УДК 621.81

РАСЧЕТ НА ДОЛГОВЕЧНОСТЬ И ПРОЧНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ НАГРУЖЕНИЯ С УЧЕТОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ УПРУГИХ СИСТЕМ

© 2006 М.И. Курушин, А. М. Курушин

Самарский аэрокосмический университет

В силовых установках с винтами, да часто и без них, как в упругих системах возникают вынужденные крутильные колебания. Их, естественно, необходимо учитывать при расчетах на прочность и долговечность по усталости деталей механизмов. В данной работе выводятся выражения для коэффициентов эквивалентности на основании гипотезы линейного суммирования повреждений по контактной и изломной усталости позволяющие учитывать влияние крутильные колебания на долговечность деталей машин как при стационарных так и при нестационарных режимах нагружения. Естественно, учет влияния крутильных колебаний приводит к уменьшению расчетной долговечности деталей.

Как правило, при переменных режимах нагружения расчет деталей на долговечность по усталости ведут либо по эквивалентной нагрузке, либо по эквивалентному (числу циклов) времени нагружения при заданной (расчетной) нагрузке с учетом степеней повреждения по всем режимам работы. В обоих случаях традиционно используется гипотеза линейного суммирования повреждений. Обычно график изменения номинальных режимов работы представляют в виде ступенчатой гистограммы как показано на рис. 1.

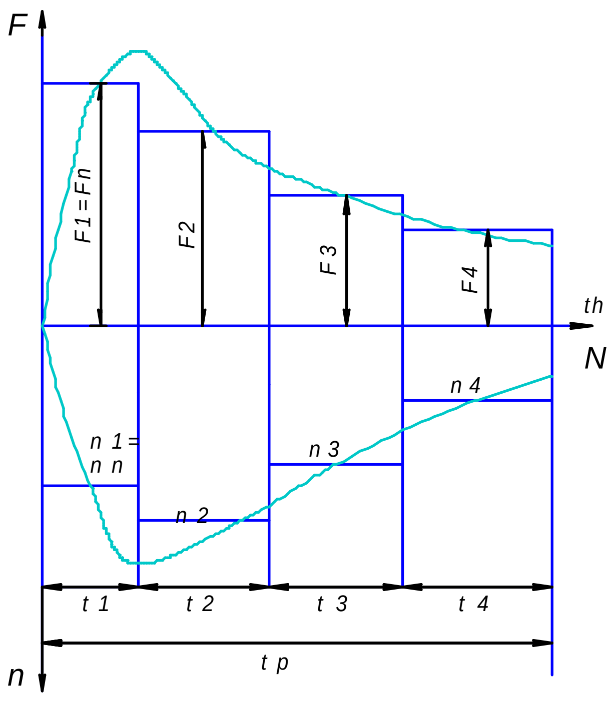

Рис. 1. Ступенчатая гистограмма переменных режимов нагружения по усилиям и частотам вращения

При расчетах на долговечность по усталостной прочности при нестационарных режимах нагружения производят схематизацию усилий или моментов ступенчатой формы. Расчеты на статическую прочность ведут по максимальной, даже кратковременной, нагрузке с учетом динамического нагружения, в том числе и с учетом крутильных колебаний в упругой системе изделия.

Расчеты на долговечность по усталостной прочности ведут по максимальной длительно действующей нагрузке, которую часто называют номинальной нагрузкой (номинальный режим работы). Влияние переменных режимов нагружения (работы) учитывают коэффициентами эквивалентности либо по усилиям, либо по долговечности или числу циклов нагружения.

Эквивалентная нагрузка F_E - это такая постоянная нагрузка, время действия которой равно расчетному ресурсу – t_P, а степень повреждения по усталости такая же, как и при заданной комбинации (системы) нагрузок (рис 2, а).

Эквивалентное время $t_э$ - это время действия принятой расчетной постоянной нагрузки – F_p, при котором степень повреждения деталей такая же, как и при заданной комбинации (системе) нагрузок (рис 2, б). При определении этих параметров используется гипотеза линейного суммирования повреждений на основании экспериментальной зависимости времени или числа циклов нагружения от усилий (рис. 3).

