

В процессе вращения зубчатого колеса соединенного с валом штифтами при изменении углового положения штифтов жесткостные параметры упругой системы могут меняться и это может служить причиной как вынужденного параметрического возбуждения так и параметрической неустойчивости и резонансов упругой системы в которую входят такие соединения. В данной работе и исследуются условия и причины таких колебаний. Вывод такой, что только одноштифтовое соединение может вызывать динамическую неустойчивость упругих систем в том числе и с зубчатыми колесами.

**Целью** настоящего исследования является: разработать методику, алгоритм и программы расчета статики и динамики штифтовых соединений и исследовать ее на примере упругих систем с зубчатыми колесами. С точки зрения статики при вращении упругой системы с штифтовым соединением (рис.1) упругая система представляется, во-

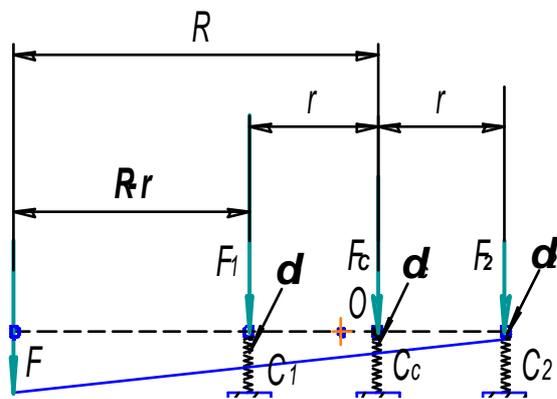


Рис.1. Упругая модель зубчатого колеса с двумя штифтами

первых, как статически неопределимая, распределение усилий между штифтами и ступицей (а ее необходимо принимать податливой наравне с штифтами) зависит от соотношений жесткостей штифтов и ступицы и их относительного положения при вращении, а во-вторых, как система с переменной жесткостью, так как при вращении меняется как бы конструкция упругой системы опять же за счет вращения штифтового соединения и изменения относительного расположения их в упругой модели. При исследовании динамики упругой системы зубчатой пары с разным количеством штифтов были сделаны следующие допущения (рис 2): 1. контакт зубьев зубчатых колес заменялся постоянной по величине жесткостью (не учитывалось влияние пересопряжения зубьев); 2. ведущее зубчатое колесо вращается равномерно независимо от характера поведения ведомого колеса, чтобы опять же

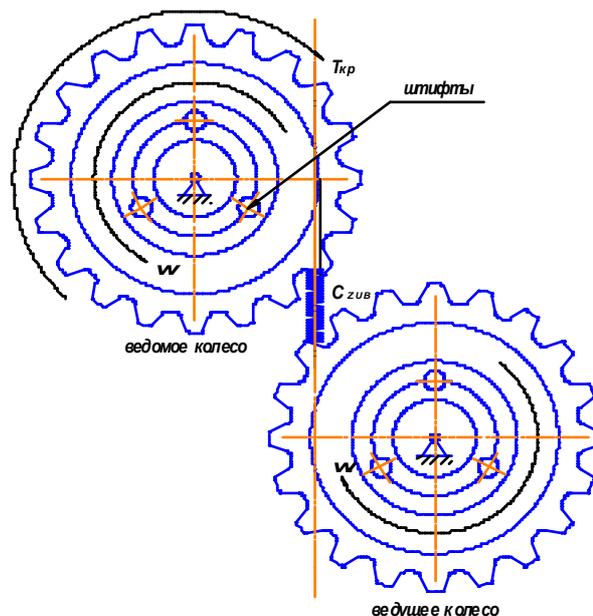


Рис.2. Упругая модель зубчатой передачи с штифтовыми соединениями

учесть влияние на динамику только штифтовых соединений; 3. модель упругого взаимодействия ступицы зубчатого колеса и штифтов принималась линейной и показана на рис 3 и 4. Согласно рис. 4 при смещении ведомого зубчатого колеса относительно посадочного места на валу на величину  $X_0$  и  $Y_0$  а также поворота его на угол  $\varphi$  величины контактных деформаций в сопряжении штифта, зубчатого колеса и вала будут

