УДК 629.78

ВЫБОР ФОРМЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА, ПРЕДНАЗНАЧЕННОГО ДЛЯ СПУСКА В РАЗРЕЖЕННОЙ АТМОСФЕРЕ МАРСА

© 2008 В. С. Асланов, А. С. Ледков

Самарский государственный аэрокосмический университет

Статья посвящена выбору формы и положения центра масс космического аппарата с целью исключения резонанса, возникающего при неуправляемом спуске в разреженной атмосфере Марса. Рассматриваются космические аппараты малого удлинения затупленной формы, состоящие из конической и сферической части. С помощью ударной теории Ньютона в аналитическом виде получен критерий отсутствия резонанса. Даны практические рекомендации по выбору формы космического аппарата, исключающие возможность появления резонанса.

Неуправляемое движение, спуск, космический аппарат, бигармоническая моментная характеристика, угол атаки, метод Ньютона

Формулировка задачи

Для эффективного торможения при спуске в разреженной атмосфере Марса используются космические аппараты (КА) малого удлинения затупленной формы [1, 2, 3], напоминающие зонтик или фару. Тела такой формы в аэродинамическом смысле могут иметь три балансировочных положения по пространственному углу атаки [4]: устойчивые - в окрестности 0 и p, неустойчивое - в промежуточном положении $a_* \in (0, p)$. Наличие трёх балансировочных положений может привести к появлению трёх возможных областей движения на фазовом портрете, разделённых сепаратрисой [4]. Переход из одной области в другую в силу внешних возмущений (например, изменения скоростного напора) сопровождается значительным возрастанием или уменьшением пространственного угла a, что можно классифицировать как резонанс. Избежать этого явления можно путём выбора формы КА и положения его центра масс или соответствующих начальных условий движения [5].

Решение задачи

Будем аппроксимировать коэффициент восстанавливающего момента относительно центра масс КА бигармонической зависимостью от пространственного угла атаки [4]:

$$m_a(a) = a\sin a + b\sin 2a \,. \qquad (1)$$

Резонанс возникает при пересечении сепаратрисой фазовой траектории, разделяющей три возможные области движения [5]. Очевидно, что для его устранения необходимо обеспечить отсутствие сепаратрисы, а значит и седловой точки на фазовом портрете системы. В [5] дано необходимое условие отсутствия седловой точки:

$$|b| \le 0.5|a| \,. \qquad (2)$$

Очевидно, что если неравенство (2) выполняется, то функция $m_a(a)$ обращается на отрезке $[0, p]$ в ноль лишь в двух точках: $a = 0$ и $a = p$ (рис. 1).

Аэродинамические характеристики осесимметричного КА, как правило, задают с помощью трёх зависимостей от угла атаки: коэффициента тангенциальной силы c_t, ко-

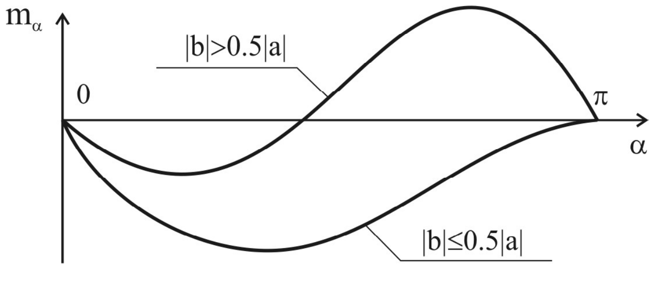

Рис. 1. Зависимость коэффициента восстанавливающего момента от угла атаки

эффициента нормальной силы c_n и положения центра давления [6]. Часто вместо координаты центра давления используют коэффициент момента m_O относительно передней кромки КА. В первом случае коэффициент восстанавливающего момента относительно центра масс КА определится формулой

$$m_a = -c_n(\overline{x}_Д - \overline{x}_{ЦМ}) , \tag{3}$$

где $x_Д$, $x_{ЦМ}$ - координаты центра давления и центра масс КА относительно носика; $\overline{x}_Д = x_Д / L$, $\overline{x}_{ЦМ} = x_{ЦМ} / L$; L – характерная длина КА. Во втором случае

$$m_a = m_O + c_n \overline{x}_{ЦМ} , \tag{4}$$

где $m_O = -c_n \overline{x}_Д$. (5)

