

## ОЦЕНКА МАЛОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТИ МЭНСОНА-КОФФИНА ПРИ ОТНУЛЕВОМ ЦИКЛЕ «МЯГКОГО» НАГРУЖЕНИЯ

© 2017

- В. Ф. Павлов** доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[sopromat@ssau.ru](mailto:sopromat@ssau.ru)
- В. А. Кирпичёв** доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[dean fla@ssau.ru](mailto:dean fla@ssau.ru)
- Е. Е. Кочерова** аспирант кафедры сопротивления материалов;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[kocherova\\_2020@mail.ru](mailto:kocherova_2020@mail.ru)
- А. С. Злобин** аспирант кафедры сопротивления материалов;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[as.zlobin@mail.ru](mailto:as.zlobin@mail.ru)

Для проведения расчёта долговечности газотурбинных двигателей (ГТД), повреждаемых по механизму малоциклового усталости (МЦУ), в соответствии с «Нормами прочности авиационных газотурбинных двигателей гражданской авиации» ФГУП ЦИАМ, необходимы испытания вырезанных из соответствующих деталей (или заготовок) образцов при «жёстком», то есть с заданным циклом деформации, нагружении с различными коэффициентами асимметрии цикла деформирования и с различными выдержками при максимальной деформации цикла (для учёта влияния ползучести при повышенных температурах). Для обеспечения достоверности расчёта долговечности испытания должны быть проведены в достаточном для статистической обработки объёме. В статье предлагается методика оценки долговечности деталей ГТД при малоциклового усталости на основе испытаний стандартных образцов при отнулевом цикле «мягкого» нагружения с использованием модифицированной зависимости Мэнсона-Коффина. По результатам исследования подтверждена возможность достижения необходимой достоверности оценки долговечности деталей, повреждаемых по механизму МЦУ, с использованием модифицированного уравнения Мэнсона - Коффина и предложены рекомендации о порядке его применения.

*Газотурбинный двигатель; малоцикловая усталость; испытания на усталость; циклическая долговечность; уравнение Мэнсона-Коффина; «мягкое» нагружение; «жёсткое» нагружение.*

---

**Цитирование:** Павлов В.Ф., Кирпичёв В.А., Кочерова Е.Е., Злобин А.С. Оценка малоциклового усталости на основе использования зависимости Мэнсона-Коффина при отнулевом цикле «мягкого» нагружения // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 1. С. 129-136.  
DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-129-136

### Введение

Необходимость достоверной предварительной оценки долговечности деталей при разработке нового изделия подразумевает проведение всего спектра испытаний по исследованию материалов, из которых изготовлены детали и сборочные единицы. Формирование банка данных характеристик усталости материалов в интересах предприятий двигателестроительной отрасли не может быть выполнено достаточно быстро из-за отсутствия или недостаточности современного оборудования для испытаний на усталость. Кроме того, необходима специальная аттестация этого оборудования и технологий изго-

товления образцов для испытаний, что несёт за собой большие экономические, временные и трудовые затраты.

### Постановка задачи

В связи с вышеуказанными проблемами, возникающими в процессе проектирования новых изделий, перед расчётчиками была поставлена задача разработать методику проведения оценки долговечности деталей и сборочных единиц, повреждаемых по механизму МЦУ, с использованием имеющейся на предприятии базы данных испытаний при «мягком» нагружении (постоянные средние и амплитудные значения циклических напряжений) и возможностей расчётного комплекса ANSYS.

Не отрицая необходимости создания качественной базы данных по сопротивлению малоцикловой усталости в виде, представленном в [1], необходимо до её полного формирования иметь достаточно достоверные методики оценки МЦУ, базирующиеся на менее затратных и более простых подходах. Общеизвестным является использование известного и доказанного как теоретически (на базе теории пластичности), так и подтверждённого экспериментально уравнения Мэнсона-Коффина, имеющего следующий вид [2]:

$$\Delta\varepsilon = CN^{-\alpha}, \quad (1)$$

где  $\Delta\varepsilon$  – размах пластических деформаций;  $C, N$  – константы.

