УДК 621.822.84

О МЕХАНИКЕ КОНТАКТА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РОЛИКОПОДШИПНИКАХ

© 2006 О.М. Беломытцев

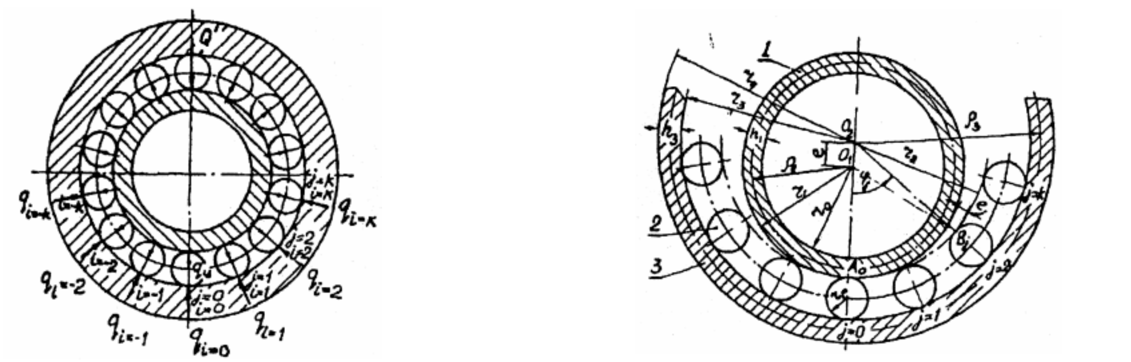
Пермский государственный технический университет

Технические характеристики подшипников качения во многом определяются механикой контакта тел качения с беговыми дорожками колец, в частности, напряжениями в контакте, которые зависят от многих факторов: конструкции подшипников, формы и точности сопрягаемых тел, жесткости корпуса, вала, скорости вращения и посторонних включений в смазке.

1. Распределение нагрузки по телам качения

Все эти вопросы в различной мере нашли отражение в работах Р. Штрибека, Б.В. Цыпкина, И.В. Слушкина, Н.В. Родзевича, Т. Харриса, А.В. Орлова, Б.А. Иванова, О.М. Беломытцева, Б.П. Свешникова, Б.Д. Мажова, Е.Н. Филатовой и др.

Автором в работе [1] была предложена методика расчета распределения нагрузки по телам качения (в плоской постановке) для модели (рис. 1, *а*), характерной для межвальной опоры газотурбинного двигателя.



а *б*

Рис. 1. Расчетная модель: а – схема действующих нагрузок; б – основные геометрические параметры

В расчетной модели кольца подшипников рассматриваются за одно целое с валом.

Задача решается путем составления системы уравнений перемещений на угловых координатах φ_j и уравнения равновесия:

$$W_j = \omega_0 \cos \varphi_j ,$$

$$W_j = e_j + \delta_{\text{в}j} + \delta_{\text{н}j} + \sum_{\substack{i=-k \\ i \neq j}}^{k} \delta_{\text{в}ji} + \sum_{\substack{i=-k \\ i \neq j}}^{k} \delta_{\text{н}ji} ; \qquad (1)$$

$$q_0 + \sum_{i,j=1}^{k} q_i \cos \varphi_j = Q'$$

где ω_0 – перемещение на координатах φ_j, j=0, 1, 2, …, k – индексы роликов в направлении φ_j, Q' – погонная нагрузка на подшипник; e_j – радиальный зазор на координате φ_j, определяемый из $\Delta O_1 O_2 B_j$ (см. рис. 1, *б*):

$$e_j = \left(e - и_{\text{ц}}\right)\left(1 - \cos \varphi_j\right), \qquad (2)$$

где $и_{\text{ц}}$ – изменение радиуса тела в результате воздействия центробежных сил; e – монтажный радиальный зазор в подшипнике, равный половине диаметра; $\delta_{\text{в}j}$, $\delta_{\text{н}j}$, $\delta_{\text{в}ji}$, $\delta_{\text{н}ji}$ – упругие сближения центров тела и ролика j под действием сил q_i, действующих на ролики, определяемое с учетом контактных деформаций (по Б.С. Ковальскому), изгибных перемещений, упругого воздействия соседних тел качения (по И.Я. Штаерману), при этом суммарное перемещения определялись по принципу суперпозиции.