Согласно (4) значения $\overline{x}_{ЦМ} = 0;1$ определяют границы области, в которой может лежать график функции $m_a(a)$ для всех $\overline{x}_{ЦМ} \in (0;1)$ (рис. 2). Если нижняя граница указанной области $m_O(a) = m_a(a)\big|_{\overline{x}_{ЦМ}=0}$ лежит ниже оси абсцисс на интервале $a \in (0,p)$, то, очевидно, можно найти такое значение $\overline{x}_{ЦМ}$, что кривая $m_a(a)$ тоже будет лежать ниже оси абсцисс на том же интервале. В этом случае на фазовом портрете системы будет отсутствовать седловая точка, что исключает возможность появления резонанса.

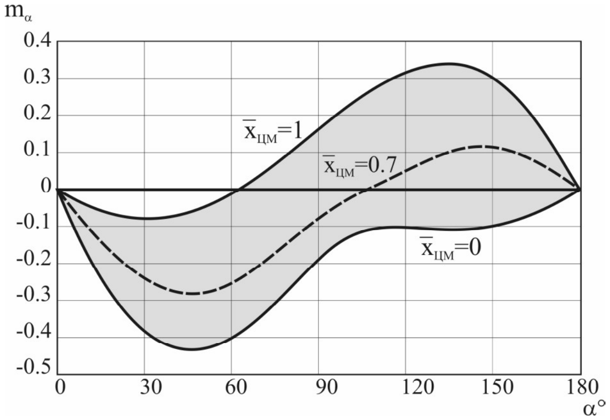

Рис. 2. Область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \overline{x}_{ЦМ})$

Рассмотрим КА, состоящий из лобового сферического сегмента, конического сегмента и плоского дна (рис. 3). Аппараты подобной конфигурации использовались в европейских и американских марсианских программах: Mars Exploration Rover(Spirit, Opportunity), Mars Express (Beagle2), Phoenix Mars Mission [1, 2, 3]. В качестве варьируемых геометрических параметров будем использовать $\overline{h}_1$ - относительный радиус наименьшего сечения конической части, $\overline{L}_c$ - относительную длину лобовой сферической части, $\overline{L}_k$ - относительную длину конической части. Все параметры отнесены к диаметру КА D, равному $2h_2$ (рис. 3). Введём ограничения: $0 \le \overline{h}_1 < 0.5$, $\overline{L}_k > 0$, $0 < \overline{L}_c \le 0.5$.

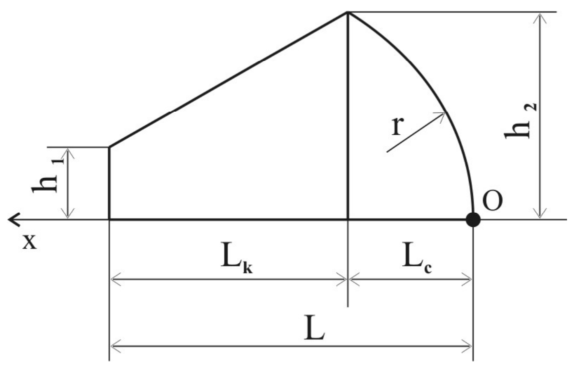

Рис. 3. Конфигурация спускаемого аппарата

Для определения аэродинамических коэффициентов воспользуемся ударной теорией Ньютона, которая для гиперзвуковых скоростей в разреженной среде даёт хорошо согласуемые с экспериментальными данными результаты [6]. На рисунках 4-6 показаны полученные методом Ньютона зависимости для аппаратов типа Beagle2, Spirit и Phoenix для граничных значений центровок: $\overline{x}_{ЦМ} = 0;1$.