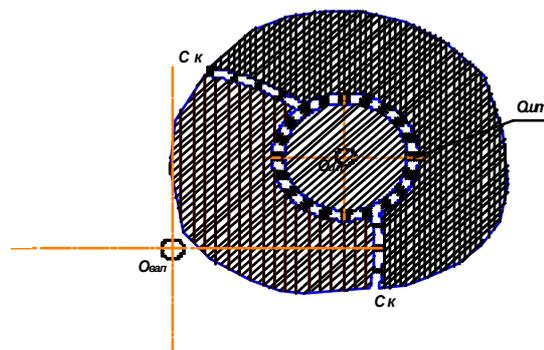


Рис. 3. модель упругого контакта штифта, вала и ступицы

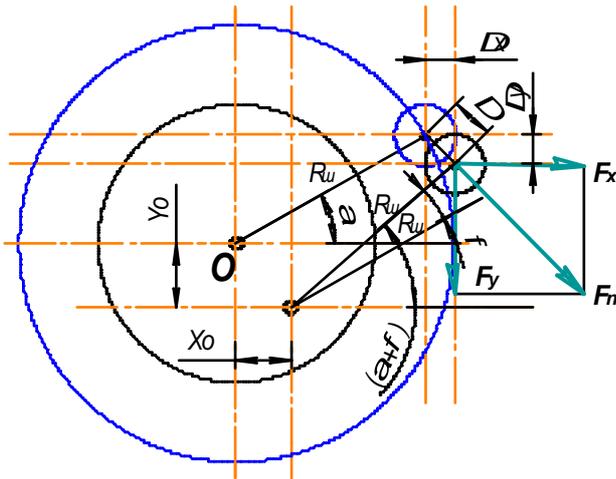


Рис.4. Геометрические и силовые параметры штифтового соединения

$$\Delta x = X_0 - r \cdot \sin(\alpha + \varphi);$$

$$\Delta y = Y_0 - r \cdot \cos(\alpha + \varphi).$$

Соответственно при линейной постановке задачи усилия от штифтов на зубчатое колесо будут

$$F_{xш} = C_{ш} \cdot \Delta x;$$

$$F_{yш} = C_{ш} \cdot \Delta y.$$

Крутящий момент на ведомое зубчатое колесо от усилий в штифтах

$$M_z = F_{xш} \cdot r \cdot \sin(\alpha + \varphi) + F_{yш} \cdot r \cdot \cos(\alpha + \varphi).$$

Усилия на зубчатое колесо со стороны вала

$$F_{x_0} = C_0 \cdot X_0;$$

$$F_{y_0} = C_0 \cdot Y_0.$$

Момент трения в сопряжении зубчатого колеса с валом

$$M_f = \frac{4}{\pi} \cdot \sqrt{F_{x_0}^2 + F_{y_0}^2} \cdot f,$$

где  $C_{ш}$  и  $C_0$  – соответственно жесткости в контактах штифта и вала;  $f$  – коэффициент трения в контакте ступицы зубчатого колеса и вала;  $\alpha$  – угловое положение штифта относительно зацепления зубьев зубчатых колес;  $r$  – радиус расположения штифтов. Дифференциальные уравнения плоского движения ведомого зубчатого колеса и массы вала под его ступицей

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = -F_{x_0} + \sum F_{xш} - \lambda \cdot \frac{dx}{dt};$$

$$m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = -F_z + F_{y_0} + \sum F_{yш} - \lambda \cdot \frac{dy}{dt};$$

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = F_z \cdot R + \sum M_z - M_f - \lambda \cdot \left( \frac{d\varphi}{dt} - \omega \right);$$

$$J_M \cdot \frac{d^2 \varphi_M}{dt^2} = M_{кр} - F_z \cdot R - \lambda \cdot \left( \frac{d\varphi_M}{dt} - \omega \right),$$

где  $m$ ,  $J$  – масса и массовый момент инерции ведомого зубчатого колеса;  $J_M$  – массовый момент инерции вала под ступицей ведомого зубчатого колеса;  $\lambda$  – коэффициент демпфирования колебаний.

