференциальных уравнений второго порядка:

$$-\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 v^{\alpha k}}{\partial (x^3)^2} = \left(\sum_{m=1,2} \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\beta m}^{\alpha k}(x^3) \right) v^{\beta m}(x^3) d\beta, \quad (15)$$

$$P_{\beta m}^{\omega k} = \left(\sum_{s=3,4} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{\alpha s}^{\omega k}(x^3) H_{\beta m}^{\alpha s}(x^3) d\alpha \right), \quad (16)$$

По аналогии

$$-\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 v^{\omega k}}{\partial (x^3)^2} = \left(\sum_{m=3,4} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{\beta m}^{\omega k}(x^3) \right) v^{\beta m}(x^3) d\beta, \quad (17)$$

$$Q_{\beta m}^{\omega k} = \left(\sum_{s=1,2} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{\alpha s}^{\omega k}(x^3) H_{\beta m}^{\alpha s}(x^3) d\alpha \right). \quad (18)$$

2. Уравнения Максвелла в цилиндрических координатах

В данном разделе используем физические компоненты векторов. Для обозначения цилиндрических координат используем обозначения (x^1, x^2, x^3) , где x^1 - радиальная координата, x^2 - полярный угол, x^3 - расстояние вдоль оптической оси.

В цилиндрической системе координат систему уравнений Максвелла для комплексных амплитуд можно представить в виде

$$\frac{i}{k} \frac{\partial |W\rangle}{\partial x^3} = H |W\rangle, \quad (19)$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{i}{\epsilon k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_2 & \frac{i}{\epsilon k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_1 + ik \\ 0 & 0 & -\frac{i}{\epsilon k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 - ik & \frac{i}{\epsilon k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 \\ \frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_2 & \frac{-i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_1 - ik\epsilon & 0 & 0 \\ \frac{i}{k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 + ik\epsilon & \frac{-i}{k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$|W\rangle = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где D_1, D_2 - дифференциальные операторы следующего вида:

$$D_1 = \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1}, \quad (22)$$

$$D_2 = \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2}. \quad (23)$$

Оператор D_1 действует на функцию следующим образом:

$$D_1 f = \frac{1}{x^1} \frac{\partial (x^1 f)}{\partial x^1} \quad (24)$$

Здесь x^1, x^2, x^3 - цилиндрические координаты, связанные с обычными декартовыми координатами (x, y, z) следующим преобразованием:

$$x = x^1 \cos(x^2), \quad (25)$$

$$y = x^1 \sin(x^2), \quad (26)$$

$$z = x^3. \quad (27)$$

$E_1, E_2, E_3, H_1, H_2, H_3$ - компоненты векторов электрического и магнитного полей в цилиндрической системе координат; ϵ - диэлектрическая проницаемость среды;

$k = \frac{\omega}{c}$ - волновое число в вакууме; ω - круговая частота; c - скорость света.

2.1. Распространение света в среде с постоянной диэлектрической проницаемостью

В качестве простого примера рассмотрим распространение волны в среде с постоянной диэлектрической проницаемостью. Представим решение системы уравнений Максвелла в виде

$$\mathbf{E}(x^1, x^2, x^3) = \mathbf{F}(x^1, x^2) \exp(ik\gamma x^3), \quad (28)$$

$$\mathbf{H}(x^1, x^2, x^3) = \mathbf{G}(x^1, x^2) \exp(ik\gamma x^3). \quad (29)$$

Такое представление справедливо в случае, если свойства среды не зависят от координаты x_3 ; γ - константа, возникающая при разделении переменных.

Для определения F_1 и G_2 используется следующая пара уравнений Максвелла:

$$ik\gamma F_1 - ikG_2 = \frac{\partial F_3}{\partial x^1}, \quad (30)$$

$$-ik\epsilon F_1 + ik\gamma G_2 = \frac{1}{x^1} \frac{\partial G_3}{\partial x^2}. \quad (31)$$

Решения выражаются через определители Крамера $\Delta_1, \Delta, \Delta_2$ следующим образом:

$$F_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad (32)$$

$$G_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}. \quad (33)$$

Выражения для определителей приведены в приложении.

По аналогии для определения G_1 и F_2 используется следующая система уравнений:

$$ik\gamma F_2 + ikG_1 = \frac{1}{x^1} \frac{\partial F_3}{\partial x^2}, \quad (34)$$

$$ik\epsilon F_2 + ik\gamma G_1 = \frac{\partial G_3}{\partial x^1}. \quad (35)$$

Решения G_1 и F_2 выражаются через определители Крамера следующим образом:

$$F_2 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad (36)$$

$$G_1 = \frac{\Delta_4}{\Delta}. \quad (37)$$

Подставляя полученные выражения для E_1, E_2, H_1, H_2 в третью пару уравнений Максвелла, получаем уравнения для компонент F_3, G_3 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(x^1 \frac{\partial F_3}{\partial x^1} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{1}{(x^1)^2} \frac{\partial^2 F_3}{\partial (x^2)^2} \right) + k^2 \beta^2 F_3 = 0, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(x^1 \frac{\partial G_3}{\partial x^1} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{1}{(x^1)^2} \frac{\partial^2 G_3}{\partial (x^2)^2} \right) + k^2 \beta^2 G_3 = 0, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\beta^2 = (\epsilon - \gamma^2), \quad (40)$$

где β - конический параметр.

Для решения полученных уравнений для функций G_3, F_3 разделяем переменные следующим образом:

$$F_3(x^1, x^2) = Z(x^1) \exp(imx^2), \quad (41)$$

$$G_3(x^1, x^2) = Y(x^1) \exp(imx^2), \quad (42)$$

где m - целое число, определяющее орбитальный угловой момент количества движения поля, $Z(x^1)$ и $Y(x^1)$ - цилиндрические функции. Подставляем это представление в уравнения для функций G_3 и F_3 и получаем уравнение для функций $Z(x^1)$ и $Y(x^1)$. Приведенные решения, а также линейные комбинации с одинаковыми индексами m будем называть решениями с определенным угловым моментом:

$$\frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(x^1 \frac{\partial Z}{\partial x^1} \right) - \frac{m^2}{(x^1)^2} Z + k^2 \beta^2 Z = 0, \quad (43)$$

$$\frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(x^1 \frac{\partial Y}{\partial x^1} \right) - \frac{m^2}{(x^1)^2} Y + k^2 \beta^2 Y = 0. \quad (44)$$

Функции $Z(x^1)$ и $Y(x^1)$, как и следовало ожидать, удовлетворяют одному и тому же уравнению.

