

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАНСАТМОСФЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

© 2017

- В. Л. Балакин** доктор технических наук, профессор, советник при ректорате; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; balakin@ssau.ru
- С. А. Ишков** доктор технических наук, профессор, профессор кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; irkt@ssau.ru
- А. А. Храмов** кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; khramov@ssau.ru

Рассматривается задача оптимизации трансатмосферного движения летательного аппарата с целью максимизации конечной скорости при заданных конечных значениях высоты и угла наклона траектории. Управление при пассивном движении летательного аппарата является углом атаки. Для определения оптимальной программы управления углом атаки используется метод последовательной линеаризации. Решение задачи оптимизации трансатмосферного движения проведено на примере пассивного набора высоты субгиперзвукового летательного аппарата MPV, являющегося первой ступенью аэрокосмической системы RASCAL, проектировавшейся в США. Приводятся и обсуждаются результаты моделирования движения летательного аппарата с найденным оптимальным управлением при вариации начальных условий движения и массы летательного аппарата.

Летательный аппарат; трансатмосферное движение; оптимальное управление; коэффициент подъёмной силы; угол атаки; метод последовательной линеаризации.

Цитирование: Балакин В.Л., Ишков С.А., Храмов А.А. Оптимизация трансатмосферного движения летательного аппарата на основе метода последовательной линеаризации // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 3. С. 17-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-3-17-26

Введение

Освоение перспективными летательными аппаратами (ЛА), например первыми ступенями аэрокосмических систем (АэрКС), трансатмосферных высот полёта [1; 2] делает актуальной решение задачи оптимизации их движения на этих высотах. Для первой ступени АэрКС требуется обеспечить максимальную конечную скорость движения при достижении заданной высоты с заданным углом наклона траектории.

В работе [3] для упрощённой модели движения решение данной задачи проведено в рамках формализма принципа максимума Понтрягина. Анализ конечных условий движения при варьировании начального значения сопряжённой переменной показал, что высота монотонно возрастает, скорость монотонно уменьшается, угол наклона траектории вначале увеличивается, а затем уменьшается. После достижения максимума угла наклона траектории к концу движения для снижения торможения ЛА и максимизации конечной скорости коэффициент подъёмной силы (угол атаки) уменьшается.

Хорошо известные трудности, связанные с отсутствием регулярных методов решения краевых задач в формализме принципа максимума для нелинейных систем с ограничениями на управление, привели к использованию для отыскания оптимального управления так называемого метода последовательной линеаризации [4].

С его помощью были решены различные задачи управления траекториями аэрокосмических аппаратов при спуске в атмосфере, движении по суборбитальным траекториям и повороте плоскости орбиты в атмосфере, например [5-8]. Обобщение результатов, полученных разными авторами, изложено в монографии [9].

Целью данной работы является определение оптимальной программы управления углом атаки, обеспечивающей максимум конечной скорости ЛА, на основе метода последовательной линеаризации.