Число циклов нагружения определяется по зависимости

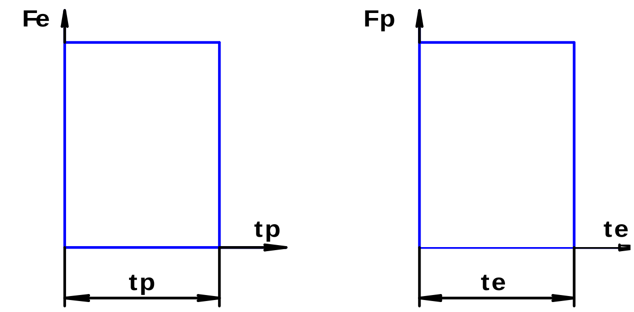

Рис.2. Эквивалентные нагрузка (а) и время (б)

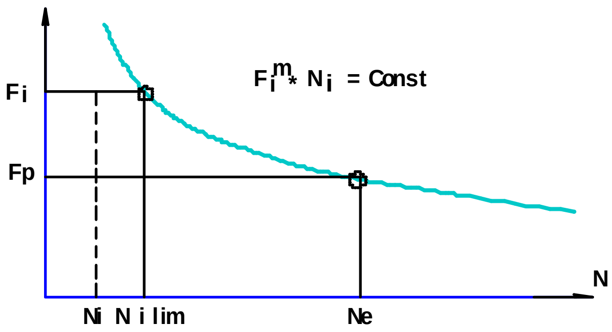

Рис. 3. Кривая выносливости по контактной и изломной усталости

$$N_i = 60 \cdot n_i \cdot c_i \cdot t_p ,$$

где n_i – частота вращения детали (мин $^{-1}$);

c_i – число нагружений за один оборот детали;

i - номер детали;

$F_{i\,lim}$ - ограниченный предел выносливости по усталости.

Степень повреждения детали по усталости (относительная долговечность) определяется по соотношению

$$П_i = N_i / N_{i\lim} = a . \qquad (1)$$

За неимением конкретных экспериментальных данных обычно принимают a = 1. По кривой выносливости следует

$$F_i^m \cdot N_{i\,lim} = F_p^m\ N_E.$$

Отсюда $N_{i\lim} = N_E \cdot (F_P / F_i)^m$. (2)

Подставляя (2) в (1), находим эквивалентное число циклов нагружения по усилиям

$$N_E = \sum_1^k \left[\left(F_i \big/ F_P \right)^m \cdot N_i \right] = 60 \cdot C_I \cdot \sum_1^k \left[\left(F_i \big/ F_P \right)^m \cdot n_i \cdot t_i \right], \qquad (3)$$

или по крутящим моментам

$$N_E = \sum_1^k \left[\left(T_I \big/ T_P \right)^m \cdot N_I \right] = 60 \cdot C_I \cdot \sum_1^k \left[\left(T_I \big/ T_P \right)^m \cdot n_i \cdot t_i \right], \qquad (4)$$

эти выражения можно привести к следующему виду:

$$N_E = 60 C_I \cdot n_p \cdot t_p \cdot \sum_1^k \left[\left(\frac{F_I}{F_P} \right)^m \cdot \frac{n_i \cdot t_i}{n_p \cdot t_p} \right] = 60 C_I \cdot n_p \cdot t_p \cdot K_{EFN},$$

$$N_E = 60 \cdot C_I \cdot n_p \cdot t_p \cdot \sum_1^k \left[\left(\frac{T_I}{T_P} \right)^m \cdot \frac{n_i \cdot t_i}{n_p \cdot t_p} \right] = 60 \cdot C_I \cdot n_p \cdot t_p \cdot K_{ETN} \cdot$$

Здесь $K_{EFN} = \sum \left[\left(\frac{F_I}{F_P} \right)^m \cdot \frac{n_i \cdot t_i}{n_p \cdot t_p} \right],$ (5)

$$K_{ETN} = \sum \left[\left(\frac{T_I}{T_P} \right)^m \cdot \frac{n_i \cdot t_i}{n_p \cdot t_p} \right] - \qquad (6)$$

- коэффициенты эквивалентности по числу циклов (по долговечности) соответственно для усилий и для крутящих моментов.

