ВОЗБУЖДЕНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ В РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ВИБРАЦИИ ТРУБОПРОВОДА

© 2006 Е.В. Шахматов, А.Б. Прокофьев, Т.Б.Миронова

Самарский госу дарственный аэрокосмический у ниверситет

Трубопроводы летательного аппарата в полете подвержены воздействию вибрации. При частоте вибрации, близкой к собственной частоте гидравлической подсистемы, возможно генерирование интенсивных колебаний давления рабочей жидкости. Это может привести к возникновению незатухающих колебаний клапанов, золотников, трубопроводов и снижению их работоспособности. Использование предложенной аналитической модели на стадии доводки трубопроводных систем летательных аппаратов позволит не только снизить затраты на доводку, но и значительно повысить надежность этих систем в эксплу атации.

Гидросистемы ракетоносителей, двигательных установок состоят из большого количества трубопроводов, которые подвержены действию разнообразных переменных сил. Среди наиболее существенных можно выделить кинематическое возбуждение от работающих агрегатов и силовое возбуждение от пульсаций рабочих сред. Таким образом, трубопроводная система представляет собой совокупность динамически взаимодействующих между собой механической и гидравлической подсистем. Вопросы возбуждения механической подсистемы трубопровода под воздействием пульсаций рабочих сред рассмотрены достаточно подробно и отражены в работах [1, 2, 3, 4]. В то же время заслуживает внимания и решение задачи исследования колебаний рабочей среды при кинематическом возбуждении трубопровода. Результаты подобных исследований в литературных источниках освещены недостаточно и носят, в основном, экспериментальный характер [5].

Тем не менее, задача определения амплитуд колебаний рабочей жидкости при вибрации трубопровода имеет существенное практическое значение. Ее решение позволит более полно оценить особенности процессов виброаку стического взаимодействия в элементах гидромеханических систем летательных аппаратов.

В настоящей статье аналитически решается задача о колебаниях давления рабочей жидкости в вибрирующем под действием кинематического возбуждения криволинейном трубопроводе.

Рассмотрим участок трубопровода (рис. 1). На рис. 1 обозначено:

s — координата, измеряемая вдоль оси трубопровода;

- ξ ось подвижной системы координат, направленная по касательной к оси трубопровола:
- η ось подвижной системы координат, направленная по нормали к оси трубопровода.

Для дальнейшего предположим, что:

1. Линия центров тяжести поперечных сечений трубопровода (ось трубопровода) лежит

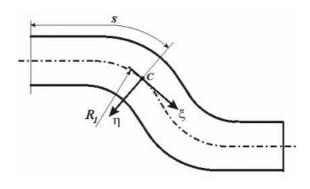


Рис. 1. Схема трубопровода

в одной плоскости (плоскости листа).

- 2. Трубопровод постоянного поперечного сечения.
- 3. Скорость относительного движения \overline{v} рабочей жидкости является неизменной во всех точках сечения s.
- 4. Изменение плотности рабочей жидкости пренебрежимо мало по сравнению с ее средним з начением.
- 5. Эффективная скорость распространения звука в рабочей жидкости является постоянной величиной.

Влияние колебаний трубопровода на колебания параметров рабочей жидкости отражено в уравнении непрерывности [2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_{\theta} \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(v_{\xi} + \frac{\partial u_{\theta \tau}}{\partial t} \right) - \frac{1}{R_{I}} \frac{\partial}{\partial t} u_{\theta n} \right] = 0, \quad (1)$$

где *р* - плотность рабочей жидкости;

 $oldsymbol{
ho}_{ heta}$ - среднее значение плотности; $oldsymbol{t}$ - время;

 v_{ξ} - проекция скорости относительного движения рабочей жидкости на касательную к оси трубопровода. Проекция скорости относительного движения на касательную к оси трубопровода складывается из постоянной составляющей v_{ξ_0} и пульсационной v_{ξ_0} на v_{ξ_0}