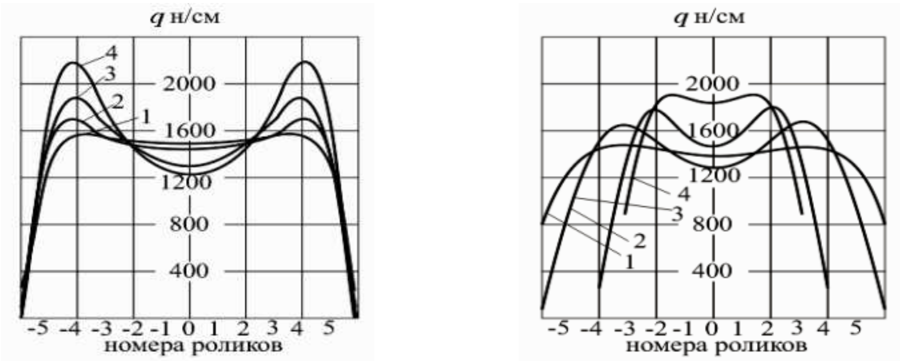
Функция зазора (2) может включать в себя разноразмерность тел качения, отклонения геометрической формы беговых дорожек, размеры частиц посторонних включений, в этом случае она будет иметь вид:

$$e_j = \left(e - и_ц\right)\left(1 - \cos\varphi_j\right) + \Delta e_j, \qquad (3)$$

где Δe_j – параметр, учитывающий отклонение величины радиального зазора на координате φ_j вследствие разноразмерности тел качения, погрешности формы беговых дорожек колец (овальности, округлости и др.), а также твердых включений в смазку, попадающих в контакт при работе подшипника.

Система уравнений (1) может трансформироваться в другие модели: полый вал – массивный корпус, сплошной вал – массивный корпус, сплошной вал – трубчатый корпус, сплошной (полый) вал – корпус сложной конструкции с неравномерным сечением по периметру. В каждом случае уравнение перемещений на координатах φ_j определяются через податливость корпуса совместно с кольцом подшипника.

На рис. 2 даны примеры решения распределения нагрузки для подшипниковых узлов различной жесткости с различными радиальными зазорами в подшипниках, где ρ – радиус кривизны среднего сечения цилиндра; h_1 – толщина стенки цилиндра; β_1 – отношение ρ_1/h_1; β_3 – аналогично для наружного цилиндра.



а *б*

Рис. 2. Распределение нагрузки по телам качения в цилиндрическом роликоподшипнике: а – вал полый (β_1 = 6) – корпус массивный; б – вал полый (β_1 = 2) – корпус кольцевой (β_3 = 2); радиальный зазор: 1-0; 2-0,04; 3 – 0,12; 4 – 0,2

2. Распределение нагрузки по длине ролика

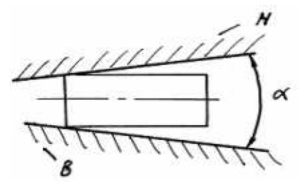
Предложенное выше решение относится к случаю плоского напряженного состояния, когда распределение нагрузки по длине ролика постоянно. Для учета распределения нагрузки по длине ролика разработана численная методика расчета [2], основанная на представлении ролика как балки, находящейся между двумя упругими основаниями (рис. 3), которыми являются наружные и внутренние кольца подшипников. Решение сводится к расчету статически неопределимой системы методом перемещений. Балка (линия контакта) разбивается на участки, в пределах каждого участка нагрузка считается равномерно распределенной; на каждом участке методом суперпозиции определяются контактные и изгибные перемещения (в случае изгиба ролика), на которые накладываются начальные зазоры в возможных точках контакта ролика с кольцами.

