

## ВЛИЯНИЕ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА РАСЧЁТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ НЕСУЩИХ СВОЙСТВ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

© 2017

- Н. А. Елисов** аспирант кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [mr07th@gmail.com](mailto:mr07th@gmail.com)
- С. А. Ишков** доктор технических наук, профессор кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru)
- В. Г. Шахов** кандидат технических наук, профессор кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [shakhov@ssau.ru](mailto:shakhov@ssau.ru)

Рассматривается один из этапов входа в атмосферу воздушно-космического летательного аппарата. Исследуется влияние моделей турбулентности на расчётные значения аэродинамических характеристик летательного аппарата. Для исследования влияния модели турбулентности на несущие свойства ЛА были выбраны следующие модели: k- $\epsilon$  Realizable, k- $\omega$  Shear Stress Transport и Transition Shear Stress Transport. Построена структурированная сетка с использованием программы ICEM CFD, позволяющая решать широкий спектр задач. Рассматривается сверхзвуковое течение набегающего потока на высоте 11 км. Проведён аэродинамический расчёт посредством пакета Fluent с использованием суперкомпьютера «Сергей Королёв». По полученным результатам расчёта проводится оценка аэродинамических характеристик летательного аппарата, значения давления за скачком уплотнения и сходимости решения для разных моделей турбулентности. Для верификации результатов расчёта осуществляется сравнение полученного значения давления за скачком уплотнения со значением давления по инженерной методике.

*Летательный аппарат; вход в атмосферу; аэродинамика; сверхзвуковое течение; модель турбулентности; CFD.*

---

*Цитирование:* Елисов Н.А., Ишков С.А., Шахов В.Г. Влияние моделей турбулентности на расчётные значения несущих свойств летательного аппарата // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 3. С. 39-46. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-3-39-46

---

При проектировании летательного аппарата (ЛА) важную роль играет расчёт аэродинамических характеристик. С развитием вычислительных мощностей стало возможным проводить расчёты с использованием уравнения Навье-Стокса, результаты решения которого являются более точными по сравнению с вычислениями по инженерным формулам.

В настоящее время решение уравнения Навье-Стокса реализовано во многих вычислительных специализированных пакетах, таких как Fluent, CFX и др. Непосредственное численное решение уравнения Навье-Стокса является довольно длительным по времени, а полученные результаты расчёта представляют собой большой объём информации. В связи с этим вычисления проводят по уравнению Навье-Стокса, осреднённого по Рейнольдсу (RANS).

Для решения уравнения Навье-Стокса, осреднённого по Рейнольдсу, его необходимо замкнуть моделью турбулентности. Наиболее широкое распространение в инже-

нерных расчётах получили модели, состоящие из двух уравнений ( $k$ - $\varepsilon$ ,  $k$ - $\omega$ ), и модель с четырьмя уравнениями Transition Shear Stress Transport (SST).

Модель турбулентности  $k$ - $\varepsilon$  представляет собой систему двух уравнений, в которых рассчитывается кинетическая энергия турбулентности  $k$  и скорость диссипации кинетической энергии  $\varepsilon$ . В данной модели используются пристеночные функции. Вследствие достаточно быстрой сходимости и относительно небольших требований к объёму оперативной памяти модель  $k$ - $\varepsilon$  крайне популярна при решении широкого спектра задач. Однако стоит отметить, что она недостаточно точна при моделировании течений с положительным градиентом давления, струйных течений и течений в области с сильно искривлённой геометрией [1].

Модель турбулентности  $k$ - $\omega$  аналогична модели  $k$ - $\varepsilon$ , однако вместо скорости диссипации кинетической энергии  $\varepsilon$  используется удельная скорость диссипации кинетической энергии  $\omega$ . В данной модели тоже используются пристеночные функции. В связи с этим требования по объёму оперативной памяти такие же, как и в модели  $k$ - $\varepsilon$ . Однако сходимость решения при использовании этой модели немного медленнее и существенно зависит от начального приближения. Использование модели  $k$ - $\omega$  даёт хорошие результаты в задачах, где модель  $k$ - $\varepsilon$  недостаточно точна, например, при моделировании отрывных и струйных течений [2].