Перепишем уравнение для функции $Z(x^1)$ в виде

$$(x^1)^2 \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{\partial Z}{\partial x^1} \right) + x^1 \frac{\partial Z}{\partial x^1} + \left(k^2 \beta^2 (x^1)^2 - m^2 \right) Z = 0. \quad (45)$$

Сделаем замену переменных $k\beta x^1 = z$ и получим уравнение Бесселя

$$z^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial Z}{\partial z} \right) + z \frac{\partial Z}{\partial z} + (z^2 - m^2) Z = 0. \quad (46)$$

Решением этого уравнения будут цилиндрические функции.

Запишем теперь решение для E_3 и H_3 :

$$E_3 = Z_m(k\beta x^1) \exp(ik\gamma x^3) \times \exp(imx^2) = Q(x^1, x^2, x^3), \quad (47)$$

$$H_3 = Z_m(k\beta x^1) \exp(ik\gamma x^3) \exp(imx^2). \quad (48)$$

Для дальнейших рассуждений будем использовать выражения для компонент F_1, F_2, G_1, G_2 через F_3, G_3 :

$$F_1 = \frac{ik}{\Delta} \left(\gamma \frac{\partial F_3}{\partial x^1} + \frac{1}{x^1} \frac{\partial G_3}{\partial x^2} \right), \quad (49)$$

$$G_2 = \frac{ik}{\Delta} \left(\frac{\gamma}{x^1} \frac{\partial G_3}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial F_3}{\partial x^1} \right), \quad (50)$$

$$F_2 = \frac{ik}{\Delta} \left(\frac{\gamma}{x^1} \frac{\partial F_3}{\partial x^2} - \frac{\partial G_3}{\partial x^1} \right), \quad (51)$$

$$G_1 = \frac{ik}{\Delta} \left(\gamma \frac{\partial G_3}{\partial x^1} - \frac{\varepsilon}{x^1} \frac{\partial F_3}{\partial x^2} \right), \quad (52)$$

$$F_3 = \frac{i}{\varepsilon k} \left(\frac{1}{x^1} \frac{\partial (x^1 G_2)}{\partial x^1} - \frac{1}{x^1} \frac{\partial G_1}{\partial x^2} \right), \quad (53)$$

$$G_3 = \frac{-i}{k} \left(\frac{1}{x^1} \frac{\partial (x^1 F_2)}{\partial x^1} - \frac{1}{x^1} \frac{\partial F_1}{\partial x^2} \right). \quad (54)$$

Подставляем в данные выражения решения с разделяющимися переменными и

получаем выражение для конических волн с определенным орбитальным угловым моментом:

$$F_1 = \frac{k}{\Delta} \left(i\gamma \frac{\partial F_3}{\partial x^1} - \frac{mG_3}{x^1} \right), \quad (55)$$

$$G_2 = \frac{ik}{\Delta} \left(\frac{mi\gamma G_3}{x^1} + \varepsilon \frac{\partial F_3}{\partial x^1} \right), \quad (56)$$

$$F_2 = \frac{ik}{\Delta} \left(\frac{mi\gamma F_3}{x^1} - \frac{\partial G_3}{\partial x^1} \right), \quad (57)$$

$$G_1 = \frac{k}{\Delta} \left(i\gamma \frac{\partial G_3}{\partial x^1} + \frac{m\varepsilon F_3}{x^1} \right). \quad (58)$$

1. Случай поперечной магнитной волны ($G_3 = 0$):

$$F_1 = \frac{ik}{\Delta} \left(\gamma \frac{\partial F_3}{\partial x^1} \right), \quad (59)$$

$$G_2 = \frac{ik}{\Delta} \left(\varepsilon_0 \frac{\partial F_3}{\partial x^1} \right), \quad (60)$$

$$F_2 = \frac{ik}{\Delta} \left(\frac{\gamma}{x^1} \frac{\partial F_3}{\partial x^2} \right), \quad (61)$$

$$G_1 = \frac{ik}{\Delta} \left(-\frac{\varepsilon_0}{x^1} \frac{\partial F_3}{\partial x^2} \right), \quad (62)$$

$$\Delta = k^2 \varepsilon - k^2 \gamma^2. \quad (63)$$

2. Случай поперечной электрической волны ($F_3 = 0$):

$$F_1 = \frac{ik}{\Delta} \left(\frac{1}{x^1} \frac{\partial G_3}{\partial x^2} \right), \quad (64)$$

$$G_2 = \frac{ik}{\Delta} \left(\frac{\gamma}{x^1} \frac{\partial G_3}{\partial x^2} \right), \quad (65)$$

$$F_2 = \frac{ik}{\Delta} \left(-\frac{\partial G_3}{\partial x^1} \right), \quad (66)$$

$$G_1 = \frac{ik}{\Delta} \left(\gamma \frac{\partial G_3}{\partial x^1} \right). \quad (67)$$

2.2. Матричное представление решений с определенным значением орбитального углового момента

Выражение для компонент конических волн с определенным орбитальным угловым моментом можно переписать в матричном виде:

$$W_h = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \exp(ik\gamma x^3) = \frac{ik}{\Delta} \begin{bmatrix} \frac{im}{x^1} Y \\ -\frac{\partial Y}{\partial x^1} \\ \pm \gamma \frac{\partial Y}{\partial x^1} \\ \pm \gamma \frac{im}{x^1} Y \end{bmatrix} \exp(ik\gamma x^3) \exp(imx^2), \quad (68)$$

$$W_e = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \exp(ik\gamma x^3) = \frac{ik}{\Delta} \begin{bmatrix} \pm \gamma \frac{\partial Z}{\partial x^1} \\ \pm \gamma \frac{im}{x^1} Z \\ -\frac{im\epsilon_0}{x^1} Z \\ \epsilon_0 \frac{\partial Z}{\partial x^1} \end{bmatrix} \exp(ik\gamma x^3) \exp(imx^2). \quad (69)$$