Если производные функции $m_O(a)$ по a в точках $a = 0$ и $a = p$ имеют разный знак

$$\left.\frac{d\,m_O(a)}{d\,a}\right|_{a=0} \cdot \left.\frac{d\,m_O(a)}{d\,a}\right|_{a=p} < 0 , \tag{6}$$

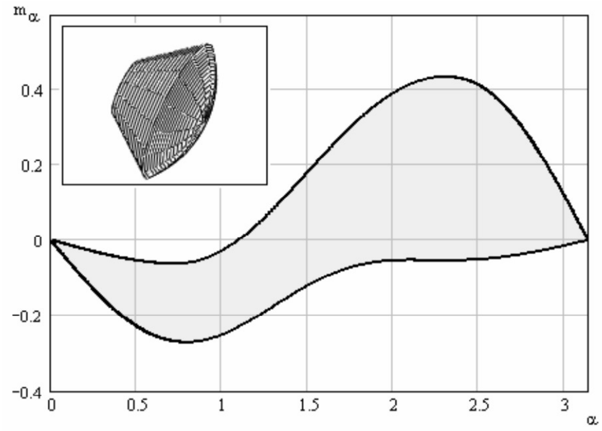

Рис. 4. Область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \overline{x}_{ЦМ})$ *для аппарата* Beagle2

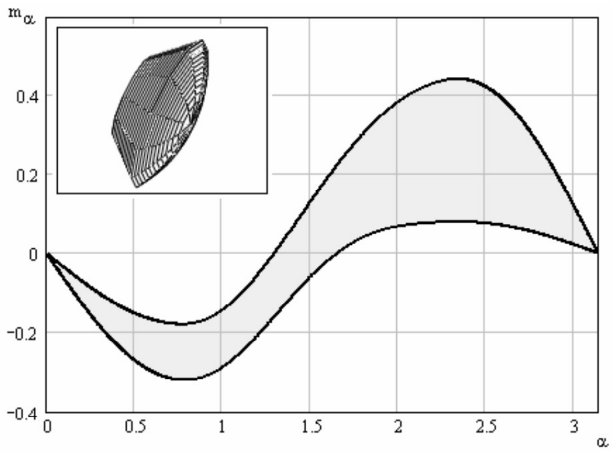

Рис. 5. Область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \overline{x}_{ЦМ})$ *для аппарата* Spirit Lander

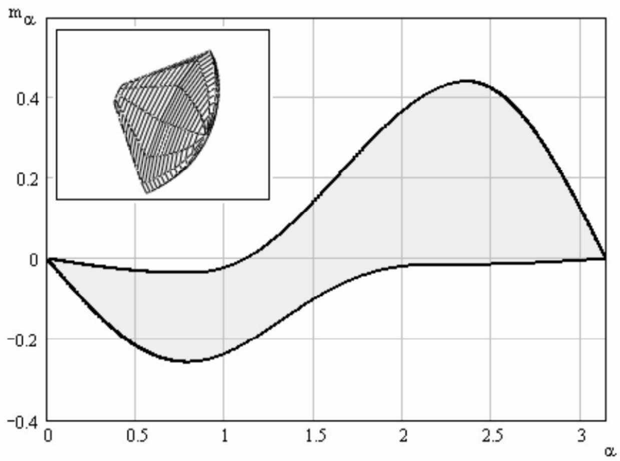

Рис. 6. Область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \overline{x}_{ЦМ})$ *для аппарата* Phoenix

то нижняя граница области для аппарата рассматриваемой конфигурации имеет только два балансировочных положения равновесия: $a = 0$ и $a = p$.