Модель турбулентности Transition SST представляет собой некий симбиоз  $k$ - $\varepsilon$  и  $k$ - $\omega$ . При расчёте течения в свободном потоке используются уравнения модели  $k$ - $\varepsilon$ , а в области около стенок – уравнения модели  $k$ - $\omega$ . Пристеночные функции не используются. Данная модель обеспечивает наиболее точные результаты при расчёте вблизи стенок. Стоит отметить, что уравнения модели SST не всегда быстро сходятся. Также стоит подчеркнуть, что затраты объёма оперативной памяти в разы выше, чем в моделях  $k$ - $\varepsilon$  и  $k$ - $\omega$  [3].

В работе рассматривается сверхзвуковое течение со следующими параметрами: высота  $H = 11$  км [4], число Маха  $M = 2$ , угол атаки  $\alpha = 10^\circ$ . Расчётная геометрия ЛА представлена на рис. 1.

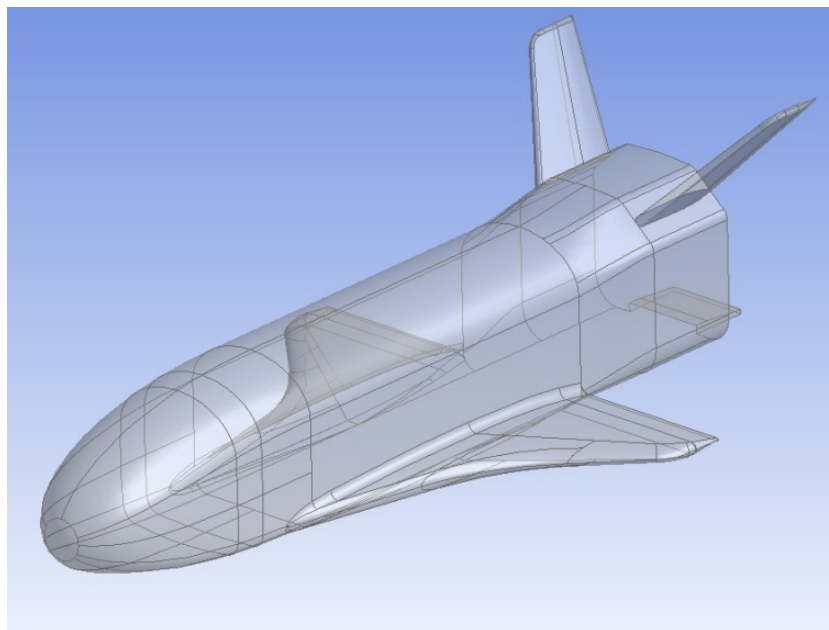


Рис. 1. Расчётная геометрия ЛА

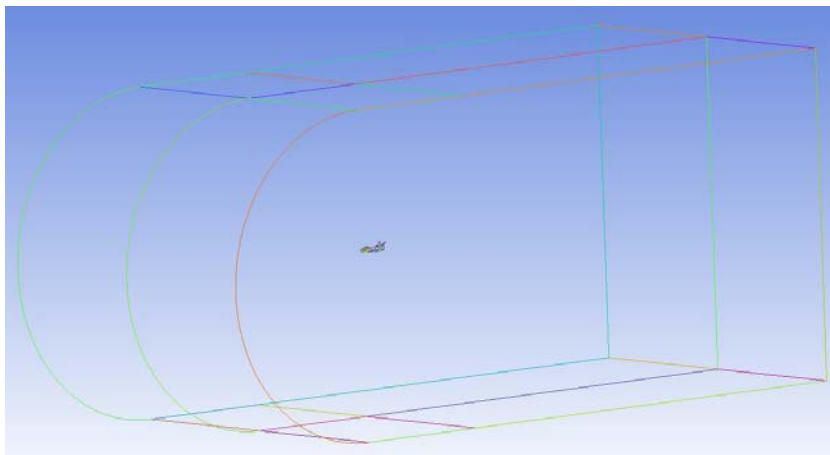


Рис. 2. Расчётная область

Расчётная область для проведения аэродинамического расчёта представлена на рис. 2.