Следует отметить, что конические волны ортогональны между собой при различных конических параметрах, ортогональны между собой при различных индексах, определяющих угловой момент, и также ортогональны для волн различных типов (имеются в виду волны поперечно-электрические и поперечно-магнитные). Конические волны

можно выбрать в качестве базиса. Однако данный базис не очень удобный, так как не является ортогональным. Это приводит к тому, что выражения для матричных элементов становятся достаточно сложными. В качестве базиса можно также выбрать систему ортогональных бивекторов

$$|V_\beta\rangle = \frac{ik}{\Delta} \begin{pmatrix} \gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & 0 & 0 \\ \gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & -\frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon_0 \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & \gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & \gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) \end{pmatrix} \|W\|^{-1}. \quad (70)$$

где $J_m(k\beta x^1)$ - функция Бесселя.

Приведенные базисные векторы являются линейной комбинацией конических волн, распространяющихся в различных направлениях. $\|W\|$ - диагональная матрица, обеспечивающая нормировку базисных

функций. Под нормой вектора будем понимать скалярное произведение $\|V\| = \langle V|V\rangle$.

Под скалярным произведением будем понимать выражение

$$\langle V|V\rangle = \int V^+(x^1) V(x^1) x^1 dx^1, \quad (71)$$

где $V(x^1)$ - вектор-столбец, $V^+(x^1)$ - комплексно сопряженная вектор-строка.

3. Распространение волн с определенным угловым орбитальным моментом в радиально-симметричной среде

Для дальнейших выкладок представим оператор Гамильтона-Максвелла в виде

$$H = \begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}, \quad (72)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{\varepsilon} D_2 & \frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{\varepsilon} D_1 + ik \\ -\frac{i}{\varepsilon k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 - ik & \frac{i}{\varepsilon k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 \end{pmatrix}, \quad (73)$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_2 & \frac{-i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_1 - ik\varepsilon \\ \frac{i}{k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 + ik\varepsilon & \frac{-i}{k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 \end{pmatrix}. \quad (74)$$

Следует отметить, что в пространстве состояний с определенным орбитальным моментом действие оператора $\frac{\partial}{\partial x^2} = im$, где m - число, определяющее орбитальный момент.

В качестве базиса будем использовать (70). Для удобства приведем матрицу из ненулевых компонент базисных векторов

$$(V_{\alpha 1} \quad V_{\alpha 2} \quad V_{\alpha 3} \quad V_{\alpha 4}) = \frac{ik}{\Delta} \begin{pmatrix} \gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) & \frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) & -\varepsilon_0 \frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) & \gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \\ \gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) & -\frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) & \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) & \frac{im\gamma}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \end{pmatrix}. \quad (75)$$

На практике для упрощения вычислительной процедуры вместо непрерывного базиса необходимо использовать базис дискретный. Это будет соответствовать замене интегральных выражений интегральными суммами. В свою очередь это означает, что базисные вектора имеют вид

$$V_{\alpha m} = \sum_n V_{nm} \delta(\alpha - \alpha_{nm}). \quad (76)$$

Здесь $\delta(\alpha - \alpha_{nm})$ - функция Дирака. Величины α_{nm} можно выбрать следующим образом:

$$J_m(k\alpha_{n1}R) = 0, \quad (77)$$

$$J_m(k\alpha_{n2}R) = 0, \quad (78)$$

$$\frac{d}{dx^1} J_m(k\alpha_{n3}R) = 0, \quad (79)$$

$$\frac{d}{dx^1} J_m(k\alpha_{n4}R) = 0. \quad (80)$$

С физической точки зрения такой выбор базиса означает, что оптическая система помещена в цилиндр радиуса R , обладающий абсолютной проводимостью. Наличие абсолютно проводящего цилиндра вносит искажения в первоначальную постановку задачи дифракции. Однако в каждом конкретном случае можно выбрать значение R таким образом, чтобы это влияние было незначительным. Например, в задаче фокусировки гауссова пучка в кольцо необходимо выбрать R таким образом, чтобы он был значительно больше поперечного размера гауссова пучка. В этом случае влияние цилиндра на поле в фокальной плоскости будет минимально. При дальнейшем распространении пучка будут наблюдаться многократные отражения

от цилиндрической поверхности, что приведет к значительному отличию поля. Однако, если увеличить R , можно добиться, чтобы при данном расстоянии от ДОЭ искажение поля, вызванное наличием проводящего цилиндра, были минимальны.

При таком выборе счетного базиса все интегралы заменяются интегральными суммами, а интегро-дифференциальные уравнения превращаются в систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

Система интегро-дифференциальных уравнений распадается на две части:

$$\frac{i}{k} \frac{\partial v^{ms}}{\partial x^3} = \sum_n \sum_{k=3,4} A_{nk}^{ms}(x^3) v^{nk}(x^3), \quad (81)$$

для $s = 1, 2$,

$$\frac{i}{k} \frac{\partial v^{ms}}{\partial x^3} = \sum_n \sum_{k=1,2} B_{nk}^{ms}(x^3) v^{nk}(x^3), \quad (82)$$

для $s = 3, 4$.

Полученную систему необходимо свести к системе дифференциальных уравнений второго порядка.

4. Дифракция на ДОЭ с радиально-симметричным распределением диэлектрической проницаемости

Рассмотрим решение задачи дифракции на дифракционном оптическом элементе с радиально-симметричным распределением диэлектрической проницаемости. Пусть входной пучок падает из области 1 (рис. 1) на дифракционный оптический элемент.