ставляющей v_{ξ}' , т. е. $v_{\xi} = v_{\xi\theta} + v_{\xi}'$. Если трубопровод постоянного сечения, то

$$v_{\xi_0} = const$$
 и тогда $\frac{\partial v_{\xi}}{\partial s} = \frac{\partial v'_{\xi}}{\partial s}$;

 $u_{0\tau}$ - проекция перемещения нейтральной линии поперечного сечения трубопровода на касательную к криволинейной оси центров тяжести;

 u_{0n} - проекция перемещения нейтральной линии поперечного сечения трубопровода на нормаль к криволинейной оси центров тяжести;

 R_{I} — радиус кривизны оси трубопровода (в общем случае $R_{I} = R_{I}(s)$).

Предположим, что $u_{0\tau}(s)$ и $u_{0\tau}(s)$ - известные функции, которые могут быть получены, например, в результате расчета колебаний рассматриваемого трубопровода при его кинематическом возбуждении на основе балочной конечно-элементной модели. Для пульсационных составляющих плотности ρ и давления p можно записать соотношение [6]:

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{\theta}}^{2} \boldsymbol{\rho} \,,$$

где c_{θ} - эффективная скорость распространения звука в жидкости.

Из последнего соотношения можно записать:

$$\rho = \frac{1}{c_0^2} p,$$

и, считая эффективную скорость распространения звука постоянной (такое допущение будет совершенно справедливым для случая однородного трубопровода),

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} \,.$$

Для идеальной жидкости перемещение трубопровода вдоль оси $\boldsymbol{\xi}$ не оказывает влияния на скорость жидкости (трение жид-

кости о стенки трубопровода отсутствует). С учетом этого слагаемым $\rho_0 \frac{\partial^2 u_{0\tau}}{\partial s \partial t}$ в выражении (1) можно пренебречь. Тогда выражение (1) можно переписать в виде:

$$\frac{1}{c_{\theta}^{2}} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_{\theta} \frac{\partial v_{\xi}^{\prime}}{\partial s} = \frac{\rho_{\theta}}{R_{I}} \frac{\partial u_{\theta n}}{\partial t}.$$
 (2)

Дальнейшее рассмотрение возбуждения пульсаций рабочей жидкости при кинематическом возбуждении трубопровода ограничим линейным гармоническим решением. Тогда

$$u_{0n} = AU_{0n}(s)e^{j\alpha t};$$

$$p = A_{p}(s)e^{j(\alpha t + \phi_{1}(s))};$$

$$v'_{\xi} = A_{v_{\xi}}(s)e^{j(\alpha t + \phi_{2}(s))},$$

причем справедливым будет соотношение:

$$\frac{p}{v_{\xi}'} = Z(s),$$

где Z(s) - импеданс в сечении s, который при известных динамических характеристиках присоединенной гидравлической цепи легко может быть определен [4, 7].

Из последнего выражения можно записать:

$$v'_{\xi} = \frac{1}{Z} p$$

Рассмотрим частные производные из выражения (2):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = j \omega A_{p}(s) e^{j(\omega + \phi_{l}(s))}$$

$$\frac{\partial u_{0n}}{\partial t} = j \omega A U_{0n}(s) e^{j\omega}$$

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \left[\frac{\partial A_{p}(s)}{\partial s} + j \frac{\partial \phi_{l}(s)}{\partial s} A_{p}(s) \right] e^{j(\omega + \phi_{l}(s))}$$

$$\frac{\partial v_{\xi}}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{p(s,t)}{Z(s)} \right) = \left[\frac{1}{Z} \frac{\partial A_{p}(s)}{\partial s} + \frac{1}{Z(s)} \frac{\partial \phi_{l}(s)}{\partial s} + \frac{1}{Z(s)} \frac{\partial \phi_{l}(s)}{\partial s} - \frac{1}{Z(s)} \frac{\partial Z}{\partial s} \right] A_{p}(s) e^{j(\omega + \phi_{l}(s))}$$
(3)