Когда эквивалентное число циклов нагружения равняется расчетному числу циклов нагружения

$$N_E = N_P ,$$

расчетное усилие равняется эквивалентному усилию (моменту)

$$F_P = F_E, \qquad T_P = T_E.$$

Если учесть, что расчетное число циклов нагружения

$$N_P = 60 \cdot n_p\, C\, t_p,$$

то получим равенство

$$N_P = 60 \cdot n_p \cdot C_i\, t_p = N_E =$$

$$= \sum_1^k \left[\left(F_i \big/ F_E \right)^m \cdot N_i \right] = 60 \cdot C_I \cdot \sum_1^k \left[\left(F_i \big/ F_E \right)^m \cdot n_i \cdot t_i \right] \cdot$$

$$N_P = 60 \cdot n_p \cdot C_i\, t_p = N_E =$$

$$= \sum_1^k \left[\left(T_i \big/ T_E \right)^m \cdot N_I \right] = 60 \cdot C_I \cdot \sum_1^k \left[\left(T_i \big/ T_E \right)^m \cdot n_i \cdot t_i \right] \cdot$$

Отсюда получим выражения для эквивалентного усилия (момента)

$$F_E = \sqrt[m]{\sum_1^k F_i^m \cdot \frac{n_i \cdot t_i}{n_p \cdot t_p}} , \qquad (7)$$

$$T_E = \sqrt[m]{\sum_1^k T_i^m \cdot \frac{n_i \cdot t_i}{n_p \cdot t_p}} . \qquad (8)$$

Для коэффициента эквивалентности по усилию получим выражение

$$K_{EF} = \frac{F_E}{F_P} = \sqrt[m]{\sum_1^k \left(\frac{F_I}{F_P} \right)^m \cdot \frac{n_i \cdot t_i}{n_p \cdot t_p}} , \qquad (9)$$

по моменту

$$K_{ET} = \frac{T_E}{T_P} = \sqrt[m]{\sum_1^k \left(\frac{T_I}{T_P} \right)^m \cdot \frac{n_i \cdot t_i}{n_p \cdot t_p}} . \qquad (10)$$

Из сравнения выражений для коэффициентов эквивалентностей следуют следующие соотношения:

$$K_{EF} = \sqrt[m]{K_{EFN}} , \qquad (11)$$

$$K_{ET} = \sqrt[m]{K_{ETN}} . \qquad (12)$$

Рассмотрим случай постоянного режима нагружения, но с наличием крутильных колебаний в упругой системе (рис. 4). Пусть характер нагружения определяется зависимостью

$$T_i = T_n + T_A \cos(\omega\cdot t),$$

где T_n – номинальное значение крутящего момента;

T_A – амплитуда крутящего момента;

ω – угловая частота крутильных колебаний;

t – время.

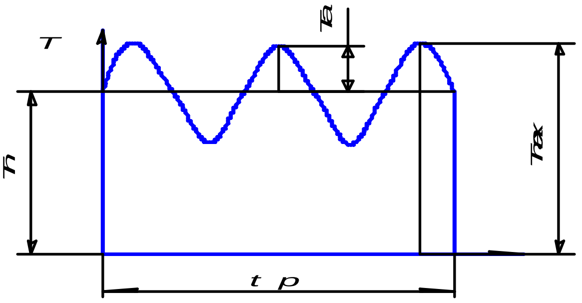

Рис. 4. Постоянный режим нагружения с наличием крутильных колебаний

Эту зависимость можно записать так:

$$T_i = T_n\,(1 + \alpha \cos(\omega\cdot t)),$$

или $(T_i/T_n) = (T_i/T_p) = (1 + \alpha \cos(\omega\cdot t))$,

где $\alpha = T_A/T_n$ - коэффициент крутильных колебаний.