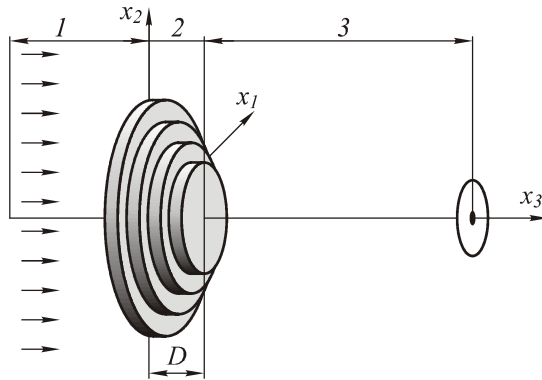


Рис. 1. Оптическая схема фокусировки с помощью радиально-симметричного ДОЭ

Распределение комплексной амплитуды входного пучка имеет вид

$$|W_0\rangle = \sum_n \sum_{s=1,2} I^{ns} |F_{ns}\rangle \exp\left(ik\sqrt{\varepsilon_1 - \alpha_{ns}} x^3\right), \quad (83)$$

где ε_1 - диэлектрическая проницаемость среды 1, I^{ns} определяют вклад различных конических волн во входном поле, $|F_{ns}\rangle$ - вектор-столбец из четырех элементов. Столбцы с различным вторым индексом запишем в виде матрицы

$$|F_{\beta}\rangle = \frac{ik}{\Delta} \begin{pmatrix} \gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & -\gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) \\ \gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & -\frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & -\gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & -\frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) \\ -\varepsilon_1 \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & \gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & -\varepsilon_1 \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & -\gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) \\ \varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & \gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) & \varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\beta x^1) & -\gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\beta x^1) \end{pmatrix} \|W\|^{-1}. \quad (84)$$

Поле в области 1 представляется в виде суммы падающей и отраженной волн и имеет вид

$$W_1 = \sum_n \sum_{s=1,2} I^{ns} |F_{ns}\rangle \exp\left(ik\sqrt{\epsilon_1 - \alpha_{ns}} x^3\right) + \sum_n \sum_{s=3,4} R^{ns} |F_{ns}\rangle \exp\left(-ik\sqrt{\epsilon_1 - \alpha_{ns}} x^3\right), \quad (85)$$

где R^{ns} определяют вклад различных конических волн в сумму, описывающую отраженное поле.

Поле в области 3 за оптическим элементом представляется в виде

$$|W_3\rangle = \sum_n \sum_{s=1,2} T^{ns} |F_{ns}\rangle \times \exp\left(ik\sqrt{\epsilon_1 - \alpha_{ns}} (x^3 - d)\right), \quad (86)$$

где d - толщина дифракционного оптического элемента, T^{ns} определяют вклад различных конических волн в сумму, описывающую прошедшее поле.

Рассмотрим распространение света внутри ДОО с радиально-симметричным, не зависящим от x^3 распределением диэлектрической проницаемости. Решение описывается с помощью системы дифференциальных уравнений первого порядка. Полученную систему уравнений можно свести к системе уравнений второго порядка. При этом сокращается размерность системы уравнений

$$-\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 v^{ml}(x^3)}{\partial (x^3)^2} = M_{ns}^{ml} v^{ns}, \quad (87)$$

где $l = 1, 2$,

$$M_{ns}^{ml} = \sum_{q=3,4} A_{pq}^{ml} B_{ns}^{pq}. \quad (88)$$

Решение системы дифференциальных уравнений второго порядка имеет вид

$$v^{sl}(x^3) = \sum_{mn} E_{mn}^{sl} \left(a^{+mn} \exp\left(ik\mu_{mn} x^3\right) + a^{-mn} \exp\left(-ik\mu_{mn} (x^3 - d)\right) \right), \quad (89)$$

$$M_{pl}^{sq} E_{mn}^{pl} = \mu_{mn}^2 E_{mn}^{sq}. \quad (90)$$

Остальные v^{pl} можно найти по формуле

$$v^{pl} = \frac{i}{k} \sum_{m,s=1,2} O_{ms}^{pl} \frac{\partial v^{ms}}{\partial x^3} \quad (91)$$

$l = 3, 4$.

Многомерная матрица O_{ms}^{pl} удовлетворяет соотношению

$$\sum_{m,s=1,2} O_{ms}^{pl} A_{nk}^{ms} = \delta_{nk}^{pl} \quad (92)$$

Систему дифференциальных уравнений первого порядка можно также свести к системе уравнений второго порядка следующего вида:

$$-\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 v^{ml}(x^3)}{\partial (x^3)^2} = N_{ab}^{ml} v^{ns}, \quad (93)$$

где $l = 3, 4$,

$$N_{ns}^{ml} = \sum_{q=3,4} B_{pq}^{ml} A_{ns}^{pq}. \quad (94)$$

Решение системы дифференциальных уравнений второго порядка имеет вид

$$v^{sl}(x^3) = \sum_{mn} P_{mn}^{sl} \left(b^{+mn} \exp\left(ik\mu_{mn} x^3\right) + b^{-mn} \exp\left(-ik\mu_{mn} (x^3 - d)\right) \right), \quad (95)$$

$$N_{pl}^{sq} P_{mn}^{pl} = \mu_{mn}^2 P_{mn}^{sq}. \quad (96)$$

Остальные v^{pl} в этом случае можно найти по формуле

$$v^{pl} = \frac{i}{k} \sum_{m,s=3,4} K_{ms}^{pl} \frac{\partial v^{ms}}{\partial x^3}, \quad (97)$$

где $l = 1, 2$.

Многомерная матрица O_{ms}^{pl} удовлетворяет соотношению

$$\sum_{m,s=3,4} K_{ms}^{pl} A_{nk}^{ms} = \delta_{nk}^{pl}. \quad (98)$$

Поле внутри оптического элемента представляется в виде

$$|W_2\rangle = \sum_n \sum_{s=1,2,3,4} v^{ns} |V_{ns}\rangle, \quad (99)$$

где $|V_{ns}\rangle$ - вектор-столбец из четырех элементов (70). Набор коэффициентов a^{+mn} , b^{+mn} , R^{mn} , T^{mn} находится из условия непрерывности полей на границах оптического элемента. Далее, используя полученные коэффициенты, получим выражение для компонент электромагнитного поля на выходе оптического элемента. Для того чтобы получить поле за оптическим элементом, необходимо использовать теорию Кирхгофа-Котлера.