При проведении анализа МЦУ основных деталей, для которых ресурс устанавливается в часах и циклах, на стадии предварительных расчётов и в случае сравнительных оценок [3] рекомендовано использование модифицированного уравнения Мэнсона-Коффина [4]

$$\Delta\varepsilon_i = \left[ \ln \frac{1}{1 - \Psi(t, T)} \right]^{0.6} N^{-0.6} + \frac{3,5 [\sigma_{\text{дл}}(t, T) - \sigma_{mi}]}{E(T)} N^{-0.12}. \quad (2)$$

Здесь  $N$  – циклическая долговечность детали (образца);  $\Delta\varepsilon_i$  – интенсивность размаха деформаций в опасной точке детали, приведённая к деформированному состоянию гладких образцов, используемых для определения стандартных характеристик материала  $\sigma_{\text{дл}}, E, \Psi$ ;  $\sigma_{mi}$  – интенсивность среднего напряжения цикла, которое учитывается только в случае, если  $\sigma_{mi} > 0$ ;  $E(T)$  – модуль продольной упругости при максимальной температуре цикла в рассчитываемой точке детали;  $\sigma_{\text{дл}}(t, T)$  – предел длительной прочности, соответствующий максимальной температуре и времени действия расчётного режима;  $\Psi(t, T)$  – коэффициент поперечного сужения материала, соответствующий максимальной температуре и зависящий от длительности нагружения  $t$  и максимальной температуры цикла  $T$ :

$$\Psi(t, T) = \psi_0(T) t^m, \quad (3)$$

где  $\psi_0(T)$  – коэффициент поперечного сужения в исходном состоянии (при отнулевом цикле);  $m$  – постоянная, характеризующая скорость охрупчивания материала и определяемая по экспериментальным кривым  $\Psi(t)$ .

Для дисковых жаропрочных сплавов при отсутствии экспериментальных данных при определении коэффициента  $\psi(t)$  принималось:  $m = -0,1$  при  $T \geq 650^\circ\text{C}$ ,  $m = 0$  при  $T < 650^\circ\text{C}$ . При определении величины размаха пластических деформаций в уравнении Мэнсона-Коффина принимались средние значения величин  $\sigma$ ,  $\psi$  и  $E$ .

Таким образом, на стадии проектирования для оценки долговечности деталей ГТД, повреждаемых по механизму МЦУ, необходимо разработать методику на основе испытаний стандартных образцов при отнулевом цикле «мягкого» нагружения с использованием модифицированной зависимости Мэнсона-Коффина.

### Метод решения

Была использована рекомендованная в [1] методика расчёта интенсивности размахов полной деформации  $\Delta\varepsilon_i$  по результатам упругопластического состояния модели детали (образца). При этом анализировались параметры напряжённо-деформированного состояния (НДС) при нагружении:

$\varepsilon_{ij}^{e(load)}$  – компоненты упругих деформаций;

$\varepsilon_{ij}^{pl(load)}$  – компоненты пластических деформаций;

параметры НДС при разгрузке:

$\varepsilon_{ij}^{e(unload)}$  – компоненты упругих деформаций;

$\varepsilon_{ij}^{pl(unload)}$  – компоненты пластических деформаций;

изменение (размах) компонентов деформаций в цикле нагружения:

$\Delta\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij}^{e(load)} - \varepsilon_{ij}^{e(unload)}$  – размах компонентов упругих деформаций;

$\Delta\varepsilon_{ij}^{pl} = \varepsilon_{ij}^{pl(load)} - \varepsilon_{ij}^{pl(unload)}$  – размах компонентов пластических деформаций.

