

КОМБИНИРОВАННАЯ СИСТЕМА СТИМУЛИРОВАНИЯ В ОДНОУРОВНЕВОЙ МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ ИГРЕ

© 2006 В. Д. Богатырев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается несколько видов системы стимулирующих воздействий в одноуровневой многоэлементной игре. В качестве стимулирующих воздействий предлагаются выплаты в явном виде, изменения параметров и комбинированный вариант.

Взаимодействие независимых юридических лиц в процессе хозяйственной деятельности в теории рассматривается как одноуровневая игра с сильно связанными элементами [1-3]. Однако механизмы управления одноуровневыми системами, предлагаемые в теории, на практике используются на объектах со слабо связанными элементами, когда полезность каждого не зависит от действий других, но при этом существует одно общее для всех ограничение. Такими ограничениями в системе с независимыми юридическими лицами могут быть: на всех поставщиков делится ограниченный объем заказа, на всех подрядчиков делится ограниченный объем работ проекта, на всех перевозчиков существует один причал с ограниченной пропускной способностью и т. д. Кроме того, на практике среди всех элементов системы, как правило, можно выделить одно лицо (далее будем называть его центром), которое не может управлять остальными, но в то же время оно является системообразующим, поскольку с ним взаимодействуют все элементы и с ним связано одно общее на всех ограничение.

В качестве практического примера таких систем можно рассматривать сборочное предприятие, являющееся заказчиком комплектующих узлов и деталей у целого ряда независимых поставщиков. Другим примером может быть логистический центр, занимающийся хранением, перевалкой и транспортировкой грузов, и его клиенты – независимые организации. Заказчик инвестиционного проекта и предприятия-подрядчики, завод-переработчик сырья и агенты-поставщи-

ки, работающие по схеме толлинга, – все это примеры взаимодействия в одноуровневой системе.

Таким образом, задача управления одноуровневой системой со слабо связанными элементами сводится к выбору центром плана, максимизирующего его доход, и к разработке механизма стимулирования, обеспечивающего выполнение плана всеми остальными элементами (рис. 1). Далее вводятся понятия и обозначения, необходимые для описания взаимодействия между центром и N элементами:

$x_n \in Y_n, y_n \in Y_n$ - плановые и фактические состояния n -го элемента и множества их допустимых значений;

$f_n(y_n) \in F_n$ - целевая функция n -го элемента и допустимая область ее значений;

$x = (x_1, \dots, x_n, \dots, x_N) \in Y = \prod_{n=1}^N Y_n$ - вектор плановых состояний элементов, устанавливаемых центром, и множество его допустимых значений;

$y = (y_1, \dots, y_n, \dots, y_N) \in Y$ - вектор фактических состояний элементов и множество его допустимых значений;

$f(y) = (f_1(y_1), \dots, f_N(y_N)) \in F = \prod_{n=1}^N F_n$ - вектор целевых функций элементов и допустимое множество его значений;

$P_n(f_n) = \text{Arg max}_{y_n \in Y_n} f_n(y_n)$ - множество локально-оптимальных состояний n -го элемента;

$P(f) = \prod_{n=1}^N P_n(f_n)$ - множество локально-оптимальных состояний системы;

$g_n(f_n) = \max_{y_n \in Y_n} f_n(y_n)$ - максимальное значение целевой функции для n -го элемента;

$\Delta g_n(x_n) = g_n(f_n) - f_n(x_n)$ - потери n -го элемента, связанные с реализацией им плана центра x_n ;

$\eta_n(x_n, y_n) \in \Theta_n$ - стимулирующее воздействие, получаемое n -ым активным элементом, и допустимое множество функций (рис. 1);

$\eta(x, y) = (\eta_1(x_1, y_1), \dots, \eta_n(x_n, y_n), \dots, \eta_N(x_N, y_N)) \in \Theta$ - вектор стимулирующих воздействий и множество его видов;

$\Delta f_n(x_n, \eta_n, y_n)$ - изменение целевой функции n -го элемента, вызванное стимулирующим воздействием;

$f_n(y_n, x_n, \eta_n) = f_n(y_n) + \Delta f_n(x_n, \eta_n, y_n)$ - целевая функция n -го элемента с учетом его поощрения при реализации плана x_n ;

$\Phi(x) \in \Xi$ - целевая функция центра и множество ее возможных значений Ξ ;

$\Psi(\Phi) = \max_{x \in Y} \Phi(x)$ - максимальное значение целевой функции центра;

$X(\Phi) = \text{Arg} \Psi(\Phi)$ - множество оптимальных планов системы в целом;

$\Psi(f) = \max_{y \in P(f)} \Phi(y)$ - значение целевой функции центра на множестве локально-оптимальных состояний элементов;

$\Delta \Psi(x) = \Phi(x) - \Psi(f)$ - дополнительный эффект, получаемый центром от согласованного взаимодействия;

$\Phi(x, y, \eta) = \Phi(x) - \Delta \Phi(x, \eta, y)$ - целевая функция центра с учетом стимулирования элементов;

$\Delta \Phi(x, \eta, y)$ - изменение целевой функции центра, вызванное стимулированием элементов;

$Q(x, \eta) \in G$ - механизм взаимодействия в системе, определяемый плановым заданием и стимулирующими воздействиями, и его допустимое множество.