Уравнения перемещений для расчетной схемы составляются как для обычной статически неопределимой системы и совместно с уравнениями равновесия имеют вид:

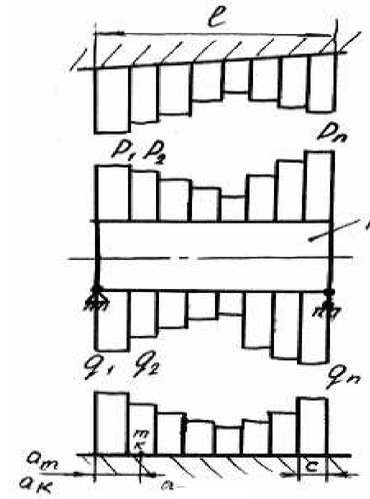
$$\left.\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{n} \Delta^{в}_{mк} + \Delta^{в}_{m} - q_m = 0; \quad \sum_{k=1}^{n} \Delta^{н}_{mк} + \Delta^{н}_{m} - q^{н}_{m} = 0; \\ &c\sum_{k=1}^{n} p_k = c\sum_{k=1}^{n} q_k = R; \quad \sum_{k=1}^{n} p_k \cdot a_k - \sum_{k=1}^{n} q_k \cdot a_k = 0; \\ &y^{в}_1 + y^{н}_1 - y^{в}_2 - y^{н}_2 = 0, \end{aligned}\right\}$$

k=1, 2, …, n; m=1, 2, …, n.

Значения $\Delta^{в}_{mk}$ и $\Delta^{н}_{mk}$ выражают контактные и изгибные перемещения тел на m-ом участке от действия силы на k-ом участке, Δ^{b}_{m} и $\Delta^{и}_{m}$ являются функциями осадок торцев ролика, $y^{в}_1$, $y^{н}_1$, $y^{в}_2$, $y^{н}_2$, $q^{в}_m$ и $q^{н}_m$ – начальные зазоры в возможных точках контакта ролика с наружным и внутренним кольцами.



б



а

Рис. 3. Расчетная модель: а – схема сил; б – возможное статическое положение ролика; н – наружное кольцо подшипника, в – внутреннее кольцо подшипника

Контактные перемещения $\Delta_{тк}$ могут определяться по различным формулам, в частности, автор первоначально использовал формулу Пальмгрена:

$$\Delta^{в}_{тк} = a\cdot p_{к}^{0,9}\cdot c^{0,1} \quad \text{и} \quad \Delta^{н}_{тк} = a\cdot q/k^{0,9}\cdot c^{0,1},$$

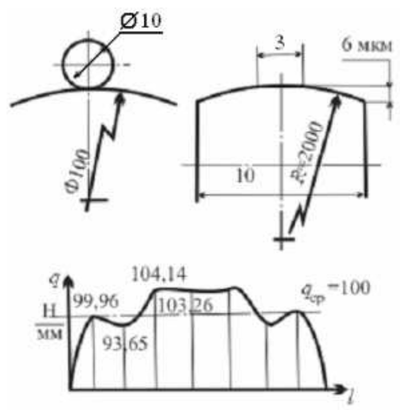
где a – коэффициент, зависящий от размерностей величин p, q и c.

Затем результат сравнивался с более точным решением, основанным на формуле Буссинеска для упругого полупространства, при этом распределение нагрузки по ширине площадки, равно как и ширина площади контакта определялись по Герцу.

