

УДК 621.431.75

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГТД ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ

© 2008 С. К. Бочкарёв, А. Я. Дмитриев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассмотрена идентификация линейной математической модели ГТД по результатам испытаний простейшим методом Хубера с учётом дополнительной информации о погрешностях измерения параметров двигателя и возможных величин разброса параметров, характеризующих работу узлов.

*Линейная модель, параметры двигателя, параметры узлов, оценки, устойчивые методы, функция цели, дополнительная информация.*

В настоящее время в практике создания двигателя чаще всего используются математические модели первого уровня. Это система нелинейных уравнений, описывающая рабочий процесс и совместную работу узлов двигателя и связывающая параметры двигателя  $P$  с параметрами его узлов  $\Theta$  и входными воздействиями  $X$  (внешними условиями и режимом работы):

$$P = f(\Theta, X). \quad (1)$$

При заданных внешних условиях (например, при САУ,  $V_n = 0$ ) и заданном режиме работы параметры двигателя определяются только параметрами его узлов, т.е.

$$P = f(\Theta). \quad (2)$$

*Идентификация такой математической модели заключается в уточнении параметров узлов  $\Theta$  по значениям параметров двигателя  $P$ , определённым в результате испытания.*

Так как речь идет о небольшом отклонении искомым параметров, для решения этой задачи целесообразно математическую модель (2) представить в линеаризованном виде:

$$\delta P_j = \sum_{i=1}^n \frac{\delta P_j}{\delta \Theta_i} \delta \Theta_i + \Delta_j; \quad j = \overline{1, k}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

где  $\delta P_j$  – отклонение измеренного значения  $j$ -го параметра двигателя от его расчетной величины, %;  $\delta \Theta_i$  – отклонение значения  $i$ -го

параметра узла от его расчетного значения,

%;  $\frac{\delta P_j}{\delta \Theta_i}$  – коэффициент влияния  $i$ -го параметра узла на  $j$ -й параметр двигателя;  $\Delta_j$  – невязка, обусловленная ошибкой определения значения  $\delta P_j$  из-за ошибок измерений параметров двигателя и погрешностей, вызванных линеаризацией уравнений рабочего процесса;  $k$  – количество параметров двигателя, измеряемых при испытании;  $n$  – количество параметров узлов, подлежащих идентификации.

Коэффициент влияния  $\frac{\delta P_j}{\delta \Theta_i}$  показывает, на сколько % изменяется параметр двигателя  $P_j$  при изменении на 1 % параметра узла  $\Theta_i$ . Величины коэффициентов влияния  $\frac{\delta P_j}{\delta \Theta_i}$  определяются чаще всего виртуальными экспериментами на ЭВМ с помощью нелинейной математической модели ГТД первого уровня.

При известных коэффициентах влияния  $\frac{\delta P_j}{\delta \Theta_i}$  такая математическая модель представляет собой систему  $k$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. В этом случае задача идентификации математической модели состоит в оценке поправок  $\delta \Theta_i$  к расчетным значениям параметров узлов (КПД узлов, коэффициентов потерь и т.п.) по отклонениям

параметра узла от его расчетного значения, %;  $\frac{\delta P_j}{\delta \Theta_i}$  – коэффициент влияния  $i$ -го параметра узла на  $j$ -й параметр двигателя;  $\Delta_j$  – невязка, обусловленная ошибкой определения значения  $\delta P_j$  из-за ошибок измерений параметров двигателя и погрешностей, вызванных линеаризацией уравнений рабочего процесса;  $k$  – количество параметров двигателя, измеряемых при испытании;  $n$  – количество параметров узлов, подлежащих идентификации.

При известных коэффициентах влияния  $\frac{\delta P_j}{\delta \Theta_i}$  такая математическая модель представляет собой систему  $k$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. В этом случае задача идентификации математической модели состоит в оценке поправок  $\delta \Theta_i$  к расчетным значениям параметров узлов (КПД узлов, коэффициентов потерь и т.п.) по отклонениям

параметра узла от его расчетного значения, %;  $\frac{\delta P_j}{\delta \Theta_i}$  – коэффициент влияния  $i$ -го параметра узла на  $j$ -й параметр двигателя;  $\Delta_j$  – невязка, обусловленная ошибкой определения значения  $\delta P_j$  из-за ошибок измерений параметров двигателя и погрешностей, вызванных линеаризацией уравнений рабочего процесса;  $k$  – количество параметров двигателя, измеряемых при испытании;  $n$  – количество параметров узлов, подлежащих идентификации.

параметров двигателя  $\delta P_j$ , определённых в результате испытания (тяги, расхода топлива, температуры и давления рабочего тела в различных сечениях проточной части), от их расчетных значений.

Целесообразность идентификации линеаризованной математической модели двигателя определяется тем, что она позволяет:

- применять методы идентификации, универсальные по отношению к типу и схеме двигателя (так как изменяются лишь количество уравнений и неизвестных, а также численные значения коэффициентов влияния);

- использовать хорошо разработанное для линейных задач современное стандартное математическое и программное обеспечение;

- значительно сократить время решения задачи по сравнению с идентификацией сложной нелинейной модели.

Последнее особенно важно при идентификации математической модели автоматизированными системами испытаний ГТД, решающими задачи в темпе проведения эксперимента.