Постановка задачи

Модель движения. Считается, что ЛА движется над поверхностью Земли, имеющей форму эллипсоида вращения с экваториальным радиусом 6378,16 км и полярным радиусом 6356,863 км (эллипсоид Красовского). Движение аппарата относительно Земли происходит под действием силы тяготения, полной аэродинамической силы и сил, обусловленных неинерциальностью системы отсчёта. Система дифференциальных уравнений в траекторной системе координат с учётом вращения Земли, нецентральности поля тяготения (учитывается вторая зональная гармоника в разложении геопотенциала Земли) и при отсутствии ветра в атмосфере имеет вид [10]:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= -\sigma_x \rho V^2 - g_r \sin \theta + g_\varphi \sin \chi \cos \theta + \\
 &+ R\omega_3^2 \cos \varphi (\sin \theta \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi \sin \chi), \\
 \dot{\theta} &= \sigma_y \rho V \cos \gamma_a + \left(\frac{V}{R} - \frac{g_r}{V} \right) \cos \theta - \\
 &- \frac{g_\varphi}{V} \sin \chi \sin \theta + 2\omega_3 \cos \varphi \cos \chi + \\
 &+ \frac{R\omega_3^2}{V} \cos \varphi (\cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \sin \chi), \\
 \dot{\chi} &= -\frac{\sigma_y \rho V}{\cos \theta} \sin \gamma_a - \frac{V \cos \theta}{R} \operatorname{tg} \varphi \cos \chi + \\
 &+ g_\varphi \frac{\cos \chi}{V \cos \theta} - 2\omega_3 (\sin \varphi - \cos \varphi \sin \chi \operatorname{tg} \theta) - \\
 &- \frac{R\omega_3^2}{V \cos \theta} \sin \varphi \cos \varphi \cos \chi, \\
 \dot{R} &= V \sin \theta, \quad \dot{\varphi} = \frac{V \cos \theta}{R} \sin \chi.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь V – земная скорость ЛА; θ – угол наклона траектории; χ – угол пути (угол между проекцией вектора скорости на местную горизонтальную плоскость и местной параллелью в направлении с запада на восток); R – величина радиус-вектора центра масс ЛА; φ – геоцентрическая широта; γ_a – скоростной угол крена; $\omega_3 \approx 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ – угловая скорость суточного вращения Земли; ρ – плотность атмосферы на высоте H , определяемая согласно [11].

Баллистические коэффициенты σ_x , σ_y определяются по соотношениям:

$$\sigma_x = \frac{c_{xa}S}{2m}, \quad \sigma_y = \frac{c_{ya}S}{2m}, \quad (2)$$

где c_{xa} , c_{ya} – соответственно коэффициенты силы лобового сопротивления и аэродинамической подъемной силы; S – характерная площадь ЛА; m – масса аппарата.

Число Маха рассчитывается как отношение воздушной скорости аэрокосмического аппарата, которая при отсутствии ветра совпадает со скоростью V относительно Земли, к скорости звука a на данной высоте:

$$M = \frac{V}{a}. \quad (3)$$

Скорость звука связана с температурой атмосферы T_a соотношением:

$$a = 20,046796\sqrt{T_a}, \quad (4)$$

где температура атмосферы T_a определяется согласно ГОСТ 4401-81 [11].

Высота H над поверхностью Земли, имеющей в принятой модели движения форму эллипсоида вращения, определяется по формуле [12]:

$$H = R - R_3, \quad (5)$$

где $R_3 = R_e(1 - \alpha_{сж} \sin^2 \varphi)$ – радиус земной поверхности на заданной широте; R_e – экваториальный радиус Земли; $\alpha_{сж} = 1/298,25$.

Радиальная g_r и меридиональная g_φ составляющие вектора гравитационного ускорения с точностью до полиномов Лежандра второго порядка определяются как [12]:

$$g_r = \frac{\mu}{R^2} \left[1 + \left(\alpha_{сж} - \frac{q}{2} \right) \left(\frac{R_e}{R} \right)^2 (1 - 3 \sin^2 \varphi) \right], \quad (6)$$

$$g_\varphi = -\frac{\mu}{R^2} \left(\alpha_{сж} - \frac{q}{2} \right) \left(\frac{R_e}{R} \right)^2 \sin 2\varphi, \quad (7)$$

где $q = \frac{\omega_3^2 R_e^3}{\mu}$ – отношение центростремительного ускорения к ускорению силы

притяжения на экваторе, $\mu = 398600,44 \text{ км}^3 / \text{с}^2$ – гравитационная постоянная Земли.

Граничные условия движения. Для интегрирования дифференциальных уравнений движения (1) при решении задачи оптимизации в начальный момент времени t_0 должны быть заданы начальные условия:

$$t_0 = 0, \quad V = V_0, \quad \theta = \theta_0, \quad \chi = \chi_0, \quad R = R_0, \quad \varphi = \varphi_0. \quad (8)$$

Из них определяющими являются начальные условия по скорости V_0 , углу наклона траектории θ_0 и радиус-вектору R_0 через начальную высоту H_0 . Поэтому без потери общности решения задачи оптимизации в дальнейшем считаем, что $\chi_0 = 0$ и $\varphi_0 = 0$.