5. Заключение

В работе разработан метод решения задач дифракции полей с определенным значением углового момента. Предложенный метод является аналогом метода RCWA, используемого для расчета дифракции полей на периодических структурах. Получен вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений для нахождения решения системы уравнений Максвелла в V -представлении в пространстве функций с определенным угловым моментом

Приложение А

Используя правила Крамера, решаем систему линейных уравнений относительно E_1 и H_2 . Определители Крамера имеют вид

$$\Delta = k^2\varepsilon - k^2\gamma^2, \quad (100)$$

$$\Delta_1 = ik\gamma \frac{\partial F_3}{\partial x^1} + \frac{ik}{x^1} \frac{\partial G_3}{\partial x^2}, \quad (101)$$

$$\Delta_2 = \frac{ik\gamma}{x^1} \frac{\partial G_3}{\partial x^2} + ik\varepsilon \frac{\partial F_3}{\partial x^1}, \quad (102)$$

$$\Delta_3 = \frac{ik\gamma}{x^1} \frac{\partial F_3}{\partial x^2} - ik \frac{\partial G_3}{\partial x^1}, \quad (103)$$

$$\Delta_4 = ik\gamma \frac{\partial G_3}{\partial x^1} - \frac{ik\varepsilon}{x^1} \frac{\partial F_3}{\partial x^2}. \quad (104)$$

Приложение В

Для того чтобы вычислить матричные символы необходимо найти действие следующих операторов на вектора

$$A|V_{\alpha 3}\rangle = \frac{ik}{\Delta(\alpha)} \left[\begin{aligned} & \left(-\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{\varepsilon} D_2 \left(-\varepsilon_0 \frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) + \left(\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{\varepsilon} D_1 + ik \right) \left(\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) \right) \\ & \left(-\frac{i}{\varepsilon k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 - ik \right) \left(-\varepsilon_0 \frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) + \left(\frac{i}{\varepsilon k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 \left(\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) \right) \end{aligned} \right], \quad (105)$$

$$A|V_{\alpha 4}\rangle = \frac{ik}{\Delta(\alpha)} \left[\begin{aligned} & \left(-\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{\varepsilon} D_2 \left(\gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) + \left(\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{\varepsilon} D_1 + ik \right) \left(\frac{im\gamma}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) \right) \\ & \left(-\frac{i}{\varepsilon k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 - ik \right) \left(\gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) + \left(\frac{i}{\varepsilon k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 \left(\frac{im\gamma}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) \right) \end{aligned} \right], \quad (106)$$

$$B|V_{\alpha 1}\rangle = \frac{ik}{\Delta(\alpha)} \left[\begin{aligned} & \left(\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_2 \left(\gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) + \left(\frac{-i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_1 - ik\varepsilon \right) \left(\gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) \right) \\ & \left(\frac{i}{k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 + ik\varepsilon \right) \left(\gamma \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) + \left(\frac{-i}{k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 \left(\gamma \frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) \right) \end{aligned} \right], \quad (107)$$

$$B|V_{\alpha 2}\rangle = \frac{ik}{\Delta(\alpha)} \left[\begin{aligned} & \left(\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_2 \left(\frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) + \left(\frac{-i}{k} \frac{\partial}{\partial x^1} D_1 - ik\varepsilon \right) \left(-\frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) \right) \\ & \left(\frac{i}{k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 + ik\varepsilon \right) \left(\frac{im}{x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) + \left(\frac{-i}{k} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 \left(-\frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) \right) \right) \end{aligned} \right]. \quad (108)$$

Напомним выражение для производных цилиндрических функций:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^1} J_m(k\alpha x^1) &= \\ &= k\alpha \left[\frac{m}{k\alpha x^1} J_m(k\alpha x^1) - J_m'(k\alpha x^1) \right]. \end{aligned} \quad (109)$$

Действие операторов на состояния с определенным значением углового момента определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{\varepsilon} D_1 H_2 \right) &= \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) (D_1 H_2) + \\ &+ \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x^1} (D_1 H_2), \end{aligned} \quad (110)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{\varepsilon} D_2 \right) &= \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) D_2 + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x^1} D_2 = \\ &= im \left(\frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{\varepsilon} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{x^1} = \\ &= im \left(\frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} - \frac{1}{(x^1)^2} \right) \right), \end{aligned} \quad (111)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^1} D_1 &= \frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{x^1} \frac{\partial (x^1 E_2)}{\partial x^1} \right) = \\ &= \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(x^1 \frac{\partial}{\partial x^1} \right) - \frac{1}{(x^1)^2}, \end{aligned} \quad (112)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_1 &= \frac{im}{(x^1)^2} \frac{\partial (x^1)}{\partial x^1} = \\ &= \frac{im}{(x^1)^2} \left(1 + x^1 \frac{\partial}{\partial x^1} \right), \end{aligned} \quad (113)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^1} D_2 = im \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{1}{x^1} = \frac{-im}{(x^1)^2} + \frac{im}{(x^1)} \frac{\partial}{\partial x^1}, \quad (114)$$

$$\frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^2} D_2 = \frac{-m^2}{(x^1)^2}. \quad (115)$$

Благодарности

Работа выполнена при поддержке фонда «Фундаментальные исследования и высшее

образование» (RUXO-014-SA-06) и грантов РФФИ № 07-07-97601-р_офи, 07-01-96602-р_Поволжье_а, 07-07-91580-АСП_а, 07-07-00210, 08-07-99005-р_офи и Фонда содействия отечественной науке.