Интенсивности размахов (эквивалентные размахи) упругой, пластической и полной деформаций определялись по следующим зависимостям:

$$\Delta\varepsilon_i^e = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{11}^e - \Delta\varepsilon_{22}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{22}^e - \Delta\varepsilon_{33}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{33}^e - \Delta\varepsilon_{11}^e)^2 + \frac{3}{2} [(\Delta\varepsilon_{12}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{23}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{31}^e)^2]},$$

$$\Delta\varepsilon_i^{pl} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{11}^{pl} - \Delta\varepsilon_{22}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{22}^{pl} - \Delta\varepsilon_{33}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{33}^{pl} - \Delta\varepsilon_{11}^{pl})^2 + \frac{3}{2} [(\Delta\varepsilon_{12}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{23}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{31}^{pl})^2]},$$

$$\Delta\varepsilon_i = \frac{3}{2(1+\nu)} \Delta\varepsilon_i^e + \Delta\varepsilon_i^{pl}, \quad (4)$$

где  $\nu$  – коэффициент поперечной деформации.

Применявшиеся ранее подходы к анализу долговечности по сопротивлению МЦУ строились на использовании результатов циклических испытаний вырезанных из деталей стандартных гладких образцов и образцов с V-образными концентраторами с различными радиусами (коэффициентами концентрации напряжений) у основания надреза, полученными при «мягком», то есть с заданным циклом изменения нетто напряжения при нагружении образца [5]. Это приводило к накоплению ошибок, связанных с разницей результатов, полученных при испытании образцов с учётом концентрации напряжений, и значениями напряжений в деталях с реальными концентраторами.

Оценка циклической долговечности реальной детали проводилась на базе кривых МЦУ, полученных для гладкого образца или образца с концентратором, соответствующим

щим по коэффициенту концентрации напряжений исследуемой зоне детали [6;7]. В ОКБ Н.Д. Кузнецова для анализа МЦУ деталей двигателей был накоплен значительный объём таких испытаний для целого ряда сталей, жаропрочных никелевых и титановых сплавов. Эти экспериментальные данные, наряду с достаточно малочисленными случаями разрушения деталей по механизму МЦУ, являются уникальным материалом для оценки качества работы модифицированного уравнения Мэнсона-Коффина и возможной его коррекции.

Испытанные образцы разделялись на группы [8]. Признаки принадлежности к конкретной группе, которые должны быть одинаковыми [9], следующие:

- материал;
- принадлежность к детали;
- радиус в основании концентратора;
- температура испытаний.

Порядок исследования для каждой группы испытанных образцов принимался следующим [10]:

- формирование осесимметричной конечно-элементной модели стандартного образца без резьбовых захватов в САЕ пакете ANSYS с густой сеткой из 20–30 узлов в зоне концентратора (рис. 1);
- формирование необходимого набора свойств материала для температуры испытаний, в том числе «истинных» кривых деформирования в мультилинейной форме, с определением для материала гипотезы кинематического упрочнения;
- формирование условий закрепления образца по одному из торцов;
- формирование нескольких отнулевых циклов нагружения образца каждым осевым усилием (в большинстве рассмотренных случаев достаточно 3-4) до получения установившегося цикла; величина осевых сил, приложенных к образцу, соответствовала нагрузкам, действующим на образец в процессе эксперимента, время нагрузки и разгрузки образцов не задавалось, так как при моделировании процесса оно значения не имеет;
- проведение квазистатического анализа нагружения модели образца на каждом уровне осевого усилия;
- определение для установившегося цикла деформирования компонентов тензоров упругих и пластических деформаций для состояний нагрузки и разгрузки, а также интенсивностей размахов упругой, пластической и полной деформации;
- получение из модифицированного уравнения Мэнсона-Коффина расчётного значения циклической долговечности для каждого уровня нагружения.

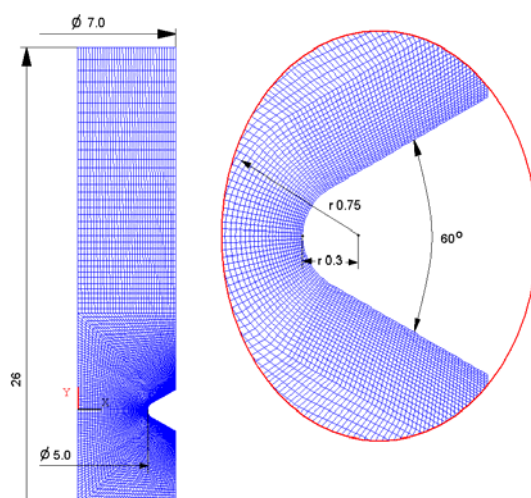


Рис. 1. 2D-осесимметричная модель стандартного образца для испытаний на МЦУ; размеры в мм

### Результаты исследования

На рис. 2–11 представлены результаты обработки проведённых на ПАО «Кузнецов» испытаний стандартных гладких образцов и образцов с различными концентраторами напряжений для нескольких наиболее применяемых в двигателях материалов.

