УДК 534

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ И ОГРАНИЧЕНИЕ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ВИБРОНАГРУЖЕННОСТЬЮ

© 2006 М. А. Карунин

Московский государственный технический университет «МАМИ»

В статье описывается пространственная модель колебаний машины, учитывающая колебания как в продольной, так и в поперечной плоскостях. В результате решения системы уравнений определяются перемещения, скорость и ускорения подрессоренной массы машины. Допустимая средняя скорость ограничивается по условиям вибронагруженности.

Движение по неровной опорной поверхности вызывает колебания подрессоренной и неподрессоренной частей машины, что приводит к ухудшению плавности хода. В общем случае подрессоренная часть при колебаниях может перемещаться вдоль трех координатных осей или вращаться вокруг них, т. е. имеет шесть степеней свободы.

Неподрессоренные части (колеса, опорные катки) перемещаются в основном в вертикальном направлении, а другие их перемещения незначительны.

Наиболее существенными и определяющими плавность хода являются вертикальные, продольные, продольно-угловые, поперечные и поперечно-угловые колебания подрессоренной массы, в результате которых возникают вертикальные ($\ddot{z}$), продольные ($\ddot{x}$) и поперечные ($\ddot{y}$) ускорения.

Расчетные схемы колебаний колесной и гусеничной машины показаны на рис. 1 и 2 [1].

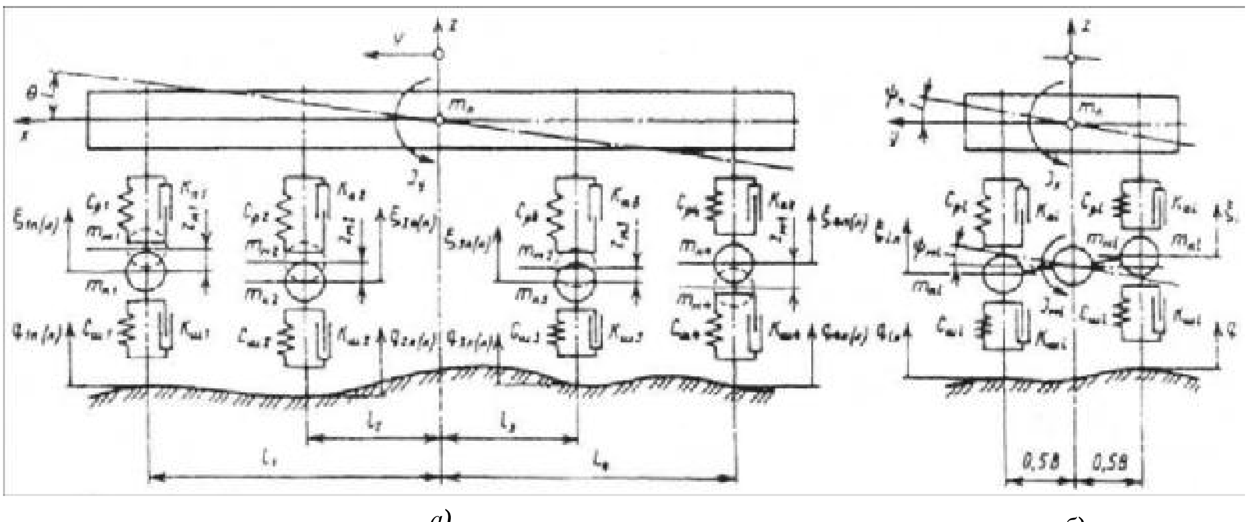
Параметры колебаний колесной машины определяются деформациями упругих элементов подвесок колес правой $\Delta p_п$ и левой $\Delta p_л$ сторон

