УДК 621.452

МЕТОДИКА РЕГРЕССОИННОГО АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОПЛОВЫХ АППАРАТОВ ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫХ МИКРОТУРБИН

© 2006 И.Б. Дмитриева, В.Н. Матвеев, С.А. Нечитайло

Самарский государственный аэрокосмический университет

Разработана методика проверки на адекватность экспериментальных и расчетных характеристик сопловых лопаточных венцов центростремительных микротурбин. Предложена методика оценки на статистическую значимость этих характеристик.

В настоящее время существенно расширились возможности расчетных методов, реализованных в различных программных комплексах численного моделирования течений газа (Star CD, Fluent, CFX…). С их помощью, в частности, возможно определение картин распределения параметров потока в межлопаточных каналах турбин с дальнейшим расчетом характеристик, как отдельных лопаточных венцов, так и ступени в целом.

Однако численные методы газодинамических исследований на сегодняшний день не могут полностью заменить эксперимент, а результаты расчетных исследований нуждаются в проверке на адекватность и оценке статистической значимости получаемых изменений значений параметров турбин. В этой связи разработка методики проверки на адекватность экспериментальным данным и статистическую значимость расчетных характеристик сопловых аппаратов (СА) центростремительных микротурбин (ЦСМТ) представляется актуальной задачей, соответствующей современным тенденциям газодинамической доводки агрегатных турбин. Вместе с тем, по-прежнему не утратила свою актуальность и задача адекватного описания с помощью регрессионных моделей результатов экспериментального газодинамического исследования лопаточных венцов.

Для решения поставленных задач в первую очередь необходимо найти погрешность экспериментального определения коэффициента скорости СА φ и угла отклонения потока в косом срезе сопловой решетки $\Delta\alpha_1$ в случае наиболее часто используемой для определения характеристик СА экспериментальной установки [1]. Это можно сделать с помощью методики, изложенной в работе [2].

Для примера в табл. 1 приведен фрагмент результатов расчета погрешностей экспериментального определения φ и $\Delta\alpha_1$ в диапазоне приведенной изоэнтропической скорости потока на выходе из СА λ_{1S} = 1,0…1,6 при доверительной вероятности P = 0,95.

Таблица 1. Значения погрешностей экспериментального определения φ и $\Delta\alpha_1$

Параметры СА ЦСМТ			Предельная относительная погрешность		Среднеквадратичная относительная погрешность	
$F_{кр}$, мм^2	h_{CA}, мм	λ_{1S}	$\delta\varphi$, %	$\delta(\Delta\alpha_1)$, %	$\sigma\varphi$, %	$\sigma(\Delta\alpha_1)$, %
20	0,6	1,0…1,2	2,3	3,6	0,8	1,2
		1,2…1,6	2,1	3,6	0,7	1,2
40	1,5	1,0…1,2	2,2	3,4	0,8	1,1
		1,2…1,6	2,0	3,4	0,7	1,1
60	2,4	1,0…1,2	2,1	3,2	0,7	1,1
		1,2…1,6	2,0	3,2	0,7	1,1

Примечание:
$F_{кр}$ – суммарная площадь проходных сечений межлопаточных каналов СА в области горла;
h_{CA} – высота сопловых лопаток.

Как показано в работе [3], для описания зависимостей $\varphi = f(\lambda_{1S})$ и $\Delta\alpha_1 = f(\lambda_{1S})$ целесообразно использовать квадратичные модели. В этом случае проверку на адекватность характеристик, полученных экспериментальным и расчетным путем, предлагается производить в следующей последовательности.

1.Определить средний квадрат «чистых» [4] ошибок или средний квадрат, обусловленный погрешностью эксперимента:

$$MS_e = \frac{\sum_{i=1}^{m}(Y_i \sigma Y_i)^2}{m},$$

где Y_i – значение φ или $\Delta\alpha_1$ при значении приведенной скорости потока $\lambda_{1\,Si}$;

σY_i – среднеквадратичная погрешность экспериментального определения φ или $\Delta\alpha_1$;

m - количество значений (уровней) λ_{1S}, на которых осуществлялось экспериментальное определение φ и $\Delta\alpha_1$.

Среднему квадрату «чистых» ошибок соответствует число степеней свободы $n_e = \infty$.

2. Вычислить средний квадрат MS_L, обусловленный неадекватностью квадратичной математической модели. В случае проверки характеристики, полученной экспериментально этот средний квадрат определяется по формуле:

$$MS_{LЭ} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(\widehat{Y}_{iЭ} - Y_i\right)^2}{m-3},$$

где $\widehat{Y}_{iЭ}$ - значение φ или $\Delta\alpha_1$ на i-ом уровне λ_{1S}, рассчитанное по модели экспериментальной характеристики.

Среднему квадрату $MS_{LЭ}$ соответствует число степеней свободы (m-3), так как три степени свободы использовано для определения квадратичной математической модели характеристики.