Полуцилиндрическая форма, формирующая набегающий поток, выбрана из соображений возможности исследования аэродинамических характеристик летательного аппарата на больших значениях углов атаки. Область вокруг ЛА разделена набором плоскостей. Данный выбор обоснован простотой построения структурированной сетки.

Стоит отметить, что при увеличении числа Маха данная расчётная область становится неприемлемой ввиду того, что скорость набегающего потока на криволинейной части и параллельных стенках будет сильно различаться, что, в свою очередь, приведёт к ухудшению сходимости. В данном случае рекомендуется использовать расчётную область полусферической формы.

Для описания математической модели обтекания ЛА была построена структурированная гексагональная сетка с помощью генератора сетки ICEM CFD. Это связано с тем, что сверхзвуковое течение имеет ряд особенностей, связанных с возникновением скачка уплотнения. Стоит отметить, что структурированная сетка, в отличие от автоматически генерируемой, имеет более гибкую настройку, где присутствует настраивание толщины первого слоя у стенки. Регулирование толщины первого слоя у стенки играет значительную роль в корректном аэродинамическом расчёте.

Стоит также подчеркнуть, что такой тип сетки позволяет напрямую управлять её качеством. Расчётная структурированная сетка на поверхности ЛА представлена на рис. 3.

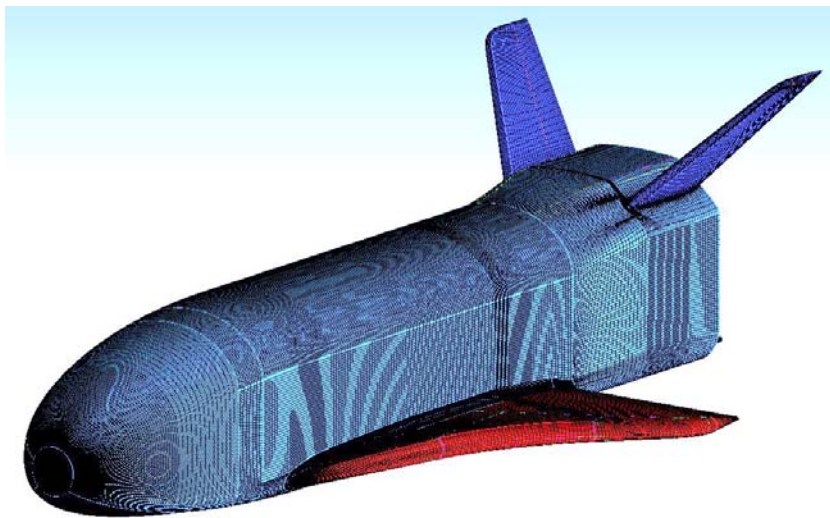


Рис. 3. Расчётная сетка на поверхности ЛА

Решение уравнения Навье-Стокса, осреднённого по Рейнольдсу, осуществляется методом контрольных объёмов [5] по построенной сетке с помощью вычислительного пакета Fluent.