$$\Delta p_{п(л)i} = x_{п(л)i} - z - Ql_i - \frac{yB}{2}$$

и деформациями шин $\Delta_{шпi}$ и $\Delta_{шлi}$

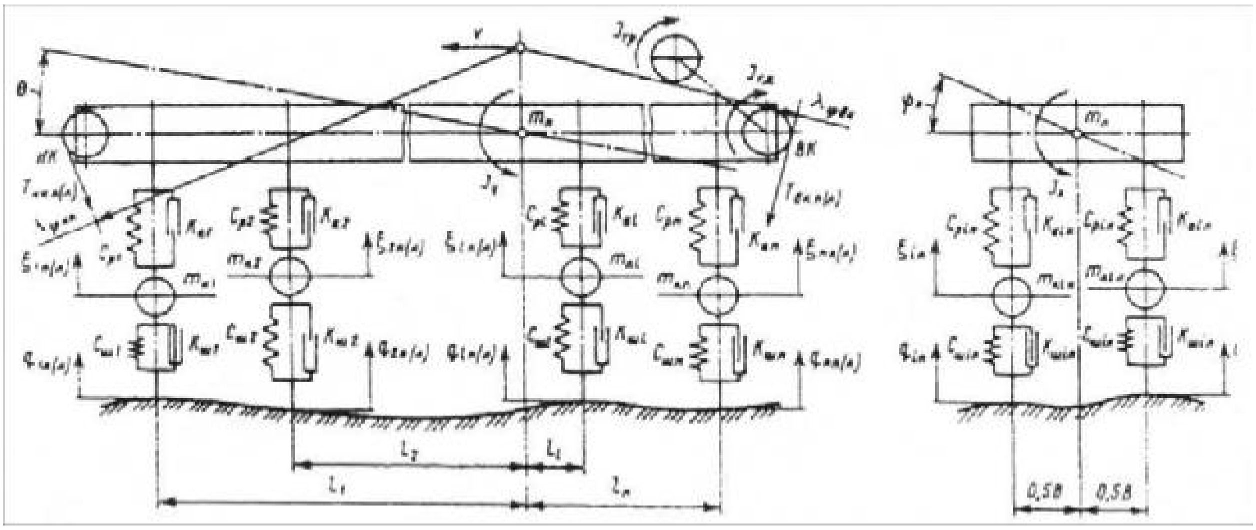
$$\Delta_{шп(л)i} = q_{п(л)i} - x_{п(л)i},$$

а также скоростью этих деформаций.



а) *б)*

Рис. 1. Колебательная система колесной машины
а - в продольной плоскости;
б - в поперечной плоскости



а) б)

Рис. 2. Колебательная система гусеничной машины
а - в продольной плоскости;
б - в поперечной плоскости

При этом между перемещениями колес левой и правой стороны при зависимой подвеске колес существует связь

$$z_м = \frac{q_{пi} - x_{пi} + q_{лi} - x_{лi}}{2} = x_{п(л)i} \pm y_п \frac{B}{2}.$$

В результате деформаций возникают силы между подрессоренной массой и колесами

$$p_{pi} = c_{p_i}(x_i - z - Ql_i - \frac{y_п B}{2};$$

$$p_{ai} = k_{a_i}(\dot{x}_i - \dot{z} - \dot{Q}l_i - \frac{\dot{y}_п B}{2};$$

между колесами и опорной поверхностью

$$p_{ш_i} = c_{ш_i}(q_i - x_i);$$

$$p_{ша_i} = k_{ш_i}(\dot{q}_i - \dot{x}_i).$$

Здесь c_{p_i} - приведенная к колесу жесткость упругого элемента подвески; $c_{ш_i}$ - жесткость шины; k_{a_i} - приведенный к колесу коэффициент сопротивления амортизатора; $k_{ш_i}$ - коэффициент демпфирования шины.

Для расчетной схемы, представленной на рис. 1, и принятых в качестве обобщенных координат Z, Q, $y_{п(м)}$ и x_i значения соответствующих функций, подставляемых в уравнение Лагранжа второго рода, будут иметь следующий вид:
кинетическая энергия

$$T = \frac{1}{2}\left(m_п \dot{z}^2 + J_y \dot{Q}^2 + J_x \dot{y}_п^2 + J_м \dot{y}_м^2 + \sum_{i=1}^{2n} m_{k_i} x_i^2 + \sum_{i=1}^{n} m_{м} \dot{z}_{м_i}^2 \right), \tag{1}$$

потенциальная энергия

$$П = \sum_{i=1}^{n} c_{p_i}(x_i - z - Ql_i - \frac{y_п B^2}{2}) + \\ + \sum_{i=1}^{n} c_{ш_i}(q_i - x_i)^2 + m_п gz + \sum_{i=1}^{n} 2m_{k_i} + m_{м_i})z_{м_i} g, \tag{2}$$

$$i_{п(л)} = \overline{1,n};$$

функция рассеивания

$$Ф = \sum_{i=1}^{n}\left[k_{a_i}\left(\dot{x}_i - \dot{z} - \dot{Q}l_i - \frac{\dot{y}_п B}{2} \right)^2 + \sum_{i=1}^{n} k_{ш_i}\left(\dot{q}_i - \dot{x}_i\right)^2 \right], \tag{3}$$

$$i_{п(л)} = \overline{1,n}.$$

Обобщенные силы при выбранных обобщенных координатах вследствие динамического равновесия подсистем будут равны нулю.