В конце участка движения аппарата в трансатмосфере заданы конечная высота и конечный угол наклона траектории:

$$t = t_k, \quad H = H_k, \quad \theta = \theta_k. \quad (9)$$

Управление. ЛА на рассматриваемом участке движения управляется за счёт изменения угла атаки α и связанным с ним через соответствующие аэродинамические характеристики коэффициентом подъёмной силы c_{ya} .

На угол атаки α и соответствующий ему коэффициент подъёмной силы c_{ya} наложены ограничения:

$$\begin{aligned} \alpha_{\min} &\leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \\ c_{ya \min} &\leq c_{ya} \leq c_{ya \max}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $c_{ya \min}$ и $c_{ya \max}$ определяются соответственно минимальным α_{\min} и максимальным α_{\max} углам атаки и зависят от числа M .

Задачу оптимизации движения сформулируем следующим образом: для системы дифференциальных уравнений (1) при заданных начальных (8) и конечных (9) условиях определить оптимальную программу управления углом атаки $\alpha_{opt}(t)$ при заданных ограничениях (10), обеспечивающую максимум конечной скорости ЛА.

Метод решения

Для формирования оптимального управления при наличии ограничений на управляющую зависимость используем метод последовательной линеаризации. Подробное описание метода, а также вопросов, связанных с его численной реализацией, приведено в [9]. Модификации метода, рекомендации по его применению в задачах формирования управления движением летательного аппарата в атмосфере описаны, например, в [5-8].

Метод является типичным методом спуска в пространстве управлений и сводится к итерационному улучшению управления. На каждой итерации вычисляется малое приращение управления $u(t)$, позволяющее перейти к улучшенному управлению $u(t) + \delta u(t)$ по следующей схеме [9]:

1. Интегрируется система уравнений движения с некоторым опорным управлением $u(t)$. Вычисляются опорное решение $x(t)$, оптимизируемый функционал $F_0[u(t)]$ и функционалы-ограничения $F_j[u(t)] (j=1, \dots, m)$.

2. Для опорного закона движения $\{u(t), x(t)\}$ вычисляются функциональные производные $\omega^{(j)}(t)$ от функционалов F_j по управлению $u(t)$:

$$\omega^{(j)}(t) = \frac{\partial F_j[u(t)]}{\partial u(t)} \quad (j = 0, 1, \dots, m).$$

3. Вводится малая окрестность δU опорного управления $u(t)$, которая должна входить в область допустимого управления U , то есть $u(t) + \delta U(t) \in U$.

4. Определяется приращение $\delta u(t)$, являющееся решением линейного приближения исходной задачи в окрестности опорного закона движения $\{u(t), x(t)\}$. В соответствии с этим $\delta u(t)$ должно удовлетворять следующим условиям:

$$\delta u(t) \in \delta U \quad \text{при всех } t \in [0, T],$$

$$F_j[u(t)] + \delta F_j[u(t)] = F_j[u(t)] + \int_0^T \omega^{(j)}(t) \delta u(t) dt \leq 0, \quad (j=1, \dots, m),$$

$$\min_{\delta u(t)} \delta F_0[\delta u(t)] = \min_{\delta u(t)} \int_0^T \omega^{(0)} \delta u(t) dt.$$

5. Если улучшенное управление $u(t) + \delta u(t)$ удовлетворяет условиям задачи с заданной точностью, то поиск искомого управления считается законченным. В противном случае выполняется следующая итерация улучшения управления с опорным управлением, полученном на данном шаге $u(t) + \delta u(t)$.

Численная реализация метода осуществляется с использованием конечномерной аппроксимации; при этом на отрезке времени движения располагаются точки $t_i (i=1, 2, \dots, N)$ – узлы аппроксимации, для которых в результате численного интегрирования известна вся необходимая информация для решения задачи в линейном приближении. Таким образом, процесс улучшения управления сводится к последовательному решению задач линейного программирования.