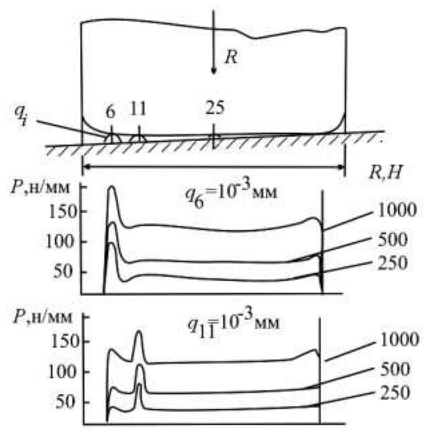
На рис. 4 представлены примеры расчетов распределения нагрузки по длине роликов в бомбированном ролике, имеющем цилиндрический участок и в случае небомбированного ролика, когда в контакте оказалась частица размером в 1 мкм.

3. Механика контакта частицы

Особый интерес представляет случай с частицей, которая может попасть в контакт с маслом (см. рис. 4, б).



а



б

Рис. 4. Распределение нагрузки по длине роликов: а – в случае бомбированного ролика; б – при наличии посторонней частицы в контакте

3.1. Напряженное состояние частицы

Если взять тело произвольной формы, находящееся между двумя сжимаемыми цилиндрами, то оно будет испытывать объемное напряженное состояние, и на начальном этапе нагружения в нем возникают только упругие деформации. Появление пластических деформаций определяется только уровнем напряжений.

Критерий пластичности может быть принят в форме критерия Сен-Венана–Леви [3], который при $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ имеет вид:

$$2|\tau_{max}| = |\sigma_1 - \sigma_3| = \sigma_т. \quad (4)$$

В нашем случае считаем направление для σ_1 по линии вектора нагрузки (по оси z), для σ_2 – вдоль линии контакта; для σ_3 – в направлении движения частицы. Напряжения σ_2 и σ_3 зависят от трения на контактной поверхности.

Частица в масле может иметь форму полоски, шара или какую-либо неопределенную форму Для упрощения примем частицу в виде полосы, прокатываемой между валками (рис. 5) и механику контакта частицы рассмотрим на основе теории продольной прокатки [4].

В этом случае уравнение пластичности рассматривают в виде

$$\sigma_1 = \beta\sigma_т + \sigma_3, \qquad (5)$$

где β – коэффициент, изменяющийся в пределах 1…1,155 и зависящий от напряжения σ_2, которое зависит от ширины полосы и трения вдоль оси y.

Если в первом приближении пренебречь напряжением σ_3, считая $\sigma_3 << \sigma_1$, то условие пластичности для полосы примет вид:

$$\sigma_1 = \beta\sigma_т. \qquad (6)$$

3.2. Влияние на предел текучести скорости деформирования

Зависимость предела текучести от скорости деформирования исследовалась различными авторами, в частности, в работе [6] отмечается, что при скорости относительной деформации □ 10^{-3} с$^{-1}$, которая типична для малоскоростных испытательных прессов, имеет место статический предел текучести $\sigma_{тс}$, а при ударных нагрузках, характерных при деформировании заготовки на молоте со скоростью 10^3 с$^{-1}$ – динамический предел текучести $\sigma_{тд}$; влияние скорости деформации при температуре ниже температуры рекристаллизации выражается неравенством $1 < \sigma_{тд}/\sigma_{тс} < 2$, если выше, то это отношение для металлов может достигать 10 и более.

Средняя скорость относительной линейной деформации определяется из выражения:

$$\delta = \frac{dh/h_0}{dt} = -\frac{1dh}{h_0 dt} = -\frac{V_0}{h_0},\ \text{с}^{-1},$$

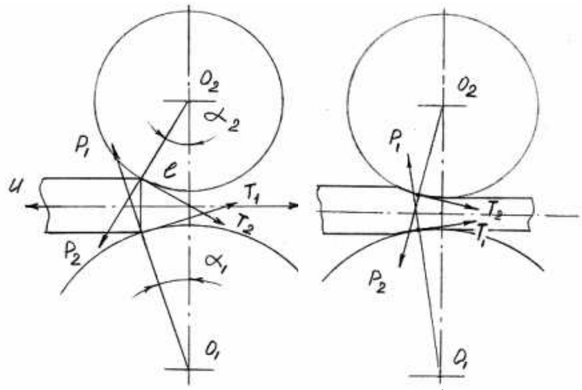
где h_0 – толщина частицы (полосы) до входа в контакт; h – текущая толщина; dt – время; V_0 – начальная скорость полосы.

