

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВИБРОИЗОЛЯТОРА С ШАРОВЫМ УПРУГОДЕМПФИРУЮЩИМ ЭЛЕМЕНТОМ ИЗ МАТЕРИАЛА МР

© 2006 Ю.К. Пономарев, А.И. Ермаков, Ф.В. Паровой, А.С. Котов, Т.В. Волкова

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассмотрена конструкция цельнометаллического виброизолятора на основе шарового упруго-демпфирующего элемента из проволоочного материала МР. Предложен подход к созданию математической модели виброизолятора. Получены зависимости упруго-диссипативных характеристик виброизолятора от параметров его нагружения.

Преимуществом шарового цельнометаллического виброизолятора, представленного на рис. 1, является возможность обеспечения высоких демпфирующих характеристик при изотропности свойств в любом направлении пространственного нагружения.