Библиографический список

1. **Belanger, P.A.** Ring pattern of a lens-axicon doublet illuminated by a Gaussian beam [текст] / P.A. Belanger, M. Rioux // Applied Optics. – 1978. – Vol. 17, № 7. – P.1080-1086.
2. **Belanger, P.A.** Diffraction ring pattern at the focal plane of a spherical lens-axicon doublet [текст] / P.A. Belanger, M. Rioux // Journ. Canadien de Physique. – 1976. – Vol. 54. – P.1774-1780.
3. **Farn, M.W.** Effect of VLSI fabrication errors on kinoform efficiency [текст] / M.W. Farn, J.W. Goodman // Proceedings SPIE. – 1990. – Vol. 1211. – P.1256-136.
4. **Голуб, М.А.** Вычислительный эксперимент с элементами плоской оптики [текст] / М.А. Голуб [и др.] // Автометрия. – 1988. – № 1. – С. 70-82.
5. **Голуб, М.А.** Дифракционный расчет оптического элемента, фокусирующего в кольцо [текст] / М.А. Голуб [и др.] // Автометрия – 1987. – № 6. – С. 8-15.
6. **Казанский, Н.Л.** Исследование дифракционных характеристик фокусатора в кольцо методом вычислительного эксперимента [текст] / Казанский Н.Л. // Компьютерная оптика. – М.: МЦНТИ, 1992. – Вып.10-11. – С.128-144.
7. **Doskolovich, L.L.** Focusators into a ring [текст] / L.L. Doskolovich [and others] // Optical and Quantum Electronics. – 1993. – Vol. 25. – P.801-814.
8. **Fedotowsky, A.** Optimal filter design for annular imaging [текст] / A. Fedotowsky, K. Lehovec // Applied Optics. – 1974. – Vol. 13, № 12. – P.2919-2923.
9. **Коронкевич, В.П.** Киноформные оптические элементы: методы расчета, технология изготовления, практическое применение [текст] / В.П. Коронкевич [и др.] // Автометрия. – 1985. – № 1. – С.4-25.

10. **Коронкевич, В.П.** Киноформные оптические элементы с кольцевым импульсным откликом [текст] / В.П. Коронкевич [и др.] // Препринт № 265 ИАиЭ СО АН СССР. – Новосибирск, 1985. – 23 с.
11. **Belanger, P.A.** Diffraction ring pattern at the focal plane of a spherical lens - axicon doublet [текст] / P.A. Belanger, M. Rioux // Journ. Canadien de Physique. – 1976. – Vol. 54. – P.1774-1780.
12. **Голуб, М.А.** Фокусировка когерентного излучения в заданную область пространства с помощью синтезированных на ЭВМ голограмм [текст] / М.А. Голуб [и др.] // Письма в ЖТФ. – 1981. – Т. 7, вып. 10. – С.618-623.
13. **Казанский, Н.Л.** Анализ характеристик фокусаторов лазерного излучения методом вычислительного эксперимента [текст] / Н.Л. Казанский // Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Куйбышев: КуАИ, 1988. – 183 с.
14. **Казанский, Н.Л.** Процедура корректировки фазовой функции фокусатора по результатам вычислительного эксперимента [текст] / Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – М.: МЦНТИ, 1987. – Вып.1. – С.90-96.
15. **Пальчикова, И.Г.** Киноформные оптические элементы с увеличенной глубиной фокуса [текст] / И.Г. Пальчикова // Компьютерная оптика. – М.: МЦНТИ, 1989. – Вып. 6. – С. 9-19.
16. **Васин, А.Г.** Расчет и исследование когерентного волнового поля в фокальной области радиально-симметричных оптических элементов [текст] / А.Г. Васин [и др.] // Препринт № 304 ФИАН СССР. – М.: ФИАН, 1983. – 38 с.
17. **Сойфер, В.А.** К расчету фокусатора в соосный отрезок [текст] / В.А. Сойфер // Оптическая запись и обработка информации. – Куйбышев: КуАИ, 1988. – С. 45-52.
18. **Doskolovich, L.L.** Analysis of quasi-periodic and geometric optical solutions of the problem of focusing into an axial segment [текст] / L.L. Doskolovich [and other] // Optik. – 1995. – Vol. 101, № 2. – P.37-41.
19. **Kazanskiy, N.L.** Correction of focuser phase function by computer-experimental method [текст] / N.L. Kazanskiy // Computer Optics. – 1989. – Vol. 1, № 1. – P.69-73.
20. **Khonina, S.N.** Calculation of the focusators into a longitudinal line-segment and study of a focal area [текст] / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer // Journal of Modern Optics. – 1993. – Vol. 40. – P. 761-769.
21. **Michaltsova, I.A.** Kinoform axicon [текст] / I.A. Michaltsova, V.I. Nalivaiko, I.S. Soldatenkov // Optik. – 1984. – Vol. 67, № 3. – P. 267-270.
22. **Kolodziejczyk, A.** The light sword optical element - a new diffraction structure with extended depth of focus [текст] / A. Kolodziejczyk [and other] // Journal of Modern Optics. – 1990. – Vol.37, № 8. – P.1283-1286.
23. **Brenden, B.B.** Optical playback apparatus focusing system for producing a prescribed energy distribution along an axial focal zone [текст] / B.B. Brenden, J.T. Russel // Applied Optics. – 1984. – Vol. 23, № 19. – P. 3250-3253.
24. **Tremblay, R.** Laser plasmaspectically pumped by focusing with axicon a CO₂-TEA laser beam in a high-pressure gas [текст] / R. Tremblay [and other] // Optics Communications. – 1979. – Vol. 28, № 2. – P. 193-196.
25. **Воронцов, М.А.** К расчету фокусаторов лазерного излучения в дифракционном приближении [текст] / М.А. Воронцов, А.Н. Матвеев, В.П. Сивоконь // Компьютерная оптика. – М.: МЦНТИ, 1987. – Вып.1. – С.74-79.
26. **Rioux, M.** Linear, annular and radial focusing with axicons and applications to laser machining [текст] / M. Rioux, R. Tremblay, P.A. Belanger // Applied Optics. – 1978. – Vol.17, № 10. – P.1532-1536.
27. **Moharam, M.G.** Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach [текст] / M.G. Moharam [and other] // J. Opt. Soc. Am. A. – 1995. – Vol. 12(5). – P. 1077-1086.
28. **Moharam, M.G.** Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings [текст] / M.G. Moharam [and other] // J. Opt. Soc. Am. A. – 1995. – Vol. 12(5). – P. 1068-1076.
29. **Li, L.** Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures [текст] / L. Li // J. Opt. Soc. Am. A. – 1996. – Vol. 13(9) – P. 1870-1876.