Подставив это выражение для крутящего момента в формулу (6) для коэффициента эквивалентности по числу циклов нагружения, получим

$$K_{ETN}=\sum_{1}^{k}\left[\left(\frac{T_i}{T_P}\right)^m\cdot\frac{n_i\cdot t_i}{n_p\cdot t_p}\right]=\sum_{1}^{k}\left[(1+\alpha\cdot\cos(\omega\cdot t))^m\cdot\frac{n_i\cdot t_i}{n_p\cdot t_p}\right].$$

Если колебания гармонические с постоянными амплитудой и частотой, то, приняв

$$\frac{n_i\cdot t_i}{n_p\cdot t_p}=\frac{\omega_i\cdot t_i}{\omega_p\cdot t_p}=\frac{d\varphi}{2\pi},$$

сумму можно заменить интегралом

$$K_{ETN}=\int_0^{2\pi}\left[1+\alpha\cdot\cos(\omega\cdot t)\right]^m\cdot\frac{d\varphi}{2\pi} \qquad (13)$$

Показатели степени кривых выносливостей по опытным данным следующие:

m = 3 – зубчатые передачи и шарикоподшипники по контактной выносливости;

m = 10/3 – роликовые подшипники качения по контактной выносливости;

m = 9 – изломная выносливость зубьев зубчатых колес и валов из высокопрочных сталей.

Для зубчатых передач и шариковых подшипников при расчетах на контактную усталость (выкрашивание) получим следующие выражения для коэффициентов эквивалентности по числу циклов (по долговечности)

$$K_{EFN}=K_{ETN}=1+\frac{3}{2}\cdot\alpha^2. \qquad (14)$$

Из уравнения (11) для коэффициента эквивалентности по усилию и моменту получим

$$K_{EF}=\sqrt[m]{K_{EFN}}=\sqrt[m]{\left(1+\frac{3}{2}\cdot\alpha^2\right)}, \qquad (15)$$

$$K_{ET}=\sqrt[m]{K_{ETN}}=\sqrt[m]{\left(1+\frac{3}{2}\cdot\alpha^2\right)}.$$

Для изломной выносливости зубьев зубчатых колес и валов из высокопрочных сталей при показателе степени m= 9

$$K_{EFN}=K_{ETN}=1+18\cdot\alpha^2+47{,}25\cdot\alpha^4+26{,}25\cdot\alpha^6+2{,}461\cdot\alpha^8 \qquad (16)$$

Согласно уравнения (12), для коэффициента эквивалентности по усилию и моменту получим

$$K_{EF}=\sqrt[9]{K_{EFN}}=\sqrt[9]{(1+18\alpha^2+47{,}25\alpha^4+26{,}25\alpha^6+2{,}46\alpha^8)} \qquad (17)$$

Для случая роликовых подшипников интеграл (13) при показателе степени m= 10/3 можно вычислять приближенно любым численным способом.

В таблицах и на рис. 6 - 8 приведены численные значения коэффициентов эквивалентности по долговечности (по числу циклов нагружения), а также коэффициентов эквивалентности по усилиям (моментам) при расчете на выкрашивание зубчатых колес и шариковых подшипников, рассчитанных по выведенным зависимостям (14), (15), (16), и (17).

Если режимы работы изделия переменны во времени и на каждом режиме свой уровень крутильных колебаний (рис. 5), то согласно уравнения (5) для коэффициента эквивалентности по числу циклов (по долговечности) с учетом действия всех режимов при наличии крутильных колебаний на каждом из режимов будем иметь

$$K_{EFN}=\sum_{1}^{k}\left[\left(\frac{F_i}{F_P}\right)^m\cdot\frac{n_i\cdot t_i}{n_p\cdot t_p}\right]=\left(\frac{F_1}{F_P}\right)^m\cdot\left[\sum(1+\alpha_1\cdot\cos(\omega_1\cdot t))\right]^m\cdot\frac{n_1\cdot t_1}{n_p\cdot t_p}+$$

$$+\left(\frac{F_3}{F_P}\right)^m\cdot\left[\sum(1+\alpha_3\cdot\cos(\omega_3\cdot t))\right]^m\cdot\frac{n_3\cdot t_3}{n_p\cdot t_p}+$$

$$+\left(\frac{F_4}{F_P}\right)^m\cdot\left[\sum(1+\alpha_4\cdot\cos(\omega_4 t))\right]^m\frac{n_4\cdot t_4}{n\cdot t_p}.$$

Таблица 1. Коэффициенты эквивалентности для зубьев зубчатых колес и шариковых подшипников по выкрашиванию

α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
KEFN	1,015	1,060	1,135	1,240	1,375	1,540	1,735	1,960	2,215	2,500
KEF	1,005	1,020	1,043	1,074	1,112	1,155	1,202	1,251	1,304	1,357