С учетом соотношений для частны х производных (3), выражение (2) перепишется в виде:

$$\left[\frac{\rho_0}{Z}\frac{\partial A_p(s)}{\partial s} + \left(j\left(\frac{\omega}{c_0^2} + \frac{\rho_0}{Z}\frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s}\right) - \frac{\rho_0}{Z^2}\frac{\partial Z}{\partial s}\right)A_p(s)\right]e^{j(\omega t + \phi_1(s))} = \frac{j\omega\rho_0A_{u_{0n}}(s)}{R_1}e^{j\omega t}.$$

Сократим левую и правую части последнего выражения на $e^{j a t}$. Получим

$$\begin{split} &\frac{\rho_{0}e^{j\phi_{1}(s)}}{Z}\frac{\partial A_{p}(s)}{\partial s} + \left(j\left(\frac{\omega}{c_{0}^{2}} + \frac{\rho_{0}}{Z}\frac{\partial\phi_{1}(s)}{\partial s}\right) - \frac{\rho_{0}}{Z^{2}}\frac{\partial Z}{\partial s}\right)A_{p}(s)e^{j\phi_{1}(s)} = \frac{j\omega\rho_{0}A_{u_{0n}}(s)}{R_{1}} \end{split}$$
(4)

Используя известное соотношение

$$e^{j\phi_I(s)} = \cos\phi_I(s) + j\sin\phi_I(s)$$

выражение (4) запишем в виде (5):

$$\frac{\rho_0 \cos\phi_1(s) + j \sin\phi_1(s)}{Z} \frac{\partial A_p(s)}{\partial s} + \left(j \left(\frac{\omega}{c_0^2} + \frac{\rho_0}{Z} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi_1(s)}{\partial s} \frac{\partial \phi_1(s$$

$$-\frac{1}{Z^2}\frac{\partial Z}{\partial s}\bigg]A_p(s)(\cos\phi_1(s)+j\sin\phi_1(s))=\frac{j\omega\rho_0A_{u_{0n}}(s)}{R_1}$$

При рассмотрении последнего соотношения необходимо помнить, что Z(s) - комплексная функция

$$Z(s) = Re Z(s) + j Im Z(s),$$
(6)

конкретный вид которой определяется динамической нагрузкой гидравлических цепей, подсоединенных к обоим концам трубопровода.

Следует также отметить, что при известных характеристиках динамической нагрузки концов трубопровода форма волны давления может быть рассчитана аналитически с использованием известных методик [4,6,7] (также, как и фазовые соотношения в различных точках волны). Таким образом:

$$A_{p}(s) = A \cdot p'(s),$$

$$\varphi_{I}(s) = \varphi_{\theta} + \varphi_{I}'(s),$$
(7)

где p'(s) - форма волны давления,

 $\phi_I(s)$ - характеристика фазовых соотношений в волне давления;

A и ϕ_0 - постоянные, которые необходимо определить для решения рассматриваемой задачи.

С учетом (6) и (7) выражение (5) можно переписать в виде:

$$A \left\{ \frac{\rho_{0} \cos(\varphi_{0} + \varphi_{1}^{'}(s)) + j \sin(\varphi_{0} + \varphi_{1}^{'}(s))}{Re Z + j \operatorname{Im} Z} \frac{\partial \varphi_{1}^{'}(s)}{\partial s} + \left\{ j \left(\frac{\omega}{c_{0}^{2}} + \frac{\rho_{0}}{Re Z + j \operatorname{Im} Z} \frac{\partial \varphi_{1}^{'}(s)}{\partial s} \right) - \frac{\rho_{0}}{(Re^{2} Z - \operatorname{Im}^{2} Z) + 2j \operatorname{Re} Z \operatorname{Im} Z} \frac{\partial (\operatorname{Re} Z + j \operatorname{Im} Z)}{\partial s} \right\}.$$

$$p'(s)(\cos(\varphi_0 + \varphi'(s)) + j\sin(\varphi_0 + \varphi'(s))) =$$

$$= \frac{j\omega\rho_0 A_{u_{0n}}(s)}{R_1}.$$
(8)