Принимая в качестве примера размеры частиц h_0=1...5 мкм, диаметр валка (кольца подшипника) r=50 мм, ω=1000 с$^{-1}$, находим, что скорость относительной линейной деформации будет равна (50-100)·10^6 с$^{-1}$, то есть является достаточно высокой.

Остается неясным вопрос относительно температуры в контакте частицы, но первоначально считаем, что она ниже предела рекристаллизации и принимаем $\sigma_{тд}/\sigma_{тс}$=2.

3.3. Условие захвата частицы

На полосу (частицу) в контакте действуют силы (рис. 5): нормальные P_1 и P_2 со стороны катков, силы трения T_1 и T_2, сила инерции U. Условие захвата частицы выражается уравнением:



а б

Рис. 5. Схема сил, действующих на прокатываемую полосу (частицу):

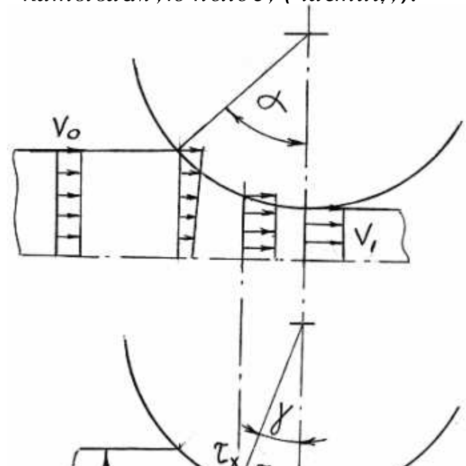


Рис. 6. Распределение скоростей и зоны трения в контакте

$$T_1\cos\alpha_1 + T_2\cos\alpha_2 - P_1\sin\alpha_1 - P_2\sin\alpha_2 - U \geq 0, \quad (7)$$

где α_1, α_2 – углы контакта (захвата), U – сила инерции.

Для простоты изложения считаем катки одинаковыми, силами инерции пренебрегаем и выражая $T=Pf$, где f – коэффициент трения, находим из (7)

$$f \geq \mathrm{tg}\alpha.$$

Углы контакта определяются из рис. 4:

$$\cos\alpha_1 \approx \frac{R_1 - h_0/2}{R_1}, \ \cos\alpha_2 \approx \frac{R_2 - h_0/2}{R_2}.$$

Для рассматриваемого примера: $h_0=5\cdot10^{-3}$ мм, R_1=50 мм, R_2=10 мм. α_1=0,573°, α_2=1,281°, tgα_1=0,010, tgα_2=0,022.

В момент захвата коэффициент трения по видимому будет больше 0,05, так как режим трения будет не жидкостным и частица должна поступить в зону контакта с валками.

Так как углы контакта очень малы, то нагрузку на полосу $P_1 = P\cdot\cos\alpha_1$ и $P_2 = P\cdot\cos\alpha_2$ принимаем $P_1=P_2=P$.

3.4. Давление в контакте

Очевидно, что давление в контакте изменяется в пределах дуги контакта, наибольшим оно будет в момент захвата, так как в этот момент площадка контакта очень мала и на выходе полосы из контакта.

Среднее давление в контакте:

$$p_{\text{ср}} = \frac{p}{b\cdot l}, \quad (8)$$

где b – ширина полосы в контакта; l – длина дуги захвата (контакта), которая может быть определена по приближенной формуле

$$l \approx \sqrt{R\Delta h}$$

где $\Delta h = h_0 - h_1$ – абсолютное сжатие.

В рассматриваемом примере при $\Delta h=4\cdot10^{-3}$ мм, R_1=5 мм, l=0,14 мм.