Подстановка выражений в уравнение Лагранжа позволяет получить систему дифференциальных уравнений:

$$
\begin{aligned}
&m_n \ddot{z} + \sum_{i=1}^{n} k_{a_i}\left(2\dot{z} + 2\dot{q}l_i - \dot{x}_{n_i} - \dot{x}_{л_i}\right) + \\
&\sum_{i=1}^{n} c_{p_i}\left(2z + 2ql_i - x_{n_i} - x_{л_i}\right) + m_n g = 0;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&J_y \ddot{q} + \sum_{i=1}^{n} k_{a_i}\left(2\dot{z} + 2\dot{q}l_i - \dot{x}_{n_i} - \dot{x}_{л_i}\right)l_i + \\
&\sum_{i=1}^{n} c_{p_i}\left(2z + 2ql_i - x_{n_i} - x_{л_i}\right)l_i = 0;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&J_x \ddot{y}_n + \frac{B}{2}\sum_{i=1}^{n} k_{a_i}\left(2B\dot{y}_n + \dot{x}_{n_i} + \dot{x}_{л_i}\right) + \\
&\sum_{i=1}^{n} c_{p_i}\left(2By_n + x_{n_i} + x_{л_i}\right) = 0;
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(m_{м_i} + m_{к_i}\right)\frac{\ddot{x}_{n_i} + \ddot{x}_{л_i}}{2} + k_{ш_i}\left(\dot{q}_{n_i} + \dot{q}_{л_i} - \dot{x}_{n_i} - \dot{x}_{л_i}\right) + \\
&+ k_{a_i}\left(2\dot{z} + 2\dot{q}l_i - \dot{x}_{n_i} - \dot{x}_{л_i}\right) + c_{ш_i}\left(q_{n_i} + q_{л_i} - x_{n_i} - x_{л_i}\right) + \\
&+ c_{p_i}\left(2z + 2ql_i - x_{n_i} - x_{л_i}\right) + \left(m_{м_i} + m_{к_i}\right)g = 0;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&J_{м_i}\frac{\ddot{x}_{n_i} + \ddot{x}_{л_i}}{2} + \frac{B}{2}[\, c_{ш_i}\left(q_{n_i} + q_{л_i} - x_{n_i} - x_{л_i}\right) + \\
&+ k_{ш_i}\left(\dot{q}_{n_i} + \dot{q}_{л_i} - \dot{x}_{n_i} - \dot{x}_{л_i}\right) - c_{p_i}\left(y_n B + x_{n_i} + x_{л_i}\right) - \\
&- k_{a_i}\left(\dot{y}_n B + \dot{x}_{n_i} + \dot{x}_{л_i}\right)] = 0, \\
&i = \overline{1,n},
\end{aligned}
$$

которая совместно с уравнениями связи и составляет пространственную математическую модель колебаний многоцелевой колесной машины.