Контактные жесткости штифта и ступицы ведомого зубчатого колеса определялись по зависимостям соответственно

$$C_{ш} = 1.79 \cdot E \cdot l_{ш}; \quad C_0 = 1.79 \cdot E \cdot l_0,$$

где  $E$  – модуль упругости материала деталей;  $l_{ш}$  и  $l_0$  – соответственно длины штифта и ступицы ведомого зубчатого колеса.

Была составлена так же система линеаризированных дифференциальных уравнений для определения собственных частот упругих систем и выяснения как условий резонанса, так и возможности возникновения параметрической неустойчивости и параметрических резонансов.

Для примера ниже приведены результаты исследований динамики упругой системы пары зубчатых колес с штифтами при следующих исходных параметрах: радиусы основных окружностей зубчатых колес 100 мм; внутренний радиус ступицы ведомого зубчатого колеса 50 мм; ширина ведомого зубчатого колеса и его ступицы 40 мм; длина штифта 20 мм; диаметр штифта 6 мм; контактные жесткости: ступица-вал  $15 \cdot 10^6$  кг/см; штифт-ступица-вал – 7518000 кг/см; зубьев зубчатых колес 640000 кг/см; Статическое нормальное усилие в зацеплении зубьев зубчатых колес от действия крутящих моментов – 6000 кг.

На рис. 5 приведены графики изменения усилий и крутящего момента в статике на ведомое зубчатое колесо при одноштифтовом соединении его с валом при заданных смещениях колеса относительно вала –  $X_0 = Y_0 = 0.0001$  см. Эти данные получены из программы динамики упругой системы из подпрограммы определения усилий при заданных смещениях зубчатого колеса. Видно, что при смещении зубчатого колеса при одноштифтовом соединении возбуждается только крутящий момент и никаких радиальных усилий не возникает.

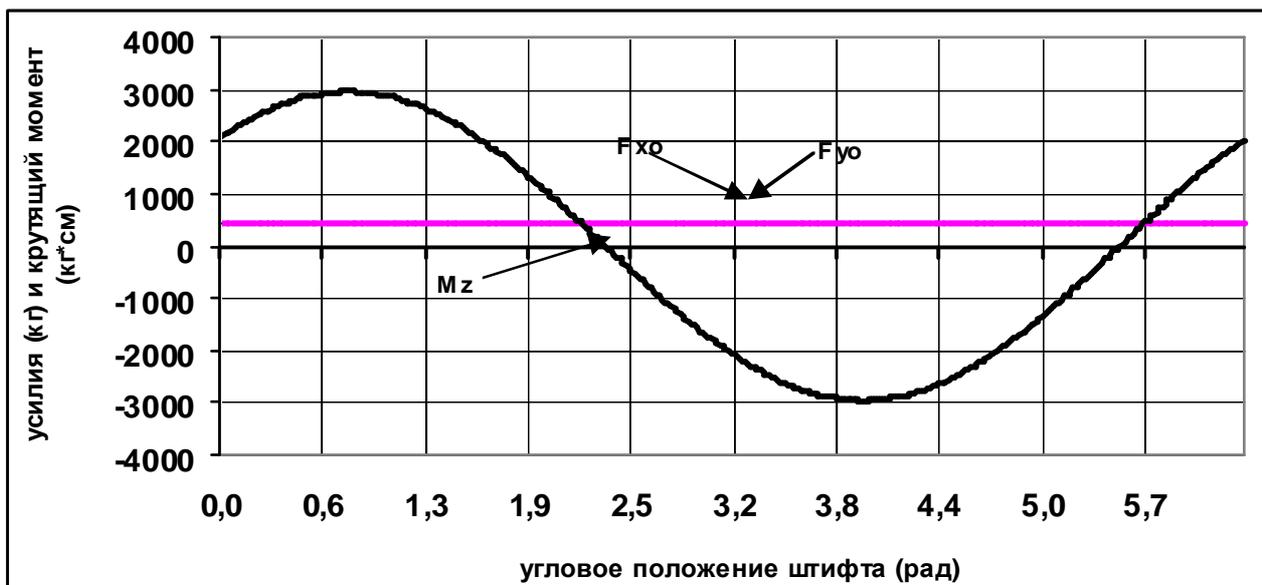


Рис. 5. Усилия и крутящий момент на зубчатое колесо при одноштифтовом соединении его с валом при заданных смещениях колеса относительно вала  $-XO=YO=0.0001$  см.