При расчёте аэродинамических коэффициентов по методу Ньютона в окрестности точки $a = 0$ учитывается влияние только лобовой части аппарата, поскольку коническая и донная части находятся в области аэродинамической тени. В окрестности точки $a = p$ учитывается влияние только конической части, поскольку донная не создаёт нормальной аэродинамической силы, а сферическая находится в области аэродинамической тени.

Воспользовавшись методом Ньютона, запишем следующие выражения в окрестности точек $a = 0, p$ [6]:

$$m_O(a)\Big|_{a \approx 0} = -\frac{k}{D^2}\frac{2h_2^{\,4}}{Lr}\cos a \sin a\ , \qquad (7)$$

$$m_O(a)\Big|_{a \approx p} = \frac{k(M)\sin(2a)\left(h_2 - h_1\right)L_k}{D^2\,2L\left(\left(h_2 - h_1\right)^2 + L_k^{\,2}\right)} \times$$
$$\times\left(\frac{\left(h_2 + 2h_1\right)L_k^{\,2}}{3} + \frac{2\left(h_1^{\,3} - h_2^{\,3}\right)}{3} + L_k L_c\left(h_2 + h_1\right)\right), \qquad (8)$$

где $k(M)$ - коэффициент давления торможения за прямым скачком уплотнения. Найдём производную функции (7) по углу атаки в точке $a = 0$:

$$\left.\frac{\mathrm{d}\, m_O(a)}{\mathrm{d}\, a}\right|_{a=0} = -\frac{k}{D^2}\frac{2h_2^{\,4}}{Lr} < 0\,.$$

Эта производная всегда отрицательная (то есть положение равновесия $a = 0$ всегда устойчиво), и поэтому условие (6) запишется следующим образом:

$$\left.\frac{\mathrm{d}\, m_O(a)}{\mathrm{d}\, a}\right|_{a=p} > 0\,. \qquad (9)$$

Тогда условие отсутствия третьего балансировочного положения (6) с учётом (8) и (9) после преобразований приобретает вид

$$f_O(L_c, L_k, h_1) = (h_2 + 2h_1) L_k^2 + 2\left(h_1^3 - h_2^3\right) + 3L_k L_c (h_2 + h_1) > 0. \tag{10}$$

Поверхность $f_O(L_c, L_k, h_1) = 0$ разбивает пространство трёх переменных (L_c, L_k, h_2) на две части. Все точки, лежащие ниже этой поверхности, соответствуют космическим аппаратам, имеющим три балансировочных положения равновесия, независимо от положений их центров масс. Пример такого аппарата показан на рисунке 5. Для всех точек, лежащих выше этой поверхности, отсутствия третьего балансировочного положения равновесия можно добиться изменением положения центра масс КА. На рис. 7 показаны сечения поверхности $f_O(L_c, L_k, h_1) = 0$ плоскостями, параллельными плоскости (L_k, h_1).

Покажем, что для аппарата данной конфигурации невозможен случай, когда вся область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \bar{x}_{ЦМ})$ (рис. 2), лежит ниже оси абсцисс. Воспользуемся формулой (4) и, приняв $\bar{x}_{ЦМ} = 1$, запишем выражения, аналогичные (7) и (8), для верхней границы области:

$$m_a(a)\Big|_{\substack{a \approx 0 \\ \bar{x}_{ЦМ}=1}} = \frac{k}{D^2} \frac{2h_2^4 (L - r)}{Lr^2} \cos a \sin a, \tag{11}$$