30. **Казанский, Н.Л.** Компактная запись решений системы уравнений Максвелла в пространственно-частотном представлении [текст] / Н.Л. Казанский, М.Л. Каляев, С.И. Харитонов // Антенны. – 2007. – № 10. – С. 13-21.

31. **Дирак, П.А.М.** Принципы квантовой механики [текст] / П.А.М. Дирак – М.: Наука, 1979.

32. **Khonina, S.N.** An analysis of the angular momentum of a light field in terms of angular harmonics [текст] / S.N. Khonina [and other] // Journal of Modern optics. – 2001. – 48(10). – P. 1543-1557.

33. **Котляр, В.В.** Измерение орбитального углового момента светового поля с помощью дифракционного оптического эле-

мента [текст] / В.В. Котляр [и др.] // Автометрия. – 2002. – 8(3). – С. 33-44.

34. **Khonina, S.N.** Astigmatic Bessel laser beams [текст] / S.N. Khonina [and other] // Journal of Modern optics. – 2004. – 51(5). – P. 677-686.

35. **Khonina, S.N.** Rotation of microparticles with Bessel beams generated by diffractive elements [текст] / S.N. Khonina [and other] // Journal of Modern optics. – 2004. – 51(14). – P. 2167-2184.

36. **Skidanov, R.V.** Micromanipulation in Higher-Order Bessel Beams [текст] / R.V. Skidanov [and other] // Optical Memory & Neural Networks (Information Optics), Allerton Press. – 2007. – 16(2). – P. 91-98.

References

1. **Belanger, P.A.** Ring pattern of a lens-axicon doublet illuminated by a Gaussian beam / P.A. Belanger, M. Rioux // Applied Optics. – 1978. – Vol. 17, № 7. – P.1080-1086.

2. **Belanger, P.A.** Diffraction ring pattern at the focal plane of a spherical lens-axicon doublet / P.A. Belanger, M. Rioux // Journ. Canadien de Physique. – 1976. – Vol. 54. – P.1774-1780.

3. **Farn, M.W.** Effect of VLSI fabrication errors on kinoform efficiency / M.W. Farn, J.W. Goodman // Proceedings SPIE. – 1990. – Vol. 1211. – P.1256-136.

4. **Golub, M.A.** Computing experiment with elements of flat optics / M.A. Golub [and other] // Avtometriya. – 1988. – N 1. – P. 70-82. – [in Russian].

5. **Golub, M.A.** Diffractal calculation of the optical element focusing in a ring / M.A. Golub [and other] // Avtometriya. – 1987. – N 6. – P. 8-15. – [in Russian].

6. **Kazanskiy, N.L.** Research diffractal characteristics of focusator in a ring using a method of computing experiment / N.L. Kazanskiy // Computer Optics. – 1992. – N. 10-11. – P.128-144. – [in Russian].

7. **Doskolovich, L.L.** Focusators into a ring / L.L. Doskolovich [and others] // Optical and Quantum Electronics. – 1993. – Vol. 25. – P.801-814.

8. **Fedotowsky, A.** Optimal filter design for annular imaging / A. Fedotowsky, K. Lehovec // Applied Optics. – 1974. – Vol. 13, № 12. – P.2919-2923.

9. **Koronkevich, V.P.** Kinoform optical elements: calculation methods, manufacturing techniques, practical application / V.P. Koronkevich [and other] // Avtometriya. – 1985. – N 1. – P.4-25. – [in Russian].

10. **Koronkevich, V.P.** Kinoform optical elements with the ring pulse response / V.P. Koronkevich [and other] // Preprint 265 ИАиЭ СО Academy of Science of USSR. – Novosibirsk, 1985. – 23 p. – [in Russian].

11. **Belanger, P.A.** Diffraction ring pattern at the focal plane of a spherical lens - axicon doublet / P.A. Belanger, M. Rioux // Journ. Canadien de Physique. – 1976. – Vol. 54. – P.1774-1780.

12. **Golub, M.A.** Focusing of coherent radiation in the set area of space by means of the hologrammes synthesised on the computer / M.A. Golub [and other] // Letters for GTF. – 1981. – V. 7, N 10. – P.618-623. – [in Russian].

13. **Kazanskiy, N.L.** The analysis of characteristics of laser radiation focusators by a method of computing experiment / N.L. Kazanskiy // The dissertation on competition of a scientific degree of a Cand. Tech. Sci. – Kujbyshev: KuAI, 1988. – 183 p. – [in Russian].

14. **Kazanskiy, N.L.** Procedure of updating of phase function of a focusator by results of computing experiment / N.L. Kazanskiy //

Computer Optics. – 1987. – N 1. – P. 90-96. – [in Russian].

15. **Palchikova, I.G.** Kinoform optical elements with the increased depth of focus / I.G. Palchikova // Computer Optics. – 1989. – N 6. – P. 9-19. – [in Russian].

16. **Vasin, A.G.** Calculation and research of a coherent wave field in focal area of radially-symmetric optical elements / A.G. Vasin [and other] // Preprint 304 FIAN USSR. – Moscow, FIAN, 1983. – 38 p. – [in Russian].

17. **Soifer, V.A.** To focusator calculation in a coaxial piece / V.A. Soifer // Optical recording and information processing. – Kuibyshev, KuAI, 1988. – P. 45-52. – [in Russian].

18. **Doskolovich, L.L.** Analysis of quasi-periodic and geometric optical solutions of the problem of focusing into an axial segment / L.L. Doskolovich [and other] // Optik. – 1995. – Vol. 101, № 2. – P.37-41.