При проверке характеристики, полученной расчетным путем, средний квадрат MS_L находится следующим образом:

$$MS_{Lрасч} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(\widehat{Y}_{iрасч} - Y_i\right)^2}{m},$$

где $\widehat{Y}_{iрасч}$ значение φ или $\Delta\alpha_1$ на i-ом уровне λ_{1S}, вычисленное по расчетной модели характеристики.

Среднему квадрату $MS_{Lрасч}$ соответствует число степеней свободы m.

3.Найти расчетное значение F-критерия.

Расчетный F-критерий представляет собой отношение среднего квадрата, обусловленного неадекватностью математической модели, к среднему квадрату, обусловленному погрешностью эксперимента. Чем меньше этот расчетный F-критерий, тем точнее математическая модель описывает результаты эксперимента или расчета.

В случае проверки характеристики, полученной экспериментально, значение расчетного F-критерия находится по формуле:

$$F_Э = \frac{MS_{LЭ}}{MS_e}.$$

Если расчетное значение F-критерия окажется меньше табличного при степенях свободы (m-3) и ∞, а также соответствующей доверительной вероятности P, то можно считать, что предложенная математическая модель адекватно описывает экспериментальные данные.

При проверке расчетной характеристики значение расчетного F-критерия определяется следующим образом:

$$F_{расч} = \frac{MS_{Lрасч}}{MS_e}.$$

Если это расчетное значение будет меньше табличной величины F-критерия при степенях свободы m и ∞, а также соответствующей доверительной вероятности P, то можно считать предложенную математическую модель адекватной экспериментальным данным.

Оценка статистической значимости регрессионной модели отвечает на вопрос, существенно ли изменение рассматриваемого параметра, т.е. превышает ли изменение исследуемого параметра погрешность эксперимента или расчета. В случае квадратичной зависимости оценку модели на статистическую значимость целесообразно производить отдельно для левой и правой ветвей характеристики.

Оценку статистической значимости каждой ветви расчетной характеристики предлагается осуществлять следующим образом.

1.Определить средний квадрат, обусловленный моделью

$$MS_R = \sum_{i=1}^{m'} (\widehat{Y}_i - \overline{Y})^2,$$

где m' - количество значений (уровней) λ_{1S} на левой или правой ветви характеристики, при которых производилось экспериментальное или расчетное определение φ или $\Delta\alpha_1$;

$\overline{Y} = (\sum_{i=1}^{m'} Y_i) / m'$ - среднее значение φ или $\Delta\alpha_1$ в диапазоне исследования ветви характеристики.

Среднему квадрату MS_R соответствует одна степень свободы.

2. Вычислить средний квадрат, обусловленный неадекватностью модели и погрешностью эксперимента.

В случае экспериментальной характеристики этот средний квадрат будет равен:

$$MS_Э = MS_{LЭ} + MS_e,$$

а в случае расчетной характеристики:

$$MS_{расч} = MS_{Lрасч} + MS_e.$$

Этим средним квадратам соответствует число степеней свободы n = ∞.

3. Найти расчетное значение F-критерия.

В случае экспериментальной характеристики его величина определяется по формуле:

$$F = \frac{MS_R}{MS_Э},$$

а в случае расчетной характеристики – по выражению:

$$F = \frac{MS_R}{MS_{расч}}.$$

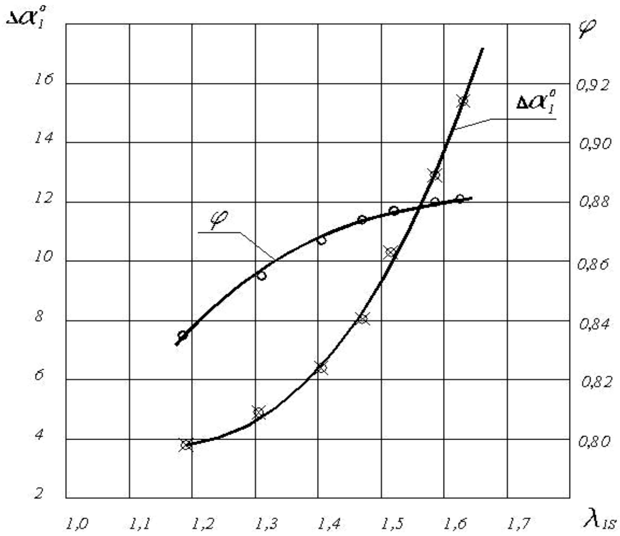

Рис.1. Экспериментальные характеристики соплового лопаточного венца ЦСМТ

Если расчетное значение *F*-критерия окажется больше табличного при соответствующей доверительной вероятности и степенях свободы 1 и ∞, то исследуемую ветвь характеристики можно считать статистически значимой.

С помощью разработанной методики были проанализированы экспериментальные характеристики СА ЦСМТ, представленные на рис. 1 и аппроксимированные зависимостями:

$$\varphi = -0{,}188\lambda_{1S}^2 + 0{,}634\lambda_{1S} + 0{,}347,$$

$$\Delta\alpha_1 = 62{,}13\lambda_{1S}^2 - 149{,}2\lambda_{1S} + 93{,}34.$$

Основные геометрические параметры этого СА приведены в таблице 2. Исследования проводились в диапазоне λ_{1S} = 1,0…1,6. Результаты регрессионного анализа представлены в таблицах 3 и 4.