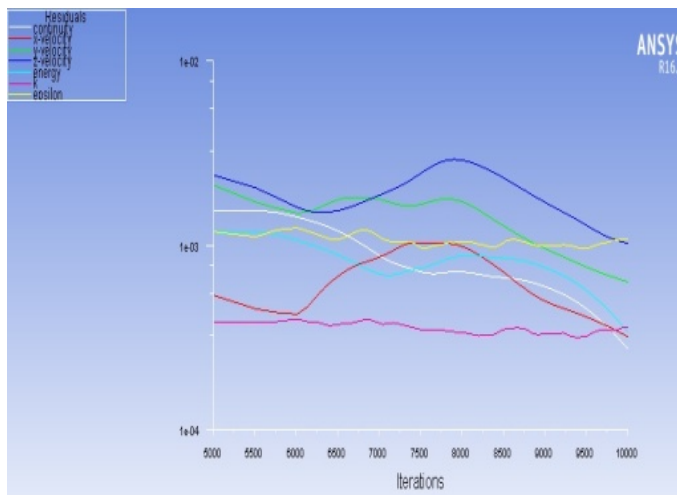
Решение задачи проводится с одинарной точностью в стационарной постановке с целью экономии расчётного времени. Расчёт производится для модели идеального газа, которая позволяет учитывать его сжимаемость на больших скоростях. Плотность газа автоматически вычисляется в зависимости от скорости набегающего потока и параметров атмосферы, таких как давление, температура и динамическая вязкость.

Для исследования влияния модели турбулентности на несущие свойства ЛА были выбраны следующие модели:  $k-\varepsilon$  Realizable [6],  $k-\omega$  SST [7] и Transition SST.

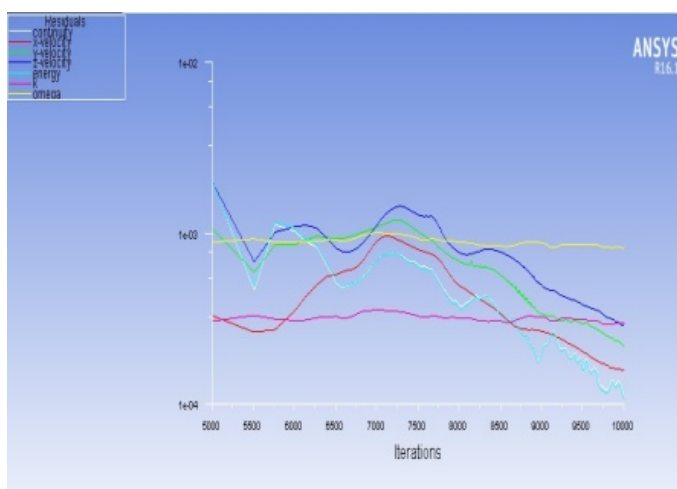
Для ускорения времени расчёта использовался суперкомпьютер Самарского университета «Сергей Королёв». Графики сходимости для различных моделей турбулентности представлены на рис. 4.

Как видно из рис. 4, невязки решения имеют достаточно хорошую сходимость, что свидетельствует о хорошем качестве построенной сетки. Модель турбулентности SST показывает более плавное решение уравнение Навье-Стокса по сравнению с моделями  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$ .

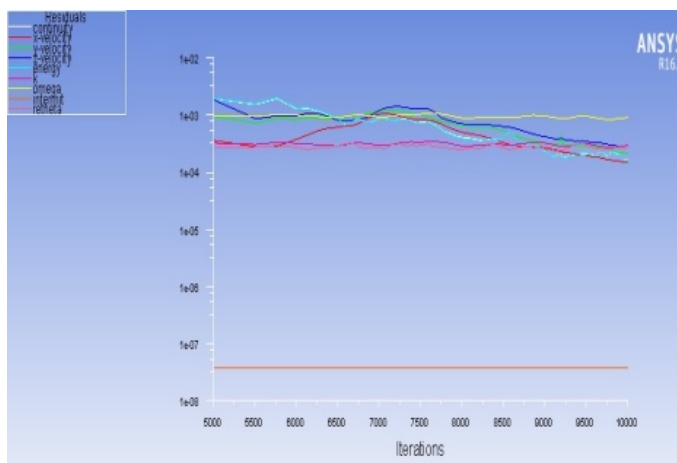
Стоит отметить, что сходимость решения не является главным критерием корректного расчёта. При вычислении аэродинамических характеристик ЛА адекватность рассчитанных сил характеризуется полученным значением  $y_+$ , которое должно быть меньше 100. Величина  $y_+$  зависит от толщины первого слоя у стенки ЛА. Значение  $y_+$  для выбранных моделей турбулентности представлено на рис. 5.