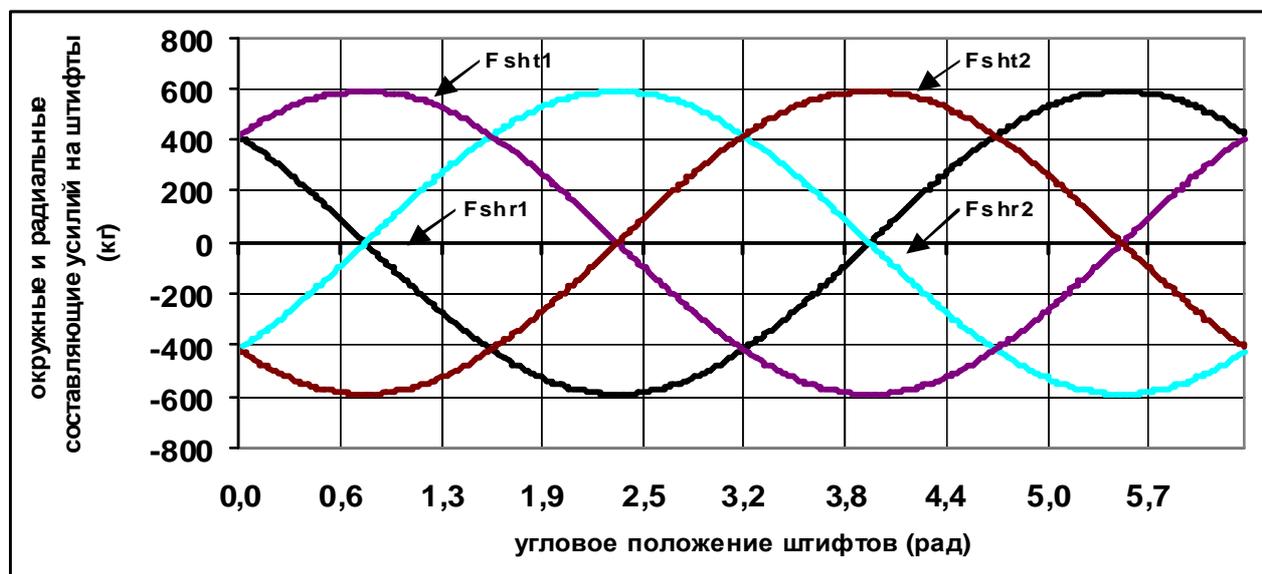


Рис. 6. Окружные и радиальные составляющие усилий на штифты при двух штифтовом соединении его с валом при заданных смещениях колеса относительно вала  $-XO=YO=0.0001$  см.  $Fshr1$  – радиальная составляющая усилия на штифт 1,  $Fshr2$  – радиальная составляющая усилия на штифт 2,  $Fsh1$  – окружная составляющая усилия на штифт 1,  $Fsh2$  – окружная составляющая усилия на штифт 2.

Аналогичные исследования показали, что только одноштифтовое соединение возбуждает упругую систему. Другое любое количество штифтов в соединении при точном их изготовлении и размещении по радиусам и в окружном направлении не возбуждают упругие системы. Но сразу же необходимо отметить, что в динамике переменный крутящий момент будет передаваться на зубья зубчатых колес и от них, естественно, усилия будут передаваться на валы.

На рис. 6 показан случай двухштифтового варианта упругой системы. Видно, что в

этом случае ни крутящий момент, ни усилия на зубчатое колесо и на вал колебаний не возбуждают. На сами же штифты при любом их количестве в соединении действуют радиальные усилия, гармонически изменяющиеся по первой гармонике, что может приводить к наклепу и к усталостным поломкам деталей соединения. Это и имело место при доводке турбовинтового двигателя НК-12. в месте соединения сателлитной шестерни с шестерней-валом тремя цилиндрическими штифтами.