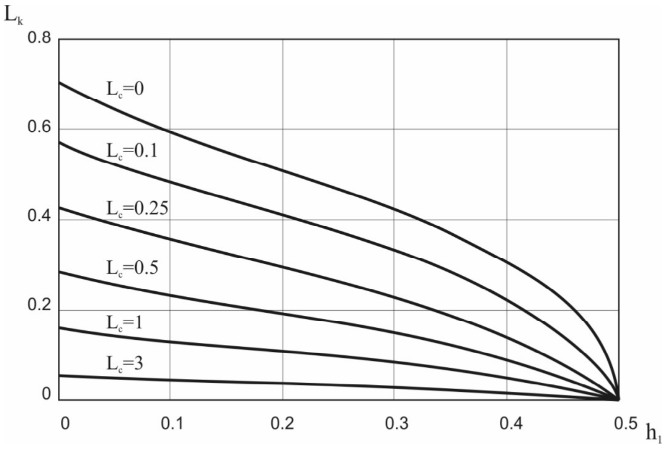

Рис. 7. Сечения поверхности $f(L_c, L_k, h_2) = 0$ плоскостями, параллельными плоскости (L_k, h_1)

$$m_a(a)\Big|_{\substack{a \approx p \\ \bar{x}_{ЦМ}=1}} = -\frac{k(M)\sin(2a)(h_2 - h_1) L_k}{D^2 6L\left((h_2 - h_1)^2 + L_k^2\right)} \left(2\left(h_2^3 - h_1^3\right) + (2h_2 + h_1) L_k^2\right). \tag{12}$$

Чтобы верхняя граница области m_a лежала ниже оси абсцисс, необходимо

$$\left.\frac{\mathrm{d}\, m_a(a)}{\mathrm{d}\, a}\right|_{\substack{a=0 \\ \bar{x}_{ЦМ}=1}} = \frac{k}{D^2} \frac{2h_2^4 (L - r)}{Lr^2} < 0,$$

то есть $L < r$. Тогда условием существования двух балансировочных положений равновесия будет выражение

$$\left.\frac{\mathrm{d}\, m_a(a)}{\mathrm{d}\, a}\right|_{\substack{a=p \\ \bar{x}_{ЦМ}=1}} > 0.$$

Вычисляя производную (12) в точке $a = p$ и выполняя преобразования, получим

$$f_1(L_c, L_k, h_1) = -2\left(h_2^3 - h_1^3\right) - (2h_2 + h_1) L_k^2 > 0. \tag{13}$$

Поскольку для рассматриваемой конфигурации $h_2 > h_1$, то $f_1(L_c, L_k, h_1) < 0$ при любых значениях параметров L_c, L_k, h_2. Значит условие (13) никогда не выполняется, и верхняя граница области всегда имеет участок, лежащий выше оси абсцисс.

Таким образом, при выборе формы КА конфигурации, приведённой на рисунке 3, в целях устранения резонанса можно рекомендовать с тыльной стороны использовать вытянутый конус с достаточно большим радиусом h_1, а с лобовой – сферическую поверхность наименьшего возможного радиуса r, центр масс КА сместить ближе к точке О.

Численное моделирование

Для моделирования движения КА воспользуемся системой дифференциальных уравнений, приведённой в [5]:

$$\ddot{a} + F(a, z) = e\Phi_a(a, \dot{a}, z), \quad \dot{z} = e\Phi_z(a, z),$$

$$F(a, z) = \frac{(G - R\cos a)(R - G\cos a)}{\sin^3 a} - \frac{qSL}{I} m_a(a).$$

Здесь e - малый параметр, $q = rV^2/2$ - скоростной напор, S – площадь миделя, L – характерная длина, I – момент инерции, Φ_z – функция правых частей, $z = (V, H, q, R, G)$ – вектор медленно меняющихся параметров, V - скорость, q - угол наклона траектории, H - высота полёта, R и G - с точностью до множителя проекции вектора кинетического момента на продольную ось КА и на направление скорости движения.

Рассмотрим движение гипотетического КА (рис. 4) с массой 70 кг, имеющего следующие геометрические параметры:

$\bar{r} = 0.75$, $\bar{h}_2 = 0.5$, $\bar{h}_1 = 0.2$, $\bar{L}_k = 0.381$, $\bar{L}_c = 0.191$, $\bar{x}_{ЦМ} = 0.7$

и коэффициенты:

$a = 0.11$, $b = -0.19$.