Таблица 2. Основные геометрические параметры исследованного СА ЦСМТ

Параметр	Размерность	Значение
Диаметр на входе в СА	мм	61,50
Диаметр на выходе из СА	мм	50,15
Число сопловых лопаток	-	14
Высота сопловых лопаток	мм	1,5
Горло межлопаточных каналов	мм	1,8
Эффективный угол	град.	9,2
Густота сопловой решетки	-	1,21

Таблица 3. Результаты регрессионного анализа экспериментальной зависимости $\varphi = f(\lambda_{1S})$

Параметр	Значение	Степень свободы
Средний квадрат MS_e	$8{,}83 \cdot 10^{-5}$	∞
Средний квадрат $MS_{LЭ}$	$3{,}76 \cdot 10^{-7}$	4
Расчетное значение F-критерия	0,01	-
Табличное значение F-критерия при P = 0,95	2,37	$4/\infty$
Средний квадрат MS_R	$1{,}66 \cdot 10^{-3}$	1
Средний квадрат $MS_Э$	$3{,}87 \cdot 10^{-5}$	∞
Расчетное значение F-критерия	42,9	-
Табличное значение F-критерия при P = 0,95	3,84	$1/\infty$

Таблица 4. Результаты регрессионного анализа экспериментальной зависимости $\Delta\alpha_1 = f(\lambda_{1S})$

Параметр	Значение	Степень свободы
Средний квадрат MS_e	$1{,}13 \cdot 10^{-2}$, град.^{2}	∞
Средний квадрат $MS_{LЭ}$	$5{,}78 \cdot 10^{-2}$, град.^{2}	4
Расчетное значение F-критерия	0,511	-
Табличное значение F-критерия при P = 0,95	2,37	$4/\infty$
Средний квадрат MS_R	110	1
Средний квадрат $MS_Э$	0,07	∞
Расчетное значение F-критерия	1592	-
Табличное значение F-критерия при P = 0,95	3,84	$1/\infty$

Как следует из таблиц 3 и 4, для зависимости $\varphi = f(\lambda_{1S})$ расчетное значение F-критерия в 237 раз меньше табличного значения, а для зависимости $\Delta\alpha_1 = f(\lambda_{1S})$ расчетная величина F-критерия в 4,6 раза меньше табличной величины. Следовательно, предложенные математические модели

$$\varphi = -0{,}188\lambda_{1S}^2 + 0{,}634\lambda_{1S} + 0{,}347$$

и $$\Delta\alpha_1 = 62{,}13\lambda_{1S}^2 - 149{,}2\lambda_{1S} + 93{,}34$$

адекватно описывают экспериментальные данные.

При оценке статистической значимости характеристик $\varphi = f(\lambda_{1S})$ и $\Delta\alpha_1 = f(\lambda_{1S})$ расчетные значения F-критериев оказались больше табличных значений. Следовательно, предложенные характеристики являются статистически значимыми.

Таким образом, разработанную методику предлагается использовать для регрессионного анализа экспериментальных и расчетных характеристик СА ЦСМТ. При этом для инженерного анализа достаточно принять доверительную вероятность $P = 0{,}95$, а для научных исследований следует использовать $P = 0{,}99$.

Список литературы

1. Вьюнышев В.Н., Матвеев В.Н., Тихонов Н.Т. Установка для статической продувки сопловых аппаратов и рабочих колес микротурбин // Испытания авиационных двигателей / Уфа. – УАИ. – 1983. – с. 66 – 69.

2. Матвеев В.Н., Сивиркин Д.В., Тихонов Н.Т. Методика определения погрешности измерения параметров при статических продувках элементов микротурбин // Вестник

СГАУ. Серия: Актуальные проблемы производства. Технология, организация, управление / СГАУ. – 1995. – с. 33-44.

3. Матвеев В.Н., Мусаткин Н.Ф., Нечитайло А.А. Обобщение газодинамических характеристик сопловых аппаратов центростремительных микротурбин // Вестник СГАУ. Серия: Актуальные проблемы производства. Технология, организация, управление / СГАУ. – 1998. – с. 137-147.

3. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ: В 2-х кн. / Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика. – 1986. – 336 с.

METHOD OF REGRESSIVE ANALYSIS OF EXPERIMENTAL AND CALCULATION CHARACTERISTICS OF CENTRIPETAL MICROTURBINES NOZZLE APPARATUS

© 2006 I.B. Dmitrieva, V.N. Matveev, S.A. Nechitaylo

Samara State Aerospace University

Method of verification on adequacy of experimental and calculation characteristics of centripetal microturbines nozzle blade's crowns has been worked up. Method of estimation on statistical importance of this characteristics different branch has been proposed.