На приведённых рисунках: маркеры-ромбы – экспериментальные точки, полученные при испытаниях образцов; сплошная кривая – степенная аппроксимирующая кривая; штрих-пунктирная кривая – аппроксимирующая кривая минус три среднеквадратичных отклонения точек эксперимента; пунктирная кривая – расчётная кривая по модифицированной зависимости Мэнсона-Коффина.

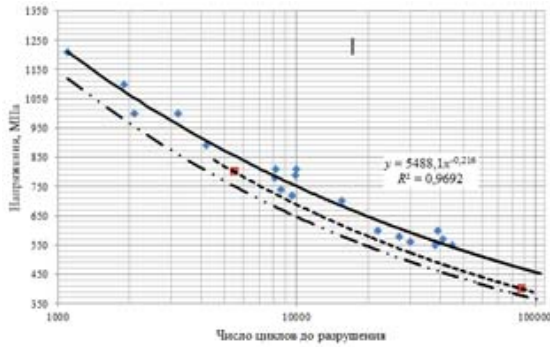


Рис. 2. Кривые МЦУ образцов с V-образным концентратором из сплава ЭИ698:  $r = 0,3$  мм;  $T = 20$  °С

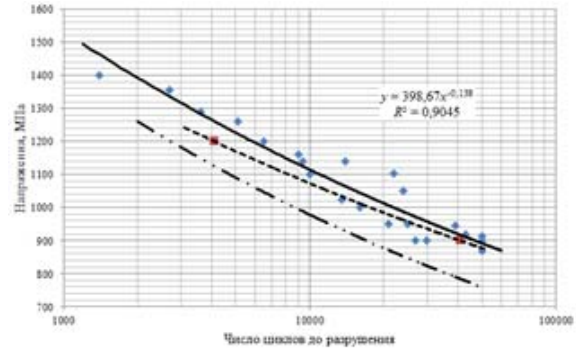


Рис. 3. Кривые МЦУ гладких образцов из сплава ЭП742У при  $T = 20$  °С

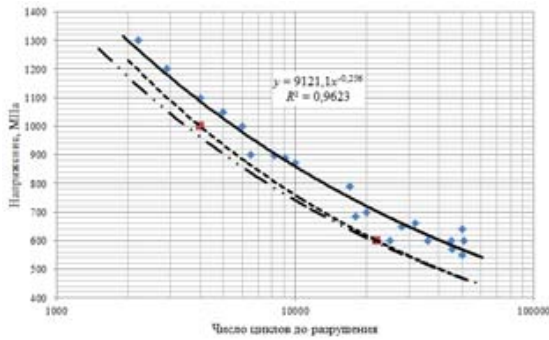


Рис. 4. Кривые МЦУ образцов с V-образным концентратором из сплава ЭП742У:  $r = 0,3$  мм;  $T = 20$  °С

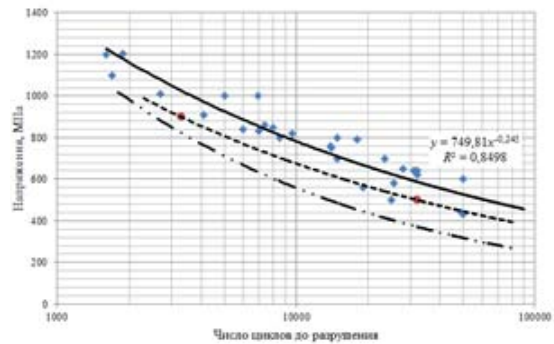


Рис. 5. Кривые МЦУ образцов с V-образным концентратором из сплава ЭП742У:  $r = 0,1$  мм;  $T = 20$  °С