В качестве начальных условий движения примем: $a_0 = 20°$, $\dot{a}_0 = 0$, $R_0 = 0.2$ с$^{-1}$, $G_0 = 0.7$ с$^{-1}$, $V_0 = 5000$ м/с, $q_0 = -15°$, $H_0 = 1.2 \cdot 10^5$ м.

На рис. 8 показана зависимость угла атаки от времени, а также огибающие угла атаки, полученные с помощью расчётной процедуры, приведённой в [5]. В момент времени t = 23 с наступает резонанс - фазовая траектория пересекает сепаратрису, переходя из неустойчивой внешней области движения в одну из внутренних. В данном случае фазовая траектория попала в верхнюю область движения. Огибающая нижней области, в которую также могла попасть фазовая траектория, показана на рисунке пунктиром.

Избежать резонанса можно, изменив размеры и положение центра масс КА. Увеличим радиус наименьшего сечения конической части КА (h_1 = 0.21) и переместим центр масс ближе к точке О ($\bar{x}_{ЦМ} = 0.4$). Методом Ньютона найдём зависимость $m_a(a)$. Раскладывая её в нечётный ряд Фурье, получим коэффициенты: $a = -0.42$, $b = -0.18$. Результаты численного моделирования показывают, что в течение всего спуска колебания пространственного угла атаки происходят вокруг единственного устойчивого положения равновесия $a = 0$ (рис. 9), и резонанс не возникает.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (06-01-00355а).

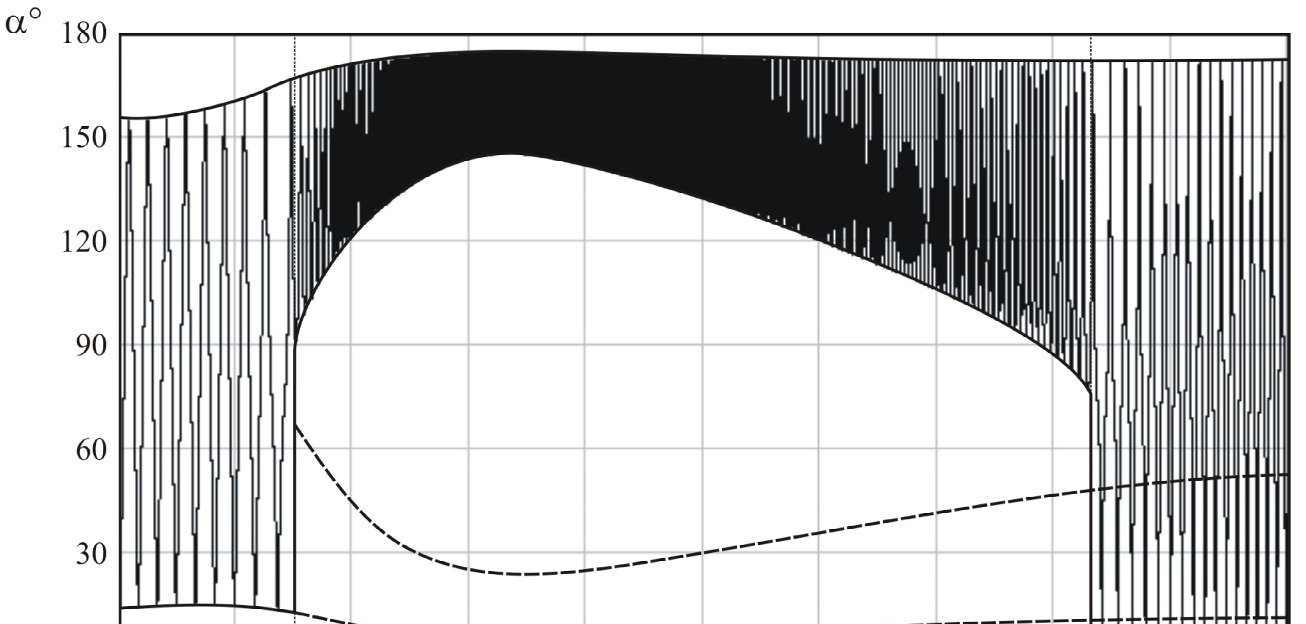

Рис. 8. Огибающие зависимости угла атаки от времени для КА, показанного на рис. 4