Особенность идентификации математической модели ГТД, в том числе линеаризованной, заключается в том, что, как отмечалось, количество неизвестных параметров узлов превосходит количество измеряемых параметров двигателя при значительном уровне погрешностей измерения. В связи с этим для получения наиболее достоверного решения задачи важное значение имеет различная дополнительная информация исследователя.

Приведённый ниже метод идентификации математической модели двигателя, позволяющий при решении этой задачи наиболее полно учесть различную дополнительную информацию, заключается в следующем.

Решение системы уравнений (3) осуществляется при условии

$$\sum_{j=1}^k g_j^2 F(D_j) + a \sum_{i=1}^n g_i^2 F(dQ_i - dQ_i^0) \rightarrow \min, \quad (4)$$

где  $F(\cdot)$  – функция Хубера;  $\delta\Theta_i^0$  – априорная оценка отклонения параметра узла от его расчетного значения;

$g_j = \frac{1}{s_z(dP_j)}$  – коэффициент веса, обратно пропорциональный погрешности измерения параметра двигателя, характеризуемой величиной  $\sigma_z(\delta P_j)$ ;

$g_i = \frac{1}{s(dQ_i)}$  – коэффициент веса, обратно пропорциональный заранее заданной величине возможного разброса параметра узла;

$a$  – коэффициент регуляризации.

Первое слагаемое функции цели (4) учитывает результаты измерений параметров двигателя, второе – априорную информацию о наиболее вероятной оценке параметров узлов данного экземпляра двигателя. Коэффициент регуляризации  $a$  позволяет варьировать относительную значимость экспериментальных данных и априорной информации о параметрах узлов. Так, при  $a = 0$  априорная информация не учитывается, и получаемые при идентификации математической модели оценки  $d\hat{Q}_i$  будут определяться только информацией об измеренных параметрах двигателя. При  $a = 1$  оба вида информации учитываются с примерно одинаковой значимостью, а если  $a \geq 10$ , то при решении задачи данные об измеренных параметрах двигателя в значительной степени игнорируются, и чем больше  $a$ , тем ближе оценки  $\delta\Theta_i$  к их априорно заданным значениям  $\delta\Theta_i^0$ .

Алгоритм идентификации математической модели составлен таким образом, что решение задачи осуществляется при некотором оптимальном значении коэффициента регуляризации  $a_{opt}$ , при котором невязки  $\Delta_j$  в уравнении (3) соответствуют погрешностям измерения параметров двигателя и погрешностям, вызванным неточностью используемых коэффициентов влияния.

Физический смысл коэффициентов веса  $\gamma_j$  и  $\gamma_i$ , введенных в функцию цели (4), заключается в следующем: чем больше погрешность измерения какого-либо параметра двигателя  $\sigma_z(\delta P_j)$ , тем большее значение невязки  $\Delta_j$  допускается в соответствующем

уравнении математической модели (3); чем больше заранее заданная величина возможного разброса параметра узла  $\sigma(\delta\Theta_i)$ , тем больше допускаемое отличие получаемой при идентификации оценки от ее априорного значения  $\delta\Theta_i^0$ .

Применение в (4) функции Хубера  $F(\cdot)$  позволяет существенно ослабить вредное влияние на значения получаемых оценок  $d\hat{Q}_i$  отдельных грубых ошибок измерения параметров двигателя, не выявленных на этапе предварительного анализа результатов испытаний, и неправильных представлений об априорных оценках отдельных параметров узлов  $\delta\Theta_i^0$ .

По найденным в результате идентификации оценкам  $d\hat{Q}_i$  корректируются характе-

ристики узлов, а по нелинейной математической модели двигателя рассчитываются все его параметры.

Приведённый метод идентификации математической модели ГТД основан на совместном использовании разнообразной информации: о величинах данных параметров, о погрешностях измерения параметров, о возможных диапазонах изменения параметров узлов, об их априорных оценках. Применение его в интерактивном режиме позволяет учесть также неформализованный опыт исследователя. Поэтому полученные результаты идентификации, наилучшим образом согласованные с экспериментальными данными, с априорной информацией и с неформализованным опытом исследователя, являются наиболее надёжными.

## IDENTIFICATION OF A GAS TURBINE ENGINE MATHEMATICAL MODEL BY THE RESULTS OF TESTING

© 2008 S. K. Botchkaryov, A. Ya. Dmitriyev

Samara State Aerospace University

The paper deals with the identification of a linear mathematical model of gas turbine engines by the results of testing using the simplest Huber method with regard to additional information on engine parameter measurement error and possible magnitudes of parameter variations characterizing unit operation.

*Linear model, engine parameters, unit parameters, evaluations, stable methods, purpose function, additional information.*

### Информация об авторах

**Бочкарёв Сергей Константинович**, заместитель проректора по науке и инновациям, к.т.н., доцент, СГАУ. Область научных интересов: теория и испытания двигателей, автоматизация научных исследований, организация научных исследований.

**Дмитриев Александр Яковлевич**, к.т.н., доцент кафедры производства летательных аппаратов и управления качеством в машиностроении, СГАУ. Область научных интересов: автоматизация обработки результатов экспериментальных исследований; идентификация математических моделей.

**Botchkaryov, Sergei Konstantinovich**, deputy pro-rector on science and innovations, candidate of technical science, associate professor, SSAU. Area of research: theory and testing of engines, automation of scientific research, organization of scientific research.

**Dmitriyev, Alexander Yakovlevitch**, candidate of technical science, associate professor, department of aircraft construction and quality control in machine building, SSAU. Area of research: automation of processing of experimental research results, identification of mathematical models.