Результаты решения задачи

Решение задачи оптимизации трансатмосферного движения проведено на примере пассивного набора высоты субгиперзвукового ЛА MPV (MIPCC powered vehicle – аппарат с охлаждаемыми двигателями; Mass Injection Pre-Compressor Cooling – система дополнительной подачи кислорода и охлаждения двигателя), являющегося первой ступенью АэрКС RASCAL (Responsive Access, Small Cargo, Affordable Launch – доступная система для запуска малых грузов по требованию, США) [1; 2].

Исходные данные. Данные приняты согласно [1]. Масса ЛА m равна 30000 кг, характерная площадь равна 251 м^2 .

Для всех вариантов решения задачи заданы следующие начальные: $V_0 = 1174 \text{ м/с}$, $H_0 = 26800 \text{ м}$ и конечные: $H_k = 63160 \text{ м}$, $\theta_k = 20^\circ$ условия движения.

Ограничения на управление: $\alpha_{\min} = -10^\circ$, $\alpha_{\max} = 20^\circ$.

Основной вариант. Этот вариант соответствует начальному углу наклона траектории ЛА согласно [1] – $\theta_0 = 38,4^\circ$. На рис. 1 показаны зависимости параметров траектории и угла атаки от времени при различных начальных приближениях программы управления углом атаки $\alpha_0(t) = \text{const}$ ($\alpha_0(t) = 0$ – зависимость 1, $\alpha_0(t) = 10^\circ$ – зависимость 2, $\alpha_0(t) = 15^\circ$ – зависимость 3, $\alpha_0(t) = 20^\circ$ – зависимость 4). Видно, что до высоты 52 км полученные управления по углу атаки совпадают. На больших высотах программы управления отличаются, однако это не сказывается на параметрах траектории. Это можно объяснить малым значением скоростного напора на соответствующих высотах, которые составляют порядка 1,5 % и менее относительно значения скоростного напора в начальный момент времени (рис. 2), и поэтому аэродинамические силы малы. Отметим, что к концу трансатмосферного участка движения угол атаки несколько уменьшается, что качественно совпадает с результатами работы [3].

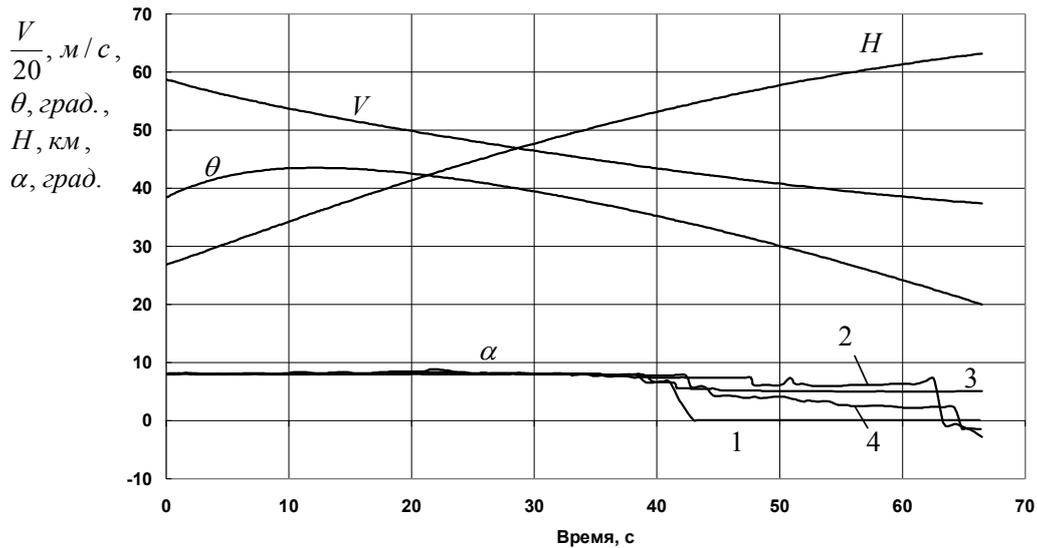


Рис. 1. Параметры траектории движения и программа управления при $\theta_0 = 38,4^\circ$