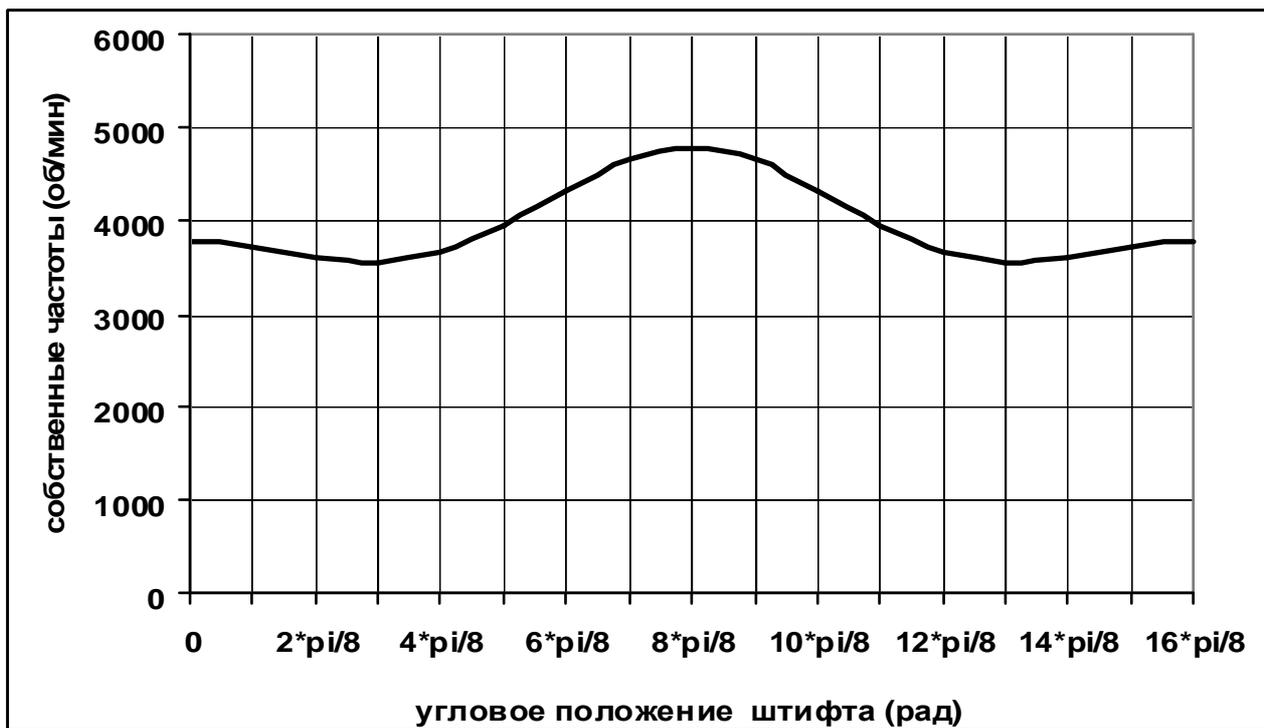


Рис.7. Собственные частоты колебаний по первой крутильной форме в зависимости от углового положения штифта относительно полюса зацепления при вращении ведомого зубчатого колеса

На рис. 7 приведены значения собственных частот колебаний упругой системы по первой (крутильной) форме в зависимости от углового положения штифта относительно полюса зацепления при вращении колес. Видно, что собственные частоты крутильных колебаний в зависимости от углового положения штифта изменяются в широком диапазоне от 3550 до 4850 1/мин. А это значит, что при частоте вращения более

чем в два раза указанного диапазона возможна параметрическая неустойчивость упругой системы (параметрический резонанс). Кроме того, собственные частоты линейных колебаний ведомого зубчатого колеса вдоль осей ОХ и ОУ как раз находятся в районе 10000 ... 11000 1/мин.