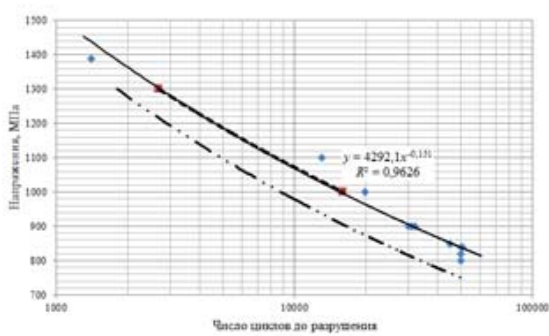


Рис. 6. Кривые МЦУ гладких образцов из сплава ЭП742ИД при  $T = 20$  °С

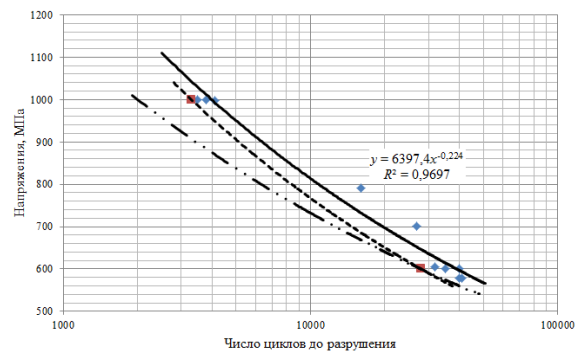


Рис. 7. Кривые МЦУ образцов с V-образным концентратором из сплава ЭП742ИД:  $r = 0,3$  мм;  $T = 20$  °С

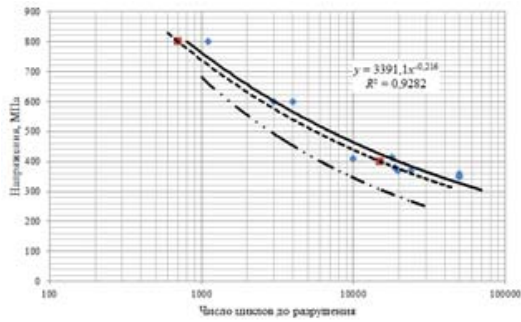


Рис. 8. Кривые МЦУ гладких образцов из сплава ЭП742ИД при  $T = 650\text{ }^{\circ}\text{C}$

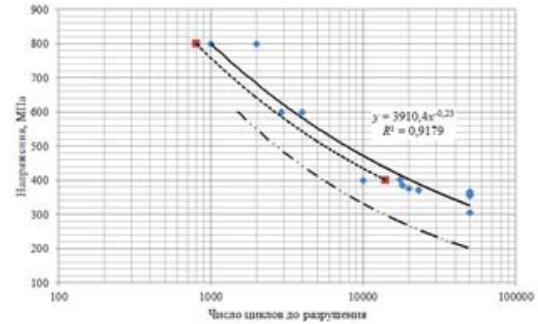


Рис. 9. Кривые МЦУ образцов с V-образным концентратором из сплава ЭП742ИД:  $r = 0,1\text{ мм}$ ;  $T = 650\text{ }^{\circ}\text{C}$

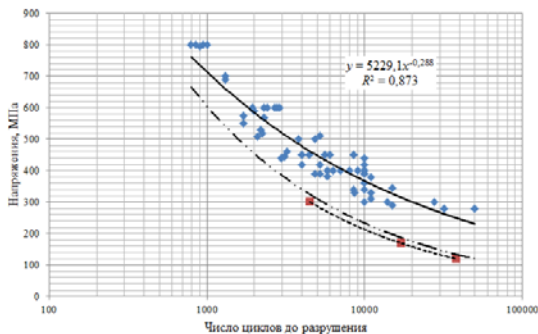


Рис. 10. Кривые МЦУ образцов с V-образным концентратором из сплава BT9:  $r = 0,1\text{ мм}$ ;  $T = 290\text{ }^{\circ}\text{C}$