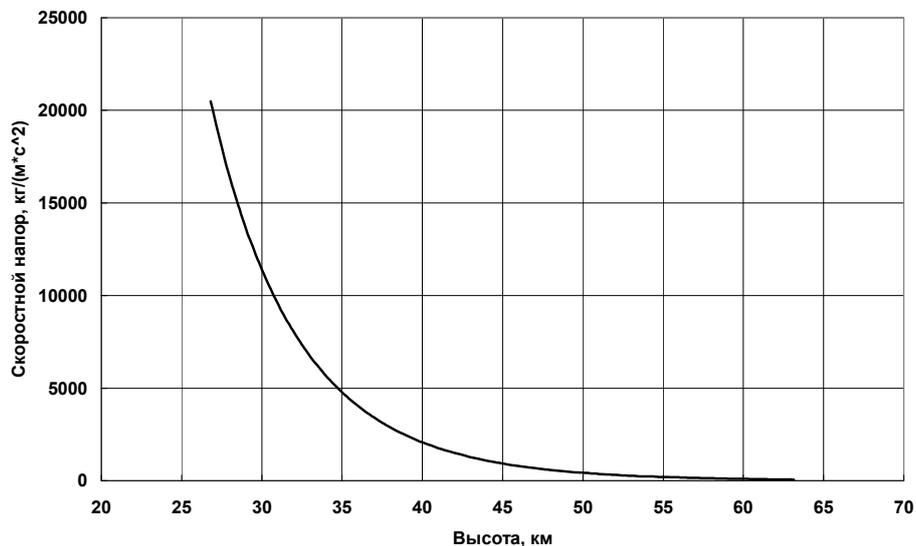


Рис. 2. Зависимость скоростного напора от высоты полёта при $\theta_0 = 38,4^\circ$

Дополнительные варианты. С целью анализа правильности полученных для основного варианта результатов было проведено решение задачи оптимизации для других значений начального угла наклона траектории и массы ЛА.

Начальный угол наклона траектории задавался несколько меньшим ($\theta_0 = 35^\circ$) и несколько большим ($\theta_0 = 40^\circ$), чем в основном варианте.

Для меньшего значения начального угла наклона траектории можно предположить несколько большие значения оптимального угла атаки из-за необходимости увеличения в начале рассматриваемого участка подъёмной силы для увеличения угла наклона траектории и выполнения заданного для него конечного условия.

Для большего значения начального угла наклона траектории можно предположить, напротив, несколько меньшие значения оптимального угла атаки, поскольку для них заданное конечное условие по углу наклона траектории будет

выполнено, а за счёт уменьшения подъёмной силы и соответственно силы лобового сопротивления будет достигнуто большее значение конечной скорости ЛА.

На рис. 3, 4 представлены зависимости параметров траектории и угла атаки от времени при различных начальных углах наклона траектории θ_0 .