На графиках рисунков 8, 9 и 10 это хорошо видно. На рис. 8 показано изменение усилия в зубьях зубчатых колес при одном



Рис. 8. Усилия в зубьях зубчатых колес при одном штифте в соединении в начале движения. Частота вращения ведущего зубчатого колеса 14250 об/мин. Коэффициент демпфирования в упругой системе  $\lambda=4000$  кг\*сек/см

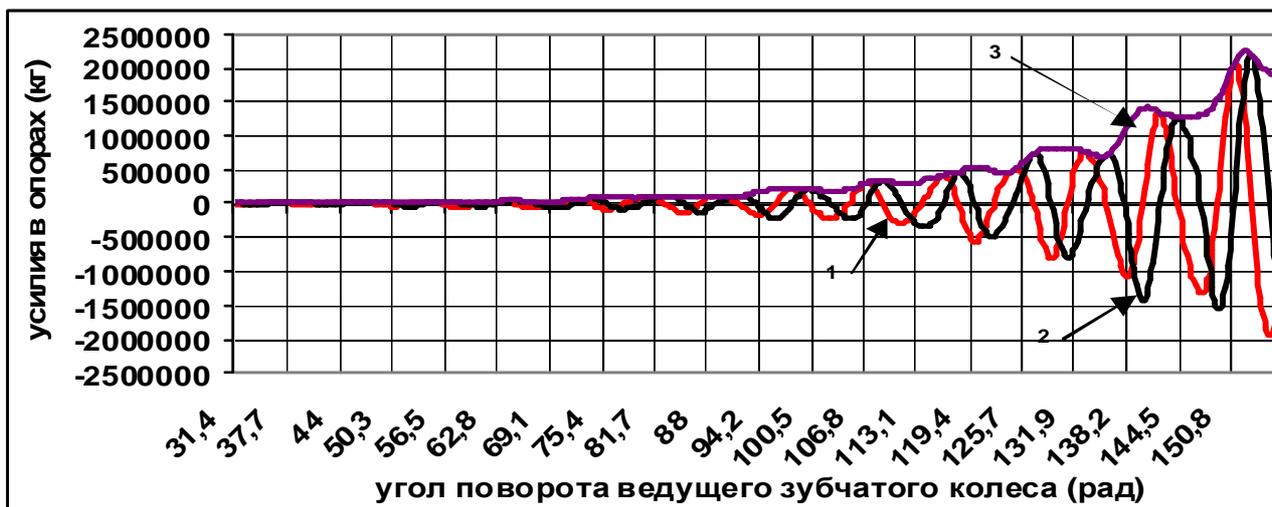


Рис.9. Усилия в опорах ведомого зубчатого колеса при одном штифте в соединении в начале движения. Частота вращения ведущего зубчатого колеса 14250 1/мин:  
 1- вдоль оси OX (перпендикулярно линии зацепления зубчатых колес);  
 2- вдоль оси OY (вдоль линии зацепления зубчатых колес);  
 3- суммарное усилие на вал зубчатого колеса.



Рис.10. Усилия в зубьях зубчатых колес и в опорах ведомого зубчатого колеса при одном штифте в соединении в процессе установившегося движения. Частота вращения ведущего зубчатого колеса 14250 1/мин; зацепление зубьев беззазорное, коэффициент демпфирования в упругой системе  $\lambda=4000$  кг\*сек/см  
 1- усилия в зубьях зубчатых колес;  
 2- усилия в опорах ведомого зубчатого колеса вдоль линии зацепления колес.

штифте в соединении. Частота вращения ведущего зубчатого колеса 14250 1/мин. Коэффициент демпфирования в упругой системе очень большой:  $\lambda=4000$  кг\*сек/см.

Зубчатые колеса выполнены беззазорными, поэтому в зацеплениях зубьев усилия могут быть и отрицательными. Как показывают расчеты, наличие зазоров в зацеплении практически не изменяет поведение упругой системы и наличие параметрической неустойчивости ее.

Частоты колебаний не совпадают с частотой вращения зубчатых колес, то есть упругая система колеблется с собственными частотами. На рис.10 показаны установившиеся колебания при таких же условиях нагружения, что и в предыдущем случае. Видно, что колебания упругой системы происходят также в режиме собственных форм и частот. На рис. 11 показано изменение усилий в зацеплении зубчатых