Таблица 2. Коэффициенты эквивалентности для роликовых подшипников по выкрашиванию

A	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
KEFN	1,019	1,078	1,175	1,313	1,490	1,707	1,966	2,267	2,611	3,000
KEF	1,006	1,023	1,050	1,085	1,127	1,174	1,225	1,278	1,334	1,390

Таблица 3. Коэффициенты эквивалентности для зубьев зубчатых колес и валов по изломной усталости

A	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
KEFN	1,19	1,80	3,02	5,20	8,87	14,87	24,40	39,17	61,59	94,96
KEF	1,019	1,067	1,131	1,201	1,275	1,350	1,426	1,503	1,581	1,659

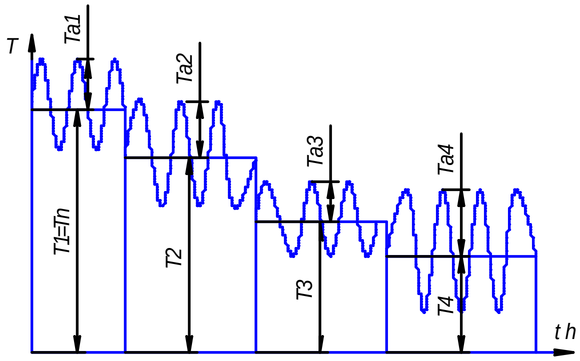

Рис. 5. Ступенчатая гистограмма переменных режимов нагружения с учетом крутильных колебаний в упругой системе

В этих формулах выражения в квадратных скобках отражают влияние крутильных колебаний $[\sum (1+\alpha_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t))]^m$. Эти суммы можно заменить интегралами, взятыми за один период крутильных колебаний

$$[\sum (1+\alpha_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t))]^m = \int_0^{2\pi} (1+\cos(\omega_1 \cdot t))^m \cdot \frac{d\varphi}{2\pi} =$$

$$\int_0^{2\pi} (1+\cos(\omega_1 \cdot t))^m \cdot \frac{d\varphi}{2\pi} = 1 + \frac{3}{2}\alpha^2 \cdot$$

Тогда, например, для зубчатых колес и шариковых подшипников качения для вычисления коэффициента эквивалентности из расчета на долговечность по выкрашиванию

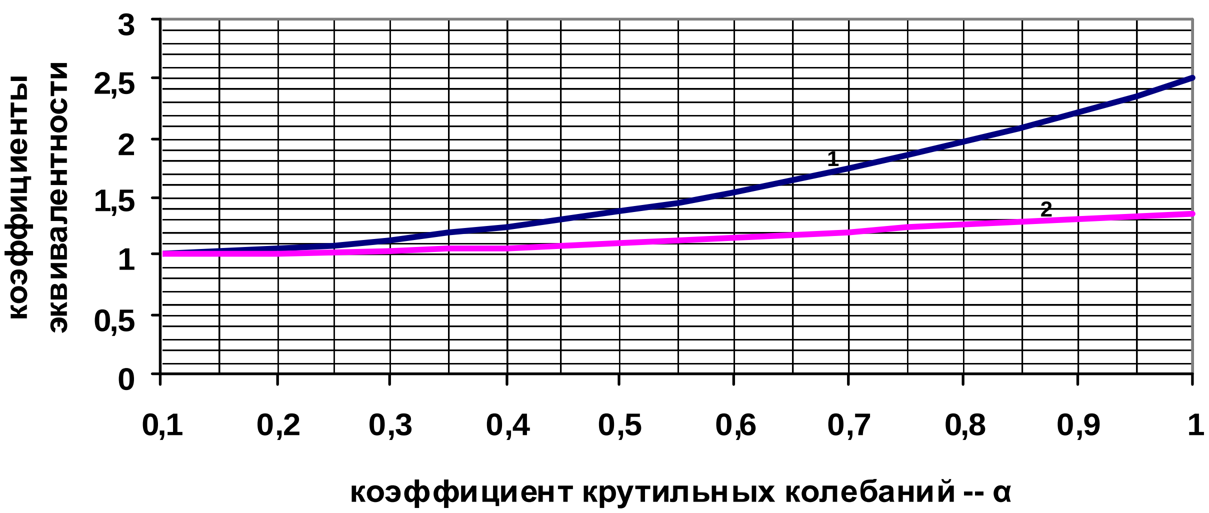

Рис.6. Коэффициенты эквивалентности для зубьев зубчатых колес и шариковых подшипников 1- по числу циклов- KEN; 2- по усилиям- KEF.