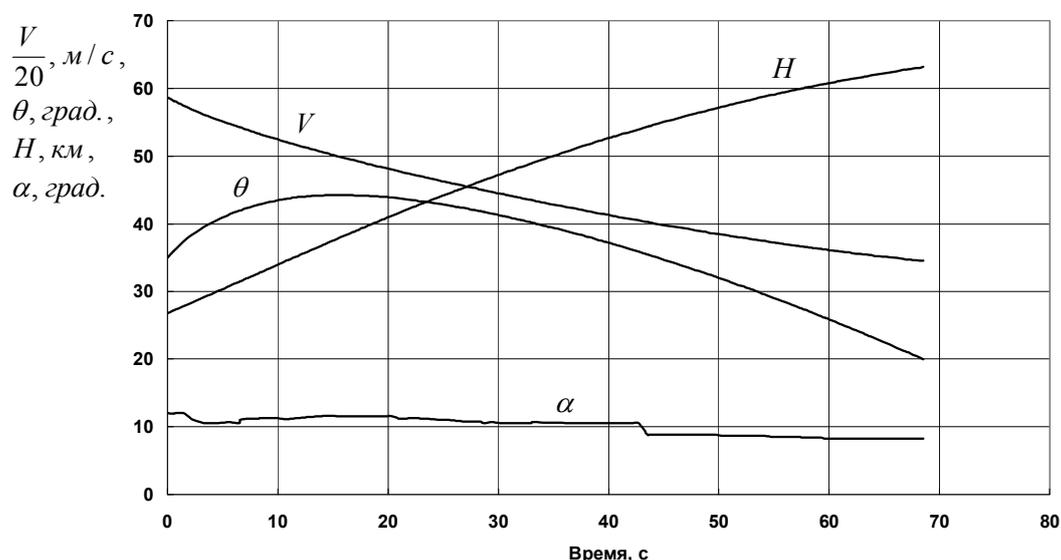


Рис. 3. Параметры траектории и программа управления при $\theta_0 = 35^\circ$

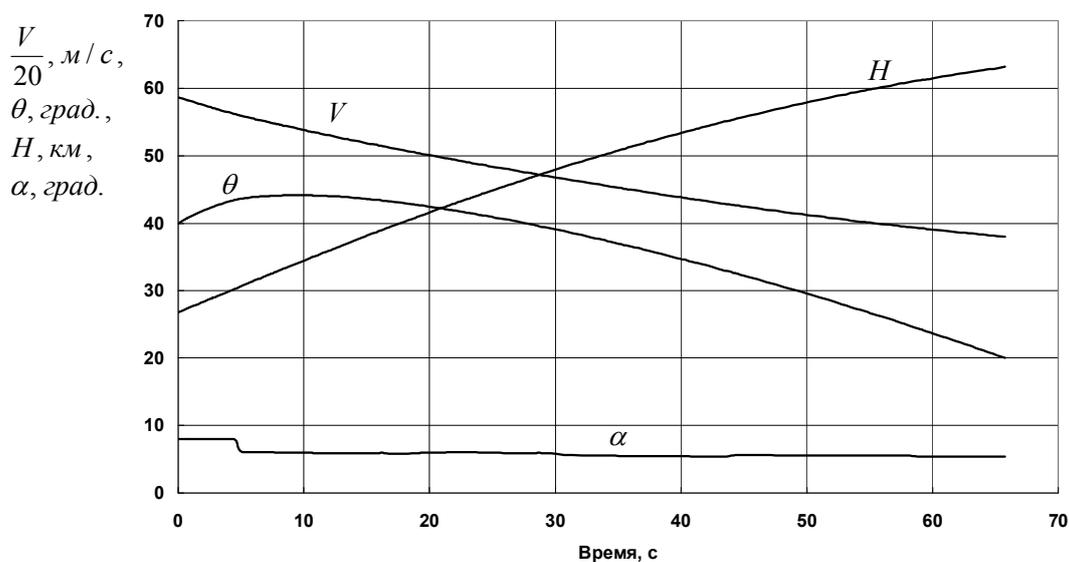


Рис. 4. Параметры траектории и программа управления при $\theta_0 = 40^\circ$

Сравнение программ управления углом атаки (рис. 1, 3, 4), полученных для разных значений начального угла наклона траектории, подтверждает высказанные до решения задачи оптимизации предположения, что косвенно свидетельствует о правильности её решения.

В случае изменения массы ЛА она задавалась большей и равной 40 000 кг. Для большего значения массы можно предположить несколько большие значения оптимального угла атаки из-за необходимости увеличения в начале рассматриваемого участка подъёмной силы для увеличения угла наклона траектории и выполнения заданного для него конечного условия.

На рис. 5 представлены зависимости параметров траектории и угла атаки от времени для двух значений массы ЛА (утолщённые линии соответствуют $m = 30000$ кг, тонкие линии – $m = 40000$ кг).