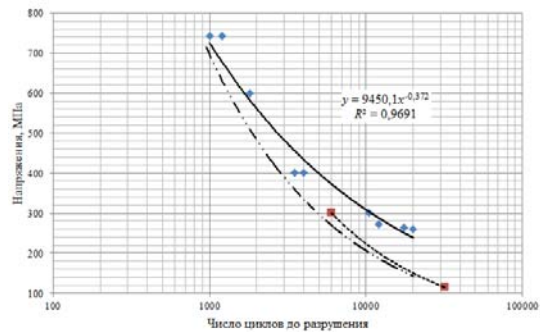


Рис. 11. Кривые МЦУ образцов с V-образным концентратором из сплава BT9:  $r = 0,1\text{ мм}$ ;  $T = 500\text{ }^{\circ}\text{C}$

### Обсуждение результатов исследования и выводы

Из приведённых на рис. 2 – 9 данных следует, что кривые расчётных долговечностей по уравнению Мэнсона-Коффина для гладких образцов и образцов с концентраторами из наиболее применяемых в ГТД никелевых сплавов находятся в поле разброса экспериментальных результатов в пределах трёх среднеквадратичных отклонений. Это подтверждает возможность использования модифицированного уравнения Мэнсона-Коффина для расчёта долговечности деталей двигателя, повреждаемых по механизму малоциклового усталости, и указывает на эффективность представленной методики. Чуть хуже выглядят результаты для титанового сплава BT9 (рис. 10 – 11), что объясняется спецификой поведения этого сплава в условиях МЦУ. Индивидуальная настройка уравнения для титановых сплавов даст более точные результаты.

### Заключение

Проведённое исследование показало, что при наличии достаточного объёма экспериментальных данных возможна индивидуальная настройка модифицированного уравнения Мэнсона-Коффина для оценки малоциклового усталости для деталей из конкретного материала или группы материалов, применяемых при производстве газотурбинных двигателей.

### Библиографический список

1. Нормы прочности авиационных газотурбинных двигателей гражданской авиации. М.: ЦИАМ, 2004. 260 с.
2. Терентьев В.Ф., Петухов А.Н. Усталость высокопрочных металлических материалов. М.: ИМЕТ РАН-ЦИАМ, 2013. 515 с.
3. Партон В.З., Борисковский В.Г. Динамика хрупкого разрушения. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.

4. Ануров Ю.М., Федорченко Д.Г. Основы обеспечения прочностной надёжности авиационных двигателей и силовых установок. СПб.: Санкт-Петербургский политехнический университет, 2004. 390 с.
5. Кудрявцев И.В., Наумченко Н.Е., Саввина Н.М. Усталость крупных деталей машин. М.: Машиностроение, 1981. 240 с.
6. Колмогоров В.Л. Напряжения, деформации, разрушение. М.: Металлургия, 1970. 229 с.
7. Кудрявцев П.И. Нераспространяющиеся усталостные трещины. М.: Машиностроение, 1982. 174 с.
8. ГОСТ 25.502-79. Расчёты и испытания на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний металлов. Методы испытаний на усталость. М.: Стандартинформ, 1983. 50 с.
9. Махутов Н.А., Гаденин М.М., Бурак М.И., Даунис М.А., Зацаринный В.В., Злочевский А.Б., Каган В.А., Ларионов В.В., Левин О.А., Новиков В.А., Покровский В.В., Романов А.Н., Трошенко В.Т., Филатов В.М. Механика малоциклового разрушения. М.: Наука, 1986. 264 с.
10. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчёт элементов конструкций на прочность. М.: Машиностроение, 1981. 272 с.