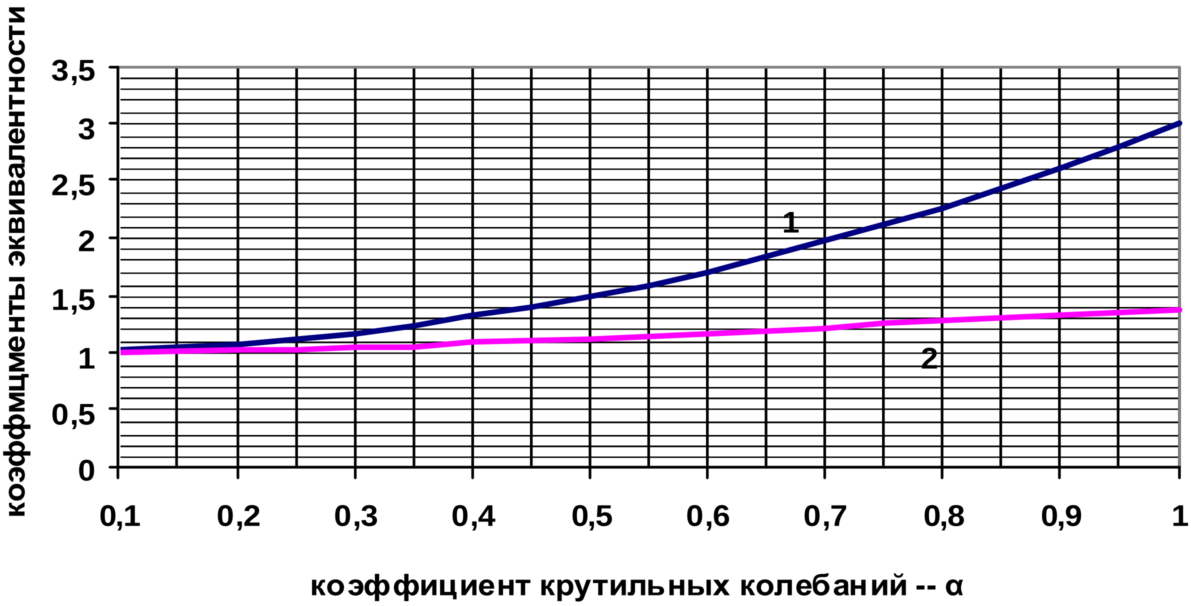

Рис.7. Коэффициенты эквивалентности для роликового подшипника качения
1- по числу циклов- KEN; 2- по усилиям- KEF