С учетом введенных обозначений механизмы взаимодействия и условия, обеспечивающие реализацию элементами плана $x^0 \in X(\Phi) \subseteq Y$, будут следующие:

$$G(x^0, f) = \left\{ Q(x^0, \eta) \in G \left| \begin{array}{l} \eta(x^0, y) \in \\ \Theta(x^0, f) \subseteq \Theta \end{array} \right. \right\}, \quad (1)$$

где $\Theta(x^0, f) = \prod_{n=1}^N \Theta_n(x_n^0, f_n)$ - множество стимулирующих воздействий в системе, причем

$$\Theta_n(x_n^0, f_n) = \left\{ \eta_n(x_n^0, y_n) \in \Theta_n \left| \begin{array}{l} \forall y_n \in Y_n \\ \Delta f_n(x_n^0, \eta_n, y_n) \geq \\ \geq \Delta g_n(x_n^0) \end{array} \right. \right\} -$$

множество стимулирующих воздействий, обеспечивающее максимум целевой функции n -го элемента.

Множество стимулирующих воздействий $\Theta_n(x_n^0, f_n)$ и множество механизмов взаимодействия $G(x^0, f)$ учитывают только интересы активных элементов. Выполнение условий (1) позволяет получить элементам величины $\Delta f_n(x_n, \eta_n, y_n)$, ($n = \overline{1, N}$) дополнительного эффекта, которые превышают их потери при выполнении плана.

Для согласованного взаимодействия в системе необходимо, чтобы величина общего эффекта была не меньше изменения целевой функции центра, вызванного стимулированием элементов при реализации оптимального плана, то есть должно выполняться неравенство $\Delta \Psi(x^0) \geq \Delta \Phi(x^0, \eta, y)$.

Таким образом, для того, чтобы дополнительный эффект от согласованного взаимодействия покрывал потери на стимулирование элементов, центр должен выбирать механизмы взаимодействия из следующего множества:

$$G(x^0, f, \Phi) = \left\{ Q(x^0, \eta) \in G \left| \begin{array}{l} \eta(x^0, y) \in \\ \Theta(x^0, f, \Phi) \subseteq \\ \subseteq \Theta \end{array} \right. \right\},$$

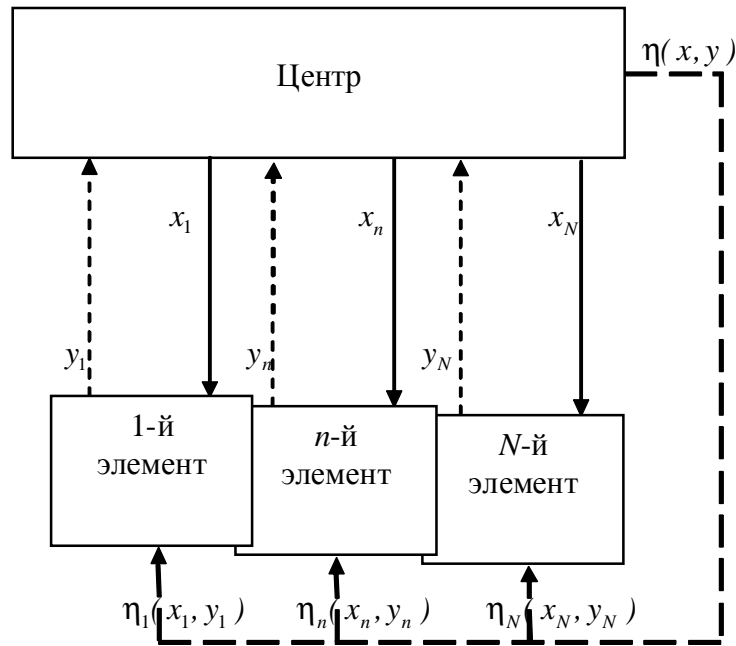


Рис. 1. Взаимодействие в системе при использовании стимулирующих воздействий

где $\Theta(x^0, f, \Phi)$ - такие стимулирующие воздействия, при которых

$$\Theta(x^0, f, \Phi) = \left\{ \eta(x^0, y) \in \Theta \left| \begin{array}{l} \forall y \in Y \\ \Delta\Psi(x^0) \geq \\ \geq \Delta\Phi(x^0, \eta, y) \end{array} \right. \right\}.$$

Множество механизмов взаимодействия, таким образом, должно выбираться как с точки зрения целевой функции центра, так и с точки зрения целевых функций элементов. Для этого необходимо, чтобы пересекались множества стимулирующих воздействий, согласованных по оптимальному плану с позиции целевых функций элементов $\Theta(x^0, f)$ и центра $\Theta(x^0, f, \Phi)$, то есть $\Theta(x^0, f) \cap \Theta(x^0, f, \Phi) \neq \emptyset$, а также пересекались множества механизмов взаимодействия, согласованных по оптимальному плану с позиции целевых функций элементов $G(x^0, f)$ и центра $G(x^0, f, \Phi)$, то есть $G(x^0, f) \cap G(x^0, f, \Phi) \neq \emptyset$.