а

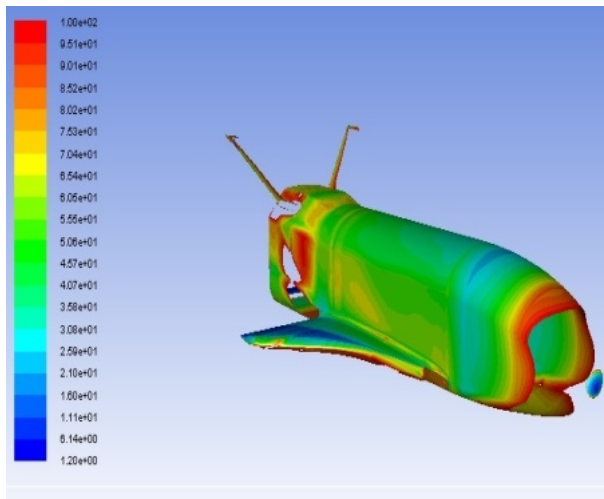


б

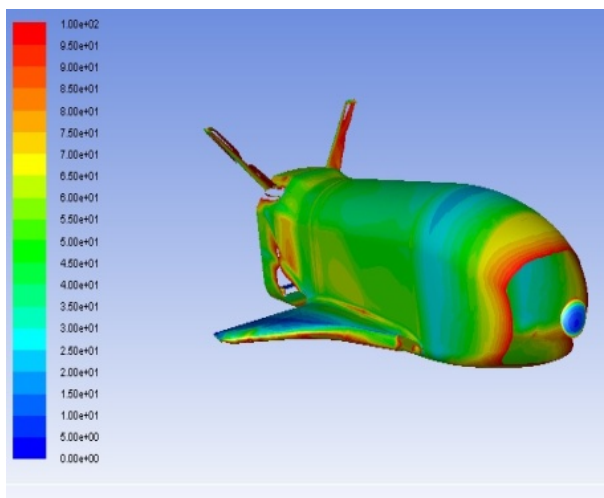


в

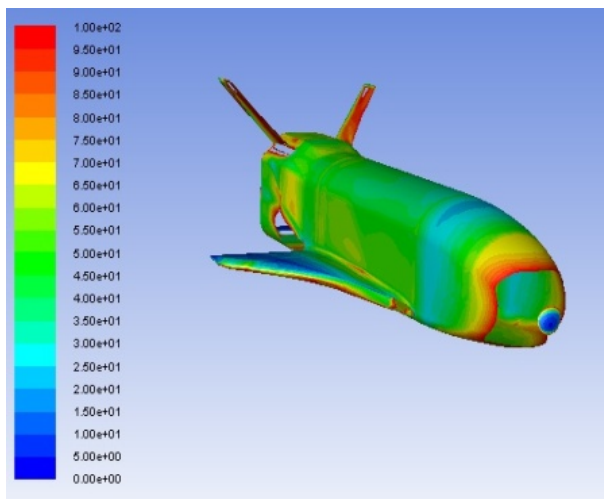
Рис. 4. Графики сходимости для выбранных моделей турбулентности: а – модель турбулентности  $k-\varepsilon$ ; б – модель турбулентности  $k-\omega$ ; в – модель турбулентности SST



а



б



в

Рис. 5. Значение  $y_+$  для выбранных моделей турбулентности:  
 а – модель турбулентности  $k-\epsilon$ ;  
 б – модель турбулентности  $k-\omega$ ;  
 в – модель турбулентности SST

Как видно из рис. 5, величина  $y_+$  превышает в некоторых местах значение 100, что, в свою очередь, говорит о недостаточно малой толщине первого слоя у стенки. Ввиду того, что превышение требуемого диапазона незначительно, то этим можно пренебречь.