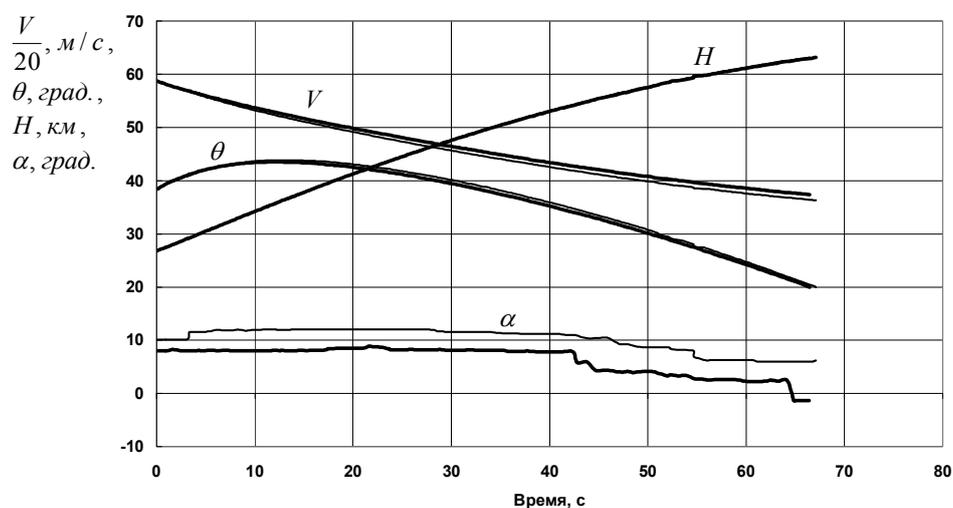


Рис. 5. Сравнение параметров траектории и программ управления при различной массе ЛА

Сравнение программ управления углом атаки (рис. 5), полученных для разных значений массы ЛА, подтверждает высказанное до решения задачи оптимизации предположение, что также косвенно свидетельствует о правильности её решения.

Заключение

С использованием метода последовательной линеаризации получено решение задачи оптимизации трансатмосферного движения летательного аппарата с целью максимизации конечной скорости при заданных конечных значениях высоты и угла наклона траектории. Решение задачи оптимизации проведено на примере пассивного набора высоты летательного аппарата MPV для различных значений начального угла наклона траектории и массы.

В полученных программах управления угол атаки уменьшается к концу участка трансатмосферного движения, но не достигает своего ограничения по минимальному значению. Установлено, что конечные значения угла атаки слабо влияют на конечную скорость из-за малости скоростного напора и соответственно аэродинамических сил.

Библиографический список

1. Young D.A., Olds J.R. Responsive Access Small Cargo Affordable Launch (RASCAL) Independent Performance Evaluation // A Collection of Technical Papers – 13th AIAA/CIRA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. 2005. V. 1. P. 346-368. DOI:10.2514/6.2005-3241
2. Urschel P.H., Cox T.H. Launch Condition Deviations of Reusable Launch Vehicle Simulations in Exo-Atmospheric Zoom Climbs // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit. 2003. DOI: 10.2514/6.2003-5544
3. Потапов В.И. Программы управления и траектории движения сверхзвуковой первой ступени авиационно-космической системы // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2010. № 1 (21). С. 75-83.

4. Федоренко Р.П. Приближённое решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978. 488 с.
5. Голубев Ю.Ф., Хайрулин Р.З. К решению задач оптимального управления при входе в атмосферу // Космические исследования. 1987. Т. 25, № 1. С. 37-46.
6. Лазарев Ю.Н. Решение задач формирования программ управления движением в атмосфере аэрокосмических аппаратов на основе последовательной линеаризации // Космические исследования. 1994. Т. 32, № 4-5. С. 83-91.
7. Лазарев Ю.Н. Области достижимости и управление движением в атмосфере аэрокосмического аппарата в нештатной ситуации // Космические исследования. 1996. Т. 34, № 4. С. 434-438.
8. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н., Филиппов Е.А. Оптимизация управления аэрокосмическим аппаратом при изменении в атмосфере наклона плоскости орбиты // Космические исследования. 1996. Т. 34, № 2. С. 190-196.
9. Лазарев Ю.Н. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов. Самара: Самарский научный центр РАН, 2007. 274 с.
10. Ярошевский В.А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. М.: Наука, 1988. 336 с.
11. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. М.: Издательство стандартов, 1981. 180 с.
12. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полёта: учебное пособие. М.: Наука, 1990. 448 с.