## EVALUATION OF LOW CYCLE FATIGUE BASED ON THE USE OF COFFIN-MANSON DEPENDENCE UNDER ZERO-TO-“SOFT” LOADING CYCLE

© 2017

**V. F. Pavlov** Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of the Department of Strength of Materials;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[sopromat@ssau.ru](mailto:sopromat@ssau.ru)

**V. A. Kirpichyov** Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Strength of Materials;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[dean fla@ssau.ru](mailto:dean fla@ssau.ru)

**E. E. Kocherova** Postgraduate Student of the Department of Strength of Materials;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[Kocherova\\_2020@mail.ru](mailto:Kocherova_2020@mail.ru)

**A. S. Zlobin** Postgraduate Student of the Department of Strength of Materials;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[as.zlobin@mail.ru](mailto:as.zlobin@mail.ru)

To calculate the durability of gas turbine engine parts damaged by low-cycle fatigue (LCF), according to the “Structural codes of turbine engine strength” it is necessary to test specimens cut from respective parts (or test coupons) under “hard” loading. “Hard” here means there is a fixed strain cycle. The tests are conducted with different asymmetry coefficients of the strain cycle and with different exposure time at the maximum cycle strain (to take into account the effect of creep at high temperatures). The tests carried out are to provide sufficient statistics to ensure the reliability of the calculation. We suggest a method of assessing the durability of gas turbine engine parts based on testing standard specimens at zero-to-“soft loading” cycle using modified Manson-Coffin’s equation. The results of the work confirm the possibility of achieving the required adequacy of assessing the durability of parts damaged by the LCF mechanism with the use of a modified Manson-Coffin equation. Some recommendations concerning its application are given.

*Gas turbine engines; low cycle fatigue; fatigue tests; cyclic durability; Manson-Coffin equation; soft loading; hard loading.*

---

*Citation:* Pavlov V.F., Kirpichyov V.A., Kocherova E.E., Zlobin A.S. Evaluation of low cycle fatigue based on the use of Coffin-Manson dependence under zero-to-“soft” loading cycle. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2017. V. 16, no. 1. P. 129-136. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-129-136

## References

1. *Normy prochnosti aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigateley grazhdanskoy aviatsii* [Strength standards of aviation gas turbine engines of civil aviation]. Moscow: CIAM Publ., 2004. 260 p. (In Russ.)
2. Teren't'ev V.F., Petukhov A.N. *Ustalost' vysokoprochnnykh metalicheskikh materialov* [Fatigue of high-strength metallic materials]. Moscow: CIAM Publ., 2013. 515 p.
3. Parton V.Z., Borisovskiy V.G. *Dinamika khrupkogo razrusheniya* [Dynamics of brittle fracture]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1988. 240 p.
4. Anurov U.M., Fedorchenko D.G. *Osnovy obespecheniya prochnostnoy nadezhnosti aviatsionnykh dvigateley i silovykh ustanovok* [The principles of ensuring the strength reliability of aircraft engines and power units]. St.-Peterburg: Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University Publ., 2004. 390 p.
5. Kudryavtsev I.V., Naumchenko N.E., Savvina N.M. *Ustalost' krupnykh detaley mashin* [Fatigue of large machine parts]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 240 p.
6. Kolmogorov V.L. *Napryazheniya, deformatsii, razrushenie* [Stresses, deformations, destruction]. Moscow: Metallurgiya Publ., 1970. 229 p.
7. Kudryavtsev P.I. *Nerasprostranyayushchiesya ustalostnye treshchiny* [Non-propagating fatigue cracks]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1982. 174 p.
8. GOST 25.502-79. Strength analysis and testing in machine building. Methods of metals mechanical testing. Methods of fatigue testing. Moscow: Standartinform Publ., 1983. 50 p. (In Russ.)
9. Makhutov N.A., Gadenin M.M., Burak M.I., Daunis M.A., Zatsarini V.V., Zlochevsky A.B., Kagan V.A., Larionov V.V., Levin O.A., Novikov V.A., Pokrovsky V.V., Romanov A.N., Troschenko V.T., Filatov V.M. *Mekhanika malotsiklovogo razrusheniya* [Mechanics of Low-Cycle Fracture]. Moscow: Nauka Publ., 1986. 264 p.
10. Makhutov N.A. *Deformatsionnye kriterii razrusheniya i raschet elementov konstruksiy na prochnost'* [Deformation fracture criteria and strength calculation of structural components]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 272 p.