Стоит отметить, что при использовании модели турбулентности  $k-\epsilon$  значение  $y_+$  получилось выше по сравнению с  $k-\omega$  и SST, что, в свою очередь, приведёт к завышению значений сил. Данное обстоятельство вызвано сложной геометрией исследуемого летательного аппарата.

Картины распределения давления на поверхности сечения крыла в плоскости, параллельной плоскости симметрии, представлены на рис. 6.

Картины распределения давления (рис. 6) указывают на то, что в модели турбулентности  $k-\epsilon$  получилось заниженное значение давления перед носовой частью ЛА.

Давление в прямом скачке уплотнения можно определить следующим соотношением [8]:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2k}{k+1}(M^2 - 1),$$

где  $p_1$  – давление окружающей среды;  $p_2$  – давление за скачком уплотнения;  $k$  – коэффициент адиабаты;  $M$  – число Маха.



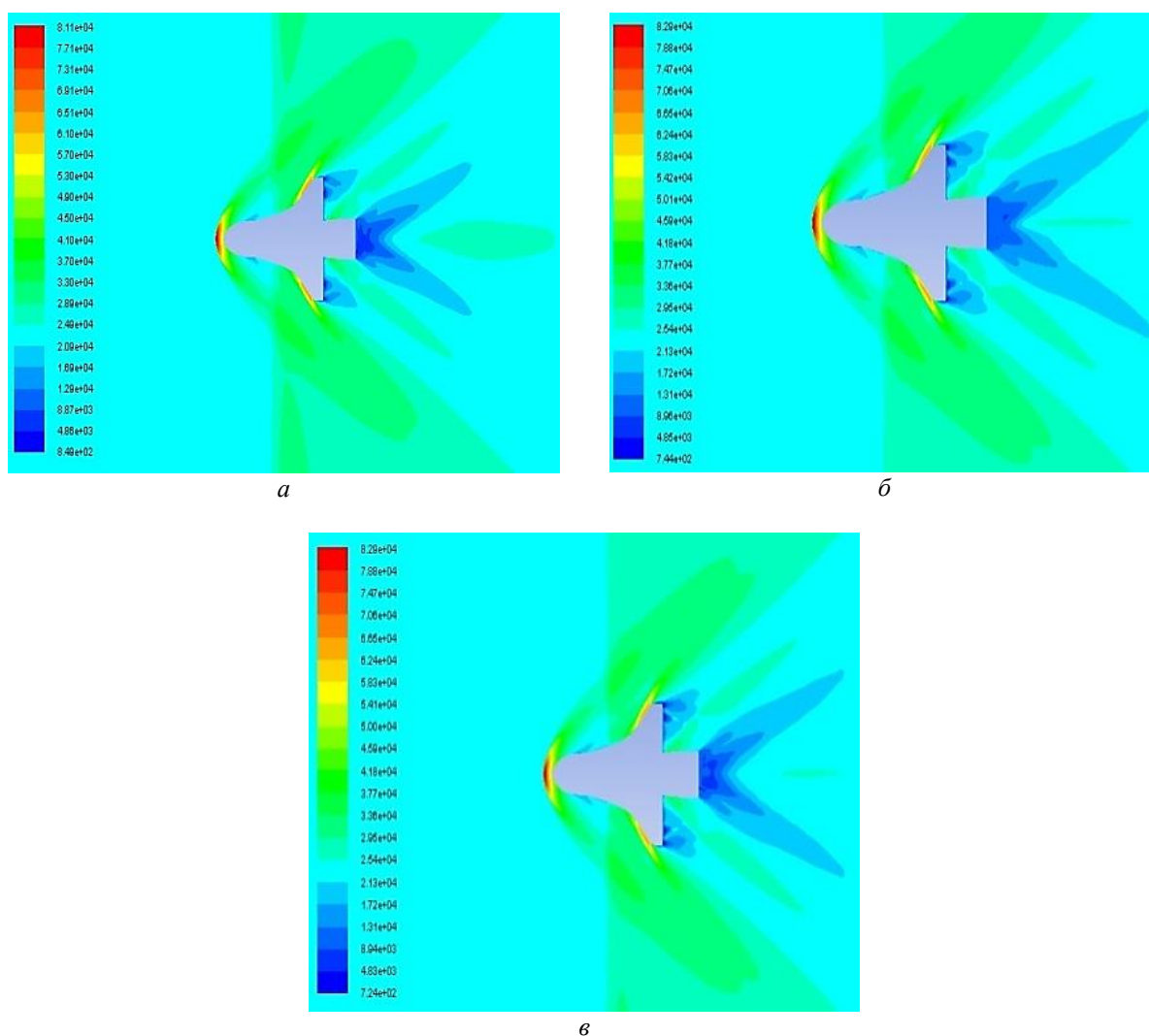


Рис. 6. Распределение давления: а – модель турбулентности  $k-\varepsilon$ ; б – модель турбулентности  $k-\omega$ ; в – модель турбулентности SST

Сравнение значений давления в прямом скачке уплотнения приведено в табл. 1.

Таблица 1. Сравнение значений давления

Модель турбулентности	Давление в прямом скачке уплотнения, $10^5$ Па
Инженерная формула	1,02
$k-\varepsilon$	0,92
$k-\omega$	0,95
SST	0,95

Как видно из табл. 1, модель турбулентности  $k-\varepsilon$  показывает меньшее давление по сравнению с остальными моделями турбулентности.