Условие существования механизмов взаимодействия, учитывающих экономические интересы активных элементов и центра, имеет вид:

$$Q(x^0, h) \in G \cap G(x^0, f) \cap G(x^0, f, \Phi) \neq \emptyset.$$

Механизм взаимодействия в системе $Q(x^0, h)$ является согласованным по оптимальному плану, если выполняются следующие условия:

$$\exists \eta(x^0, y) \in \Theta, x^0 \in X(\Phi) \subseteq Y$$

такие, что $\forall y \in Y$:

$$\Delta f_n(x_n^0, \eta_n, y_n) \geq \Delta g_n(x_n^0), (n = \overline{1, N}) \wedge \Delta\Psi(x^0) \geq \Delta\Phi(x^0, \eta, y).$$

Из полученных условий следует, что решение задачи выбора согласованного по плановому заданию механизма взаимодействия в системе при известной информации о производственных возможностях элементов, их целевых функций и целевой функции центра сводится к определению для каждого элемента ограниченной области стимулирующих воздействий, обеспечивающей сбалансированность интересов элементов и центра. Отсутствие такой области означает неэффективность реализации оптимального плана для системы в целом, то есть отсутствие интереса у активных элементов и центра.

В качестве стимулирующих воздействий могут выступать денежные суммы, выплачиваемые в явном виде. Стимулирование можно реализовать косвенно, путем из-

менения различных параметров моделей функционирования элементов, например: либо путем перераспределения объемов заказа на поставку продукции между элементами, либо путем изменения сроков оплаты работ или изменения размера аванса.

В первом случае стимулирующие воздействия будут представлять собой вектор

$$\eta(x, y) = u(x, y) = (u_1(x_1, y_1), \dots, u_N(x_N, y_N)),$$

где $\Delta f_n(x_n, \eta_n, y_n) = u_n(x_n, y_n)$ - сумма премии, которая зависит от плана n -го элемента x_n и фактически выбранного действия y_n , причем

$$u_n(x_n, y_n) = \begin{cases} u_n, & y_n = x_n \\ 0, & y_n \neq x_n \end{cases},$$

то есть элемент получает премию $u_n > 0$, если выполняет план, и не получает, если не выполняет его.

Во втором случае стимулирующие воздействия будут представлять собой вектор изменений параметров:

$$\eta(x, y) = \Delta r(x, y) = (\Delta r_1(x_1, y_1), \dots, \Delta r_N(x_N, y_N)),$$

где $\Delta r_n(x_n, y_n)$ - величина изменения параметра, которая также зависит от плана n -го элемента x_n и фактически выбранного им действия y_n , причем

$$\Delta r_n(x_n, y_n) = \begin{cases} \Delta r_n, & y_n = x_n \\ 0, & y_n \neq x_n \end{cases},$$

то есть для n -го элемента центр изменяет параметр r_n на величину Δr_n , которая вызывает изменение целевой функции на $\Delta f_n(x_n, \Delta r_n, y_n) > 0$ только в том случае, если элемент выполняет план.

Кроме того, предлагается комбинированный вариант, при котором стимулирующие воздействия представляют собой следующий объект:

$$\eta(x, y) = (u(x, y), \Delta r(x, y)). \quad (2)$$

Если при выборе плана центр также выбирает вектор параметров r , обеспечивающий максимум его целевой функции, то тогда наиболее эффективным является первый способ стимулирования, когда центр выплачивает элементам премии в явном виде. Однако на практике не всегда имеется возможность выплачивать денежные средства за выполнение плана. Тогда единственным выходом может стать второй вариант, когда центр изменяет параметры системы. В этом случае потери центра будут больше, чем в случае явных выплат. Комбинированный вариант рекомендуется использовать следующим образом: в заданной области сначала выбираются суммы премий, а затем при достижении границы, когда путем явного стимулирования невозможно заинтересовать элементы в выполнении плана, выбираются изменения параметров.

Таким образом, предложено в качестве стимулирующих воздействий использовать не только выплаты в явном виде, но и изменения ряда существенных параметров системы, а также впервые предложено в качестве стимулирующих воздействий использовать систему (2) – комбинированный вариант, что позволяет расширить возможности управления одноуровневой системой.

Список литературы

1. Губко М. В., Новиков Д. А. Теория игр в управлении организационными системами. - М.: Синтег, 2002.
2. Гермейер Ю. Б. Игры с противоположными интересами. - М.: Наука, 1976.
3. Новиков Д. А. Стимулирование в организационных системах. - М.: Синтег, 2003.

**COMBINED STIMULATION SYSTEM IN A SINGLE-LEVER
MULTIELEMENT GAME**

© 2006 V. D. Bogatyryov

Samara State Aerospace University

The paper describes several kinds of stimulant systems in a single-level multielement game. Payments of a manifest kind, changes of parameters and a combined variant are proposed as stimulants.