Из (8) находим среднее давление $p_{\text{с}}$=1420 МПа, которое будет значительно больше предела текучести.

Из этого следует, что в начальный момент контакта напряжения будут очень большими, затем быстро упадут до динамического предела текучести $\sigma_{\text{гд}}$ и останутся постоянными в течение всего времени деформации.

В рассматриваемом примере (V=50 м/с, ω=1000 с$^{-1}$, R_2=50 мм, l=0,14 мм) время деформации составит

$$T = \frac{\Delta l}{V} = \frac{0.14\cdot10^{-6}}{50} = 0.28\cdot10^{-8} \text{ с.}$$

3.5. Течение металла в зоне деформации

В пределах дуги захвата возникают зоны отставания, прилипания и опережения (рис. 6) [4]. В зоне прилипания отсутствует взаимное проскальзывание сопрягаемых тел и цилиндров.

До зоны нейтрального сечения (НС) будет отставание металла (см. рис. 6, *б*) и силы трения τ_x способствуют движению частицы, а за НС силы трения препятствуют этому движению.

Опережение характеризуют коэффициентов скольжения

$$S = \frac{V_1 - V_{\text{в}}}{V_{\text{в}}},$$

где V_1 – скорость металла на выходе из валков; $V_{\text{в}}$ – окружная скорость валков.

Скорость частицы (полосы) на выходе определяется из условия постоянства секундного объема частицы до и после прокатки (считая материал несжимаемым). Для рассматриваемого случая при h_0=5 мкм, h_1=1 мкм коэффициент скольжения получается равным 4%. Т.е. наличие частиц в контакте приводит к взаимному скольжению ролика и материала частицы.

Очевидно, что частицы металла или абразива могут раскататься и до размеров гораздо меньших, чем 1 мкм, могут получиться очень тонкие пластины, которые будут внедряться в микронеровности поверхностей и при последующем контакта отслаиваться, шелушиться.

Кроме этого, по критерию пластичности Сен-Венана–Леви максимальные касательные напряжения в пластическом состоянии имеют постоянное значение, определяемое по формуле (4), т.е. касательные напряжения могут быть очень большими и под их воздействием происходит разрушение поверхностных слоев материала.

Упрощенный анализ, сделанный в настоящем сообщении, а также практика эксплуатации показывают, что вопрос загрязнения смазки и ее очистки является актуальной задачей на пути повышения долговечности подшипников.

Список литературы

1. Иванов Б.А., Беломытцев О.М. Влияние жесткости сопряженных элементов на распределение нагрузки между телами качения в быстроходных радиальных роликоподшипниках. В сб. «Повышение прочности и эксплуатационной надежности деталей». – Пермь: ППИ, 1968, с. 162-168.

2. Беломытцев О.М. Численная методика расчета распределения давлений по длине площадки контакта цилиндров различных форм. В сб. «Динамика и прочность механических систем. Межвузовский сборник» – Пермь: ППИ, 1981, с. 121-125.

3. Александров А.В, Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: Учеб. для строит. спец. вузов. М.: Высш. шк., 1990. 400 с.

4. Шевакин Ю.Ф., Чернышев В.Н., Шаталов Р.Л., Мочалов И.А. Обработка металлов давлением / Под науч. ред. Ю.Ф.Шевакина. М.: Интермет Инжиниринг, 2005. 496 с.

5. Джонсон У., Меллор П.Б. Теория пластичности для инженеров. Пер. с англ. / Пер. А.Г.Овчинников. М.: Машиностроение, 1979. 567 с.

ABOUT THE MECHANICS OF THE CONTACT IN A CYLINDRICAL ROLLER BEARING

The fallowing matters will be covered: load distribution between solids of revolution in a cylindrical roller bearing and contact taking into consideration: the actual geometric forms of the contacting solids; rigidity of the shaft and the body; admixture in the kubricant and reciprocal skewing of the races.