Полученные в ходе расчёта силы необходимо пересчитать в скоростную систему координат по следующим соотношениям [8]:

$$X_a = X \cos \alpha + Y \sin \alpha,$$

$$Y_a = Y \cos \alpha - X \sin \alpha,$$

где  $X_a$  – сила лобового сопротивления;  $Y_a$  – подъёмная сила;  $X$  – продольная сила;  $Y$  – нормальная сила;  $\alpha$  – угол атаки.

Аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления  $C_{xa}$  и подъёмной силы  $C_{ya}$  рассчитываются согласно [8]:

$$C_{xa} = \frac{X_a}{qS},$$

$$C_{ya} = \frac{Y_a}{qS},$$

где  $q = \frac{\rho_\infty V_\infty^2}{2}$  – скоростной напор набегающего потока;  $\rho_\infty$  – плотность воздуха на заданной высоте;  $V_\infty$  – скорость набегающего потока;  $S$  – площадь крыла.

Полученные аэродинамические коэффициенты ЛА при использовании различных моделей турбулентности приведены в табл. 2.

Таблица 2. Результаты аэродинамического расчёта

Модель турбулентности	Коэффициент лобового сопротивления $C_{xa}$	Коэффициент подъёмной силы $C_{ya}$
$k-\varepsilon$	0,344	0,670
$k-\omega$	0,326	0,661
SST	0,328	0,660

Как видно из табл. 1, превышение значения  $y_+$  в модели турбулентности  $k-\varepsilon$  привело к завышению коэффициента лобового сопротивления. Отметим, что  $k-\omega$  и SST показали практически идентичные результаты.

Таким образом, можно заключить, что при моделировании сверхзвукового течения в качестве модели турбулентности стоит выбирать  $k-\omega$  или SST, т.к. они показали хорошее значение  $y_+$ , которое характеризует корректность физического процесса при обтекании ЛА.