Анализ этой пространственной модели представляет значительные трудности, особенно если учесть, что коэффициенты жесткости и демпфирования нелинейные, а q_i - случайная функция. Поэтому на практике часто используют плоские модели с рядом допущений, что обеспечивает получение результатов, достаточно близких к действительным. Так, для трехосной колесной машины с балансирной задней тележкой (наиболее распространенная схема) математическая модель колебаний в продольной плоскости имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&m_n \ddot{z} + 2k_{a_i}\left(\dot{z} - \dot{q}l_1 - \dot{x}_1\right) + 2c_{p_i}\left(z - ql_i - x_1\right) + \\
&+ 2k_{a_2}\left(\dot{z} - \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_3}{2} - \frac{l_2 + l_3}{2}\dot{q}\right) + \\
&+ 2c_{p_2}\left(z - \frac{x_2 + x_3}{2} - q\,\frac{l_2 + l_3}{2}\right) = 0;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&J_y \ddot{q} + 2k_{a_1}l_1\left(\dot{z} + \frac{l_2 + l_3}{2}\dot{q} - \dot{x}_1\right) + \\
&+ 2c_{p_1}l_1\left(z - q\,\frac{l_2 + l_3}{2} - x_1\right) + \\
&+ 2k_{a_2}\frac{l_2 + l_3}{2}\left(\dot{z} - \frac{l_2 + l_3}{2}\dot{q} - \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_3}{2}\right) + \\
&+ 2c_{p_2}\frac{l_2 + l_3}{2}\left(z - q\,\frac{l_2 + l_3}{2} - \frac{x_2 + x_3}{2}\right) = 0;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&m_{k_1}\ddot{x}_1 - 2k_{a_1}\left(\dot{z} - \dot{q}l_1 - \dot{x}_1\right) - \\
&- 2c_{p_i}\left(z - ql_i - x_1\right) + 2c_{ш_i}\left(x_1 - q_1\right) = 0;
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(m_2 + m_3\right)\frac{\ddot{x}_2 + \ddot{x}_3}{2} - 2\left(k_{a_2} + k_{a_3}\right)\times \\
&\times\left(\dot{z} - \frac{l_2 + l_3}{2}\dot{q} - \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_3}{2}\right) - \\
&- c_{ш_{2(3)}}\left(x_2 + x_3 - q_2 - q_3\right) + \\
&+ 2c_{p_{2(3)}}\left(z - \frac{l_2 + l_3}{2}q - \frac{x_2 + x_3}{2}\right) = 0;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&J_{б_i}\ddot{q}_б + m_{k_2}\ddot{x}_2\frac{l_3 - l_2}{2} + m_{k_3}\ddot{x}_3\frac{l_3 - l_2}{2} + \\
&+ c_{ш_{2(3)}}\left(x_2 - q_2\right)\frac{l_3 - l_2}{2} + \\
&+ c_{ш_{2(3)}}\left(x_3 - q_3\right)\frac{l_3 - l_2}{2} = 0,
\end{aligned}
$$

где $J_б$, $q_б$ - момент инерции и угол поворота балансирной подвески; m_{k_i} - масса моста с колесами.

Решение систем уравнений (4) и (5) позволяет найти перемещения, скорости и ускорения подрессоренной массы по координатам x, y и z. При этом продольные и поперечные перемещения, скорости и ускорения, как это следует из приведенных уравнений, зависят от величины угловых перемещений $q_б$ и $y_п$.

С достаточным приближением колебания передней и задней частей колесной машины можно считать несвязанными, т.е. полагать, что $J_y / m_п = l$.

В этом случае колебательная система сводится к одноопорной, двухмассовой схеме, для которой свободная частота подрессоренной массы равна

$$w_п = \sqrt{\frac{g}{h_{ст}}} ,$$

а свободная частота неподрессоренной массы равна

$$w_{нп} = \sqrt{\frac{gk_{нп}}{h_{ст}}} ,$$

где $h_{ст}$ - статический ход подвески; $k_{нп} \approx 0{,}1 \ldots 0{,}2$.

Частотные характеристики $w_п$ и $w_{нп}$ существенно влияют на показатели плавности хода, и поэтому при конструировании стремятся обеспечить их оптимальные значения ($w_п$ = 0,8 … 1,5 Гц; $w_{нп}$ = 7 … 12 Гц).

Список литературы

1. Энциклопедия «Машиностроение». Ред. совет К. В. Фролов и др., т. IV-15 / Под общей редакцией В. Ф. Платонова. - М.: «Колесные и гусеничные машины», 1997.

SPATIAL FLUCTUATIONS MODEL AND AVERAGE SPEED LIMIT IN DEPENDANCE OF THE VIBRATION INTENSITY CONDITIONS

© 2006 M. A. Karunin

Moscow State Technical University «MAMI»

The article contains description of a spatial model of machine fluctuations considering the fluctuations both in longitudinal and diametrical planes. As a result of an equations set displacement, speed and accelerations of the spring weight of the machine are defined. Acceptable average speed is limited by the vibration intensity conditions.