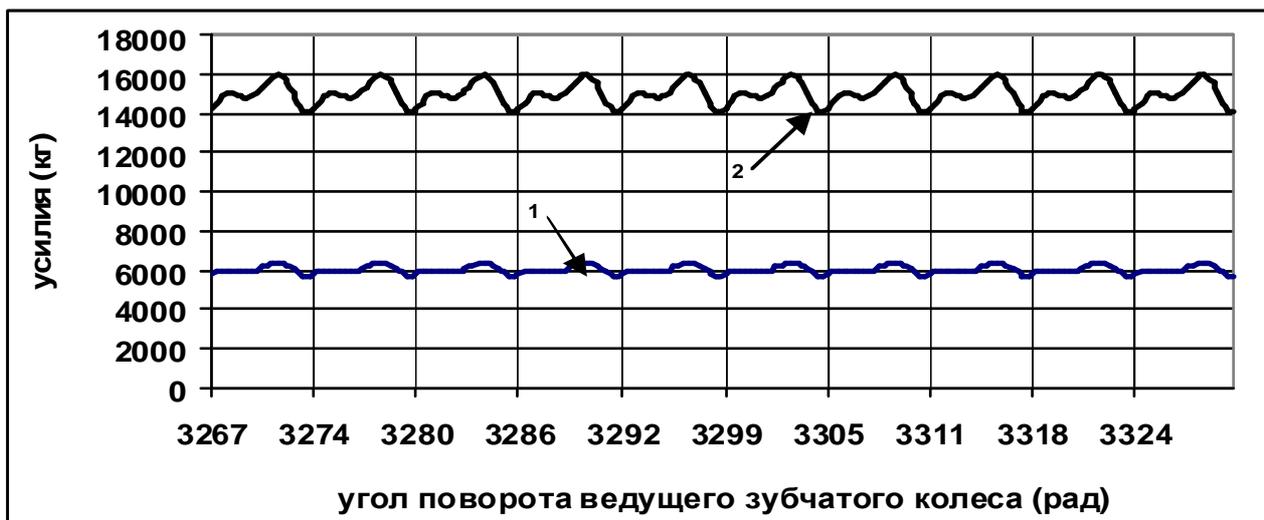


Рис.11. Усилия в зубьях зубчатых колес и в штифте ведомого зубчатого колеса при одном штифте в соединении в установившемся режиме. Частота вращения ведущего зубчатого колеса 800 1/мин: 1-усиления в зубьях зубчатых колес; 2- полное усилие в штифте ведомого зубчатого колеса. Коэффициент демпфирования в упругой системе  $\lambda = 0.5 \text{ кг} \cdot \text{сек} / \text{см}$ .

колес и в штифте одноштифтового соединения в установившемся режиме при частоте вращения 800 1/мин. Видно, что колебания небольшие, но проявляет себя и вторая гармоника.

В результате всех этих исследований было установлено:

1. Один штифт в соединении возбуждает только крутильные колебания в упругих системах, а при наличии зубчатых передач в них это, ввиду упругой связности, может приводить к колебаниям и в координатных направлениях упругих систем.
2. Штифтовые соединения с одним штифтом могут быть мощными источниками как вынужденных колебаний упругих систем с зубчатыми колесами, так и резонансов и параметрической неустойчивости.
3. Штифтовые соединения с двумя и больше штифтами при условии, что они выполнены

абсолютно одинаковыми, не возбуждают упругие системы. Влияние неточностей изготовления и расположения штифтов требует дополнительного исследования.

4. На сами штифты при любом их количестве в соединении действуют радиальные усилия, гармонически изменяющиеся по первой гармонике, что может приводить к наклепу и к усталостным поломкам деталям соединения.
5. Район параметрической неустойчивости упругой системы по оборотам лежит в диапазоне собственных частот упругой системы при крайних положениях штифта при вращении соединения.
6. В области параметрической неустойчивости даже при сильном демпфировании упругая система колеблется по всем собственным формам и частотам.

## DYNAMICS OF TOOTHED WHEELS WITH PIN CONNECTIONS

© 2006 M.I. Kurushin, A.M. Kurushin

Samara State Aerospace University

At gyration of a toothed wheel pinned with the shaft and at change of an angular standing of pins rigid parameters of an elastic-system can vary. It can cause both the forced parametric excitation, and parametric instability and resonances of an elastic-system, which includes such joints. Requirements and the reasons of such oscillations are investigated. Conclusion is done, that only single-pin connection can induce a dynamical instability of elastic-systems including systems with toothed wheels.