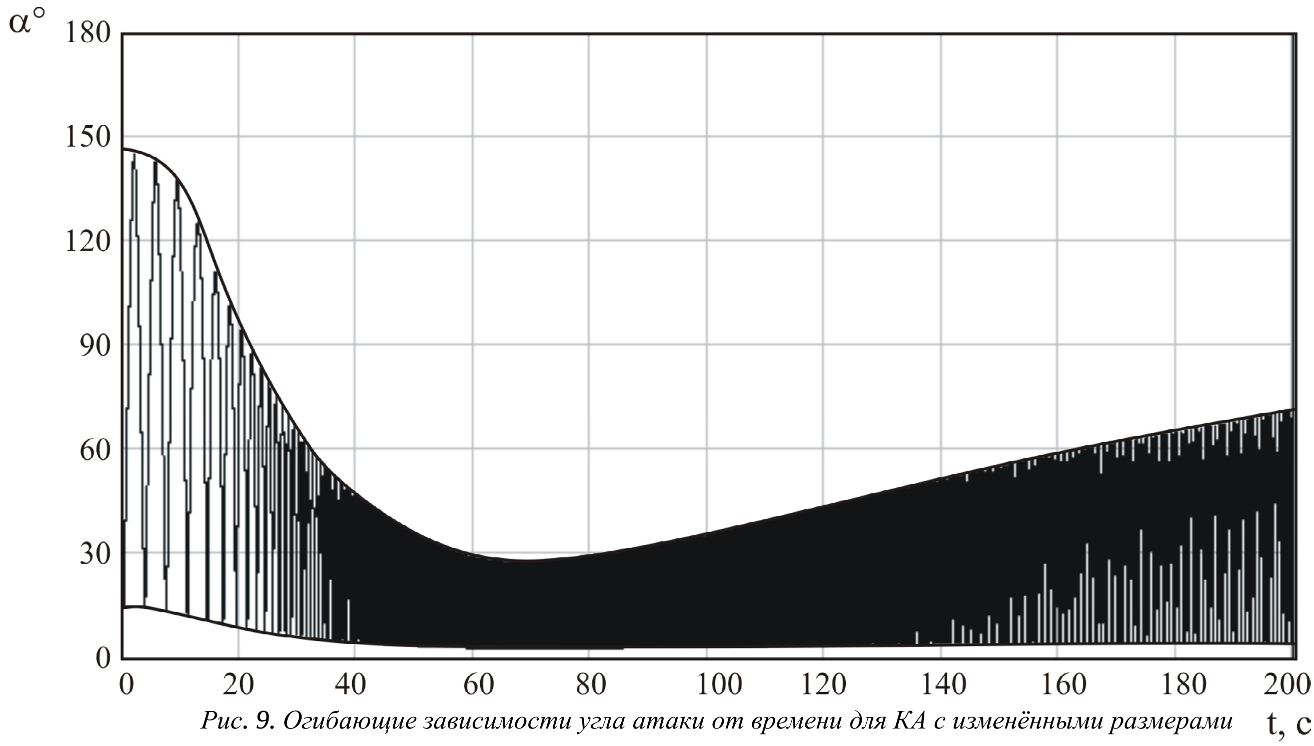

Рис. 9. Огибающие зависимости угла атаки от времени для КА с изменёнными размерами

Библиографический список

1. Wilson, A. ESA SP-1240 : Mars Express: the scientific payload [Текст]/ A. Wilson, A. Chicarro. - ESA Publications Division, 2004.- 216 p. ISBN 92-9092-556-6.