### Библиографический список

1. Launder B.E., Spalding D.B. Lectures in Mathematical of Turbulence. London: Academic Press, 1972. 169 p.
2. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. California: DCW Industries, Inc., 1994. 460 p.
3. Menter F.R., Langtry R.B., Likkim S.R., Suzen Y.B., Huang P.G., Volker S. A correlation-based transition model using local variables: Part I – model formulation // Proceedings of the ASME Turbo Expo 2004. 2004. V. 4. P. 57-67. DOI: 10.1115/gt2004-53452
4. ГОСТ 4401-81 Атмосфера стандартная. Параметры. М.: Издательство стандартов, 2004. 181 с.
5. Eymard R., Gallouët T.R., Herbin R. The finite volume method. Handbook of Numerical Analysis. V. VII. Amsterdam: Elsevier, 2000. P. 713-1020.
6. Shih T.H., Liou W.W., Shabbir A., Yang Z., Zhu J. A new k- $\varepsilon$  eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows // Computers and Fluids. 1995. V. 24, Iss. 3. P. 227-238. DOI: 10.1016/0045-7930(94)00032-t
7. Menter F.R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA Journal. 1994. V. 32, Iss. 8. P. 1598-1605. DOI: 10.2514/3.12149
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.

## INFLUENCE OF TURBULENCE MODELS ON CALCULATED VALUES OF AIRCRAFT AERODYNAMIC PROPERTIES

© 2017

- N. A. Elisov** postgraduate student of the Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [mr07th@gmail.com](mailto:mr07th@gmail.com)
- S. A. Ishkov** Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru)
- V. G. Shakhov** Candidate of Science(Engineering), Professor of the Department of Aircraft Design and Construction; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [shakhov@ssau.ru](mailto:shakhov@ssau.ru)

The paper considers one of the stages of atmospheric entry for aerospace craft. The aim is to investigate the influence of turbulence models on aircraft aerodynamics properties. To study the influence of a turbulence model on aircraft aerodynamic properties, the following models were chosen: k- $\epsilon$  Realizable, k- $\omega$  Shear Stress Transport and Transition Shear Stress Transport. The approach is to design a structured grid by means of ICFM CFD that allows solving a wide range of tasks, e.g. for supersonic flow. The paper investigates aircraft aerodynamic properties at an altitude of 11 km. The aerodynamics properties of aircraft were calculated for various turbulence models by means of a supercomputer "Sergey Korolyov". Based on the results of the calculation, aircraft aerodynamic characteristics, the values of post-shock pressure and convergence for different turbulence models were estimated. To verify the design results the value of the post-shock pressure is compared with the pressure value obtained by engineering practice.

*Atmospheric entry; aircraft; aerodynamics; turbulence model; CFD; supersonic flow.*

---

*Citation:* Elisov N.A., Ishkov S.A., Shakhov V.G. Influence of turbulence models on calculated values of aircraft aerodynamic properties. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2017. V. 16, no. 3. P. 39-46. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-3-39-46

### References

1. Launder B.E., Spalding D.B. Lectures in Mathematical of Turbulence. London: Academic Press, 1972. 169 p.
2. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. California: DCW Industries, Inc., 1994. 460 p.
3. Menter F.R., Langtry R.B., Likkim S.R., Suzen Y.B., Huang P.G., Volker S. A correlation-based transition model using local variables: Part I – model formulation. *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2004*. 2004. V. 4. P. 57-67. DOI: 10.1115/gt2004-53452
4. GOST 4401-81 Standart atmosphere. Parameters. Moscow: Izdatel'stvo Standartov Publ., 181 p. (In Russ.)
5. Eymard R., Gallouët T.R., Herbin R. The finite volume method. Handbook of Numerical Analysis. V. VII. Amsterdam: Elsevier, 2000. P. 713-1020.
6. Shih T.H., Liou W.W., Shabbir A., Yang Z., Zhu J. A new k- $\epsilon$  eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows. *Computers and Fluids*. 1995. V. 24, Iss. 3. P. 227-238. DOI: 10.1016/0045-7930(94)00032-t
7. Menter F.R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*. 1994. V. 32, Iss. 8. P. 1598-1605. DOI: 10.2514/3.12149
8. Loytsyanskiy L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid mechanics]. Moscow: Nauka Publ., 1970. 904 p.