Обозначим выражение в фигурных скобках в последнем соотношении через $\boldsymbol{\Phi}$. Данная функция $\boldsymbol{\Phi}$ зависит от постоянной $\boldsymbol{\varphi}_0$ и является комплексной, т.е.:

$$\Phi(\varphi_{\scriptscriptstyle 0}) = Re\,\Phi(\varphi_{\scriptscriptstyle 0}) + j\,Im\,\Phi(\varphi_{\scriptscriptstyle 0}).$$

С учетом этого соотношение (8) можно переписать в виде:

$$A(Re \Phi(\varphi_{\theta}) + j Im \Phi(\varphi_{\theta})) = jY$$
, (9) где $Y = \frac{\omega \rho_{\theta} A_{u_{\theta,n}}}{R}$.

Уравнение (9) можно разложить на следующую систему:

$$\begin{cases} A \cdot Im \ \Phi(\varphi_0) = Y, \\ Re \ \Phi(\varphi_0) = 0 \end{cases}$$

Второе уравнение системы является нелинейным и может быть решено с применением различных методов [8] относительно неизвестной постоянной $\boldsymbol{\varphi}_{\scriptscriptstyle{0}}$. Подставив полученное значение $\boldsymbol{\varphi}_{\scriptscriptstyle{0}}$ в первое уравнение системы, можно определить \boldsymbol{A} :

$$A = \frac{Y}{Im \Phi(\boldsymbol{\varphi}_{\alpha})}.$$

Представленная выше аналитическая модель позволяет определить параметры пульсаций рабочей жидкости при установившихся колебаниях трубопровода (наприот кинематического возбуждения). Анализ данной модели показывает, что, если трубопроводы летательного аппарата в полете подвержены воздействию вибрации с частотой, близкой к собственной частоте гидравлической подсистемы, то возможно генерирование интенсивных колебаний давления рабочей жидкости. Это, в свою очередь, может привести к возникновению незатухающих колебаний клапанов, золотников, трубопроводов и снижению их работоспособности. Использование предложенной аналитической модели на стадии доводки трубопроводных систем летательных аппаратов позволит не только снизить затраты на доводку, но и значительно повысить надежность этих систем в эксплуатации.

Работа выполнена при поддержкеРоссийского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 06-08-01437-а).

Список литературы

- 1. Кондрашов Н.С. О параметрических колебаниях трубопроводов // Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей. Вып. XIX. Куйбышев, 1965. С. 173-181.
- 2. Колесников К.С., Рыбак С.А., Самойлов Е.А. Динамика топливных систем ЖРД. М.: Машиностроение, 1975. 172 с.
- 3. Старцев Н.И. Трубопроводы газотурбинных двигателей. - М.: Машиностроение, 1976. – 272 с.
- 4. Прокофьев А.Б. Исследование процессов виброаку стического взаимодействия в

- элементах гидромеханических систем двигателей летательных аппаратов: Дис. на соиск. учен. ст. канд. техн. наук. Самара, 2001. 256 с.
- 5. Леньшин В.В. Исследование виброакустических характеристик элементов гидромеханических систем двигателей летательных аппаратов: Дисс...канд. техн. наук. Самара, 1997. 193 с.
- 6. Скучик Е. Основы акустики. Том 1. М.: Мир, 1976. 520 с.
- 7. Попов Д.Н. Динамика и регулирование пневмо- и гидросистем. М.: Машиностроение, 1977. 424 с.
- 8. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. M.: Мир, 1986. 318 с.

EXCITATION OF PRESSURE PULSATIONS IN THE WORKING FLUID BY VIBRATION OF THE PIPELINE

© 2006 E.V. Shakhmatov, A.B. Prokofiev, T.B. Mironova

Samara State Aerospace University

The analytical model is considered, allowing to settle an invoice parameters of pulsations of a working liquid in pipeline systems at kinematic excitation of their vibration.