2. Phoenix Mars Mission [Электронный ресурс]. - http://phoenix.lpl.arizona.edu/.

3. Mars Exploration Rover Mission [Электронный ресурс]. -http://marsrovers.jpl.nasa.gov/mission/spacecraft.html.

4. Асланов, В. С. Пространственное движение тела при спуске в атмосфере [Текст]/В. С. Асланов. - М.: Физматлит, 2004. – 164 с.

5. Асланов, В. С. Особенности вращательного движения КА при спуске в атмосфере Марса [Текст]/ В. С. Асланов, А. С. Ледков//Космические исследования. - 2007. Т. 45, №4. - С. 351-357.

6. Аржаников, Н. С. Аэродинамика летательных аппаратов: учебник для студентов авиационных специальностей вузов[Текст] / Н. С. Аржаников, Г. С. Садекова. – М.: Высшая шк., 1983.- 359 с.

References

1. Andrew Wilson, Agustin Chicarro «ESA SP-1240: Mars Express: the scientific payload»: ESA Publications Division, ISBN 92-9092-556-6, 2004, 216 p.

2. Phoenix Mars Mission - http://phoenix.lpl.arizona.edu/.

3. Mars Exploration Rover Mission - http://marsrovers.jpl.nasa.gov/mission.html.

4. Aslanov, V. S. Three-dimensional motion of a body during the descent in the atmosphere/. V. S. Aslanov. – Moscow: Phismatlit, 2004 – 164 pp.

5. Aslanov, V. S. Peculiarities of a space vehicle’s rotary motion during the descent in the atmosphere of Mars./ V. S. Aslanov, A. S. Ledkov// Space Investigations (Kosmitcheskiye issledovanya) – 2007. V. 45, No. 4. – pp. 351-357.

6. Arzhanikov, N. S. – Aerodynamics of space vehicles: text-book for students of aviation specialities of higher educational institutions/. N. S. Arzhanikov, G. S. Sadekova. – Moscow, Vyshaya shkola (Higher school), 1983 – 359 pp.

CHOOSING THE FORM OF SPACE VEHICLE DESIGNED FOR DESCENT IN THE RAREFIED ATMOSPHERE OF MARS

© 2008 V. S. Aslanov, A. S. Ledkov

Samara State Aerospace University

The paper deals with choosing the form and centre of inertia position of a space vehicle with a view to eliminating resonance which occurs during unguided descent in the rarefied atmosphere of Mars. Blunted small-elongation space vehicles consisting of a conical part and a spherical one are discussed. The criterion of absence of resonance is obtained analytically with the help of Newton's shock theory. Practical recommendations on choosing the form of a space vehicle are given to eliminate the possibility of resonance arising.

Unguided motion, descent, space vehicle, biharmonic moment characteristic, angle of attack, Newton's method.

Информация об авторах

Асланов Владимир Степанович, заведующий кафедрой теоретической механики СГАУ, доктор технических наук, профессор. Область научных интересов: динамика движения космических аппаратов и соосных тел, космические тросовые системы.

Ледков Александр Сергеевич, аспирант, ассистент кафедры теоретической механики СГАУ. Область научных интересов: неуправляемое движение космических аппаратов в разреженной среде, космические тросовые системы.

Aslanov, Vladimir Stepanovitch, head of department "Theoretical mechanics", SSAU, Doctor of Technical Science, professor. Area of research: Dynamics of motion of space vehicles and coaxial bodies, space tether systems.

Ledkov, Alexander Sergeyevitch, post-graduate student, assistant of the department "Theoretical mechanics", SSAU. Area of research: unguided motion of space vehicles in rarefied atmosphere, space tether systems.