OPTIMIZATION OF SPACE VEHICLE TRANS-ATMOSPHERIC MOTION BY USING THE METHOD OF SEQUENTIAL LINEARIZATION

© 2017

- | | |
|----------------------|--|
| V. L. Balakin | Doctor of Science (Engineering), Professor, University Administration Counselor;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
balakin@ssau.ru |
| S. A. Ishkov | Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department of Space
Engineering;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
irkt@ssau.ru |
| A. A. Khramov | Candidate of Science (Engineering), Lecturer of the Department of Space
Engineering;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
khramov@ssau.ru |

The paper deals with the task of optimizing a space vehicle's trans-atmospheric motion in order to maximize its terminal velocity at prescribed finite values of the height and trajectory inclination angle. The angle of attack acts as control in a vehicle's passive motion. To determine the optimal program of the control of angle of attack, the method of sequential linearization is used. Solving the problem of optimizing the vehicle's trans-atmospheric motion is illustrated by passive climb of a sub-hypersonic vehicle MPV (the first stage of the aerospace system RASCAL designed in the USA). The results of simulating the vehicle motion with optimal control and various initial conditions of the vehicle's motion and mass are discussed.

Vehicle; trans-atmospheric motion; optimal control; lift coefficient; angle of attack; sequential linearization method.

Citation: Balakin V.L., Ishkov S.A., Khramov A.A. Optimization of space vehicle trans-atmospheric motion by using the method of sequential linearization. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2017. V. 16, no. 3. P. 17-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-3-17-26

References

1. Young D.A., Olds J.R. Responsive Access Small Cargo Affordable Launch (RASCAL) Independent Performance Evaluation. *A Collection of Technical Papers – 13th AIAA/CIRA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*. 2005. V. 1. P. 346-368. DOI:10.2514/6.2005-3241
2. Urschel P.H., Cox T.H. Launch Condition Deviations of Reusable Launch Vehicle Simulations in Exo-Atmospheric Zoom Climbs. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*. 2003. DOI: 10.2514/6.2003-5544
3. Potapov V.I. Control programs and motion trajectories of supersonic first stage of an aerospace system. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2010. No. 1 (21). P. 75-83. (In Russ.)
4. Fedorenko R.P. *Priblizhennoe reshenie zadach optimal'nogo upravleniya* [Approximate solution of optimal control problems]. Moscow: Nauka Publ., 1978. 488 p.
5. Golubyev Yu.F., Khairulin R.Z. Solving optimal control problems at the entry to atmosphere. *Cosmic Research*. 1987. V. 25, Iss. 1. P. 37-46.
6. Lazarev Yu.N. Forming motion control programs of aerospace vehicles in the atmosphere on the basis of sequential linearization. *Cosmic Research*. 1994. V. 32, Iss. 4-5. P. 83-91.
7. Lazarev Yu.N. Attainability regions and motion control of an aerospace vehicle in the atmosphere in a nonstandard situation. *Cosmic Research*. 1996. V. 34, Iss. 4. P. 401-404.
8. Balakin V.L., Lazarev Yu.N., Philippov E.A. Optimization of aerospace vehicle control during orbit plane shifting maneuvers in the atmosphere. *Cosmic Research*. 1996. V. 34, Iss. 2. P. 175-180.
9. Lazarev Yu.N. *Upravlenie traektoriyami aerokosmicheskikh apparatov* [Control of aerospace vehicles]. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2007. 274 p.
10. Yaroshevskiy V.A. *Vkhod v atmosferu kosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Re-entry of spacecraft into atmosphere]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 336 p.
11. GOST 4401-81. Standart atmosphere. Parameters. Moscow: Izdatel'stvo Standartov Publ., 1981. 180 p. (In Russ.)
12. Okhotsimskiy D.E., Sikharulidze Yu.G. *Osnovy mekhaniki kosmicheskogo poleta: uchebnoe posobie* [Basics of space flight mechanics: Textbook]. Moscow: Nauka Publ., 1990. 448 p.