19. **Kazanskiy, N.L.** Correction of focuser phase function by computer-experimental method / N.L. Kazanskiy // Computer Optics. – 1989. – Vol. 1, № 1. – P.69-73.

20. **Khonina, S.N.** Calculation of the focusators into a longitudinal line-segment and study of a focal area / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer // Journal of Modern Optics. – 1993. – Vol. 40. – P. 761-769.

21. **Michaltsova, I.A.** Kinoform axicon / I.A. Michaltsova, V.I. Nalivaiko, I.S. Soldatenkov // Optik. – 1984. – Vol. 67, № 3. – P. 267-270.

22. **Kolodziejczyk, A.** The light sword optical element - a new diffraction structure with extended depth of focus / A. Kolodziejczyk [and other] // Journal of Modern Optics. – 1990. – Vol.37, № 8. – P.1283-1286.

23. **Brenden, B.B.** Optical playback apparatus focusing system for producing a prescribed energy distribution along an axial focal zone / B.B. Brenden, J.T. Russel // Applied Optics. – 1984. – Vol. 23, № 19. – P. 3250-3253.

24. **Tremblay, R.** Laser plasmas optically pumped by focusing with axicon a CO₂-TEA laser beam in a high-pressure gas / R. Tremblay [and other] // Optics Communications. – 1979. – Vol. 28, № 2. – P. 193-196.

25. **Vorontsov, M.A.** To calculation of focusators of laser radiation in diffracting approach / M.A. Vorontsov, A.N. Matveev, V.P. Sivokonj // Computer Optics. – 1987. – N 1. – P.74-79. – [in Russian].

26. **Rioux, M.** Linear, annular and radial focusing with axicons and applications to laser machining / M. Rioux, R. Tremblay, P.A. Belanger // Applied Optics. – 1978. – Vol.17, № 10. – P.1532-1536.

27. **Moharam, M.G.** Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach / M.G. Moharam [and other] // J. Opt. Soc. Am. A. – 1995. – Vol. 12(5). – P. 1077-1086.

28. **Moharam, M.G.** Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings / M.G. Moharam [and other] // J. Opt. Soc. Am. A. – 1995. – Vol. 12(5). – P. 1068-1076.

29. **Li, L.** Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures / L. Li // J. Opt. Soc. Am. A. – 1996. – Vol. 13(9) – P. 1870-1876.

30. **Kazanskiy, N.L.** Compact record of decisions of system of Maxwell equations in spatially-frequency representation / N.L. Kazanskiy, M.L. Kalyaev, S.I. Kharitonov // Aerials. – 2007. – N 10. – P. 13-21. – [in Russian].

31. **Dirak, P.A.M.** Principles of quantum mechanics / P.A.M. Dirak – Moscow, Science, 1979. – [in Russian].

32. **Khonina, S.N.** An analysis of the angular momentum of a light field in terms of angular harmonics / S.N. Khonina [and other] // Journal of Modern optics. – 2001. – 48(10). – P. 1543-1557.

33. **Kotlyar, V.V.** Measurement of the orbital angular moment of a light field with the help an diffractive optical element / V.V. Kotlyar [and other] // Avtometriya. – 2002. – 8(3). – P. 33-44. – [in Russian].

34. **Khonina, S.N.** Astigmatic Bessel laser beams / S.N. Khonina [and other] // Journal of Modern optics. – 2004. – 51(5). – P. 677-686.

35. **Khonina, S.N.** Rotation of microparticles with Bessel beams generated by diffractive elements / S.N. Khonina [and other] // Journal of Modern optics. – 2004. – 51(14). – P. 2167-2184.

36. **Skidanov, R.V.** Micromanipulation in Higher-Order Bessel Beams / R.V. Skidanov [and other] // Optical Memory & Neural Networks (Information Optics), Allerton Press. – 2007. – 16(2). – P. 91-98.

DIFFRACTION OF THE SPACE-LIMITED BEAM ON THE DIFFRACTIVE OPTICAL ELEMENTS WITH RADIAL SYMMETRY

© 2008 S.I. Kharitonov, N.L. Kazanskiy, A.Yu. Dmitriev

Image Processing Systems Institute of the RAS,
S. P. Korolyov Samara State Aerospace University

We discuss a method for solving the diffractive problem on the optical elements with the symmetrical distribution of the permittivity. The method under discussion is the generalization of the rigorous coupled wave analysis (RCWA) for structures with the radial symmetry. As the basis for the decomposition of the solution the conic waves are chosen. This conic waves are the solution of the Maxwell's equations in the medium with the constant permittivity.

Focusator, diffractal optical element, Maxwell equations, diffraction

Сведения об авторах

Харитонов Сергей Иванович, Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия, старший научный сотрудник (prognoz@smr.ru). Область научных интересов - физическая оптика, компьютерная оптика, теория оптимизации, оптика, фазовая проблема

Казанский Николай Львович, Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия, заместитель директора; Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева, профессор, email: kazansky@smr.ru. Область научных интересов - лазерные информационные технологии, компьютерная оптика, методы оптимизации, распределенные вычислительные системы, математическое моделирование, обработка изображений.

Дмитриев Антон Юрьевич, Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия, стажер-исследователь (tonydm@yandex.ru). Область научных интересов - оптика, дифракционная оптика, геометрическая оптика.

Kharitonov Sergey Ivanovich, Establishment of the Russian Academy of Sciences Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara, Russia, the senior scientific employee (prognoz@smr.ru). Area of scientific interests: physical optics, computer optics, the optimisation theory, optics, a phase problem.

Kazanskiy Nikolay Ljvovich, Establishment of the Russian Academy of Sciences Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara, Russia, the Deputy Director; S. P. Korolyov Samara State Aerospace University, the professor, email: kazansky@smr.ru. Area of scientific interests: laser information technologies, computer optics, the optimisation methods, the distributed computing systems, mathematical modelling, processing of images.

Dmitriev Anton Yurjevich, Establishment of the Russian Academy of Sciences Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara, Russia, the trainee-researcher (tonydm@yandex.ru). Area of scientific interests - optics, diffraction optics, geometrical optics.