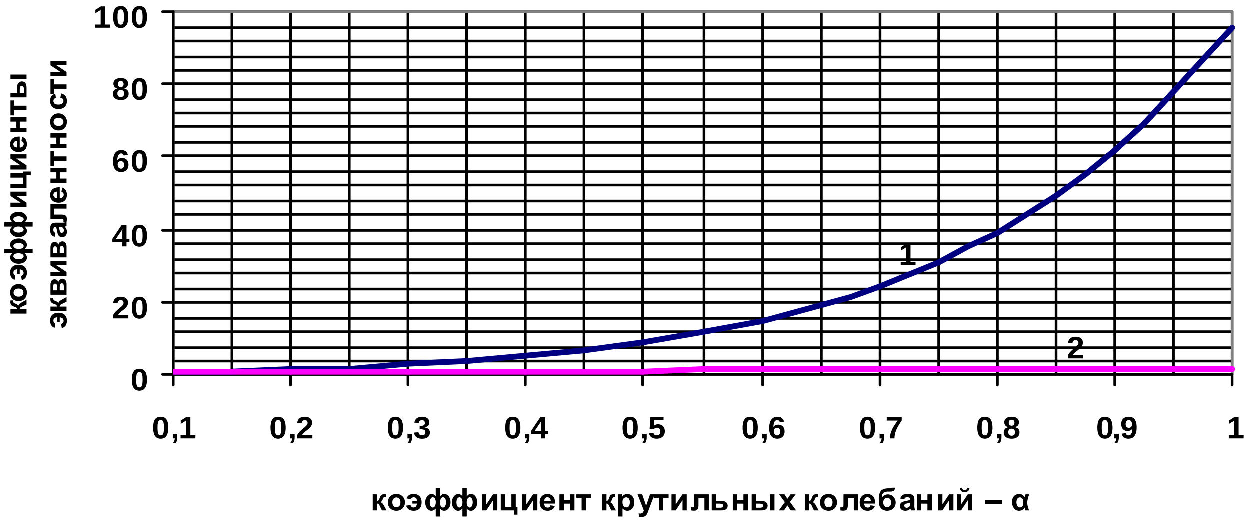

Рис. 8. Коэффициенты эквивалентности на излом зубьев зубчатых колес и валов
1- по числу циклов- KEN; 2- по усилиям- KEF.

получим

$$K_{EFN}=\sum_{1}^{k}\left[\left(\frac{F_I}{F_P}\right)^m\cdot\frac{n_i\cdot t_i}{n_p\cdot t_p}\right]=\left(\frac{F_1}{F_P}\right)^1\cdot\left(1+\frac{3}{2}\cdot\alpha_1^2\right)\cdot\frac{n_1\cdot t_1}{n_p\cdot t_p}+\left(\frac{F_2}{F_P}\right)^3\cdot\left(1+\frac{3}{2}\cdot\alpha_2^2\right)\cdot\frac{n_2\cdot t_2}{n_p\cdot t_p}+\left(\frac{F_3}{F_P}\right)^3\cdot\left(1+\frac{3}{2}\cdot\alpha_3^2\right)\cdot\frac{n_3\cdot t_3}{n_p\cdot t_p}+$$

$$+\left(\frac{F_4}{F_P}\right)^3\cdot\left(1+\frac{3}{2}\cdot\alpha_4^2\right)\frac{n_4\cdot t_4}{n_p\cdot t_p}.$$

Если уровень крутильных колебаний на всех режимах одинаков, т.е. $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha$, то выражения в скобках, отражающих влияние крутильных колебаний, будут одинаковыми и их можно вынести за знак суммы:

$$K_{EFN}=\left(1+\frac{3}{2}\cdot\alpha^2\right)\cdot\sum_1^k\left[\left(\frac{F_I}{F_P}\right)^m\frac{n_i\cdot t_i}{n_p\cdot t_p}\right]=\left(1+\frac{3}{2}\cdot\alpha^2\right)\cdot$$

$$[\left(\frac{F_1}{F_P}\right)^1\cdot\frac{n_1\cdot t_1}{n_p\cdot t_p}+\left(\frac{F_2}{F_P}\right)^3\frac{n_2\cdot t_2}{n_p\cdot t_p}+\left(\frac{F_3}{F_P}\right)^3\frac{n_3\cdot t_3}{n_p\cdot t_p}+\left(\frac{F_4}{F_P}\right)^3\cdot\frac{n_4\cdot t_4}{n_p\cdot t_p},$$

А коэффициент эквивалентности по усилиям или крутящим моментам, согласно (15) будет

$$K_{EF}=\sqrt[3]{K_{EFN}}.$$

С учетом крутильных колебаний в упругих системах расчетная долговечность и прочность изделий снижается и это необходимо учитывать по предложенной методике.

CALCULATION ON LONGEVITY AND STRENGTH OF MACHINE COMPONENTS AT NON-STATIONARY REGIMES OF THE LOADING IN VIEW OF TORSION OSCILLATIONS OF ELASTIC-SYSTEMS

© 2006 M.I. Kurushin, A.M. Kurushin

Samara State Aerospace University

In engine installations with propellers and without them as in elastic-systems there are forced torsion oscillations. They are necessary for considering at strength calculations and longevity on fatigue of details of gears. Expressions for coefficients of equivalence on the basis of a hypothesis of the linear summation of faults on the contact and broken fatigue are developed, allowing to consider effect of torsion oscillations on longevity of machine components both at stationary and at non-stationary regimes of a loading. Certainly, the account of effect of torsion oscillations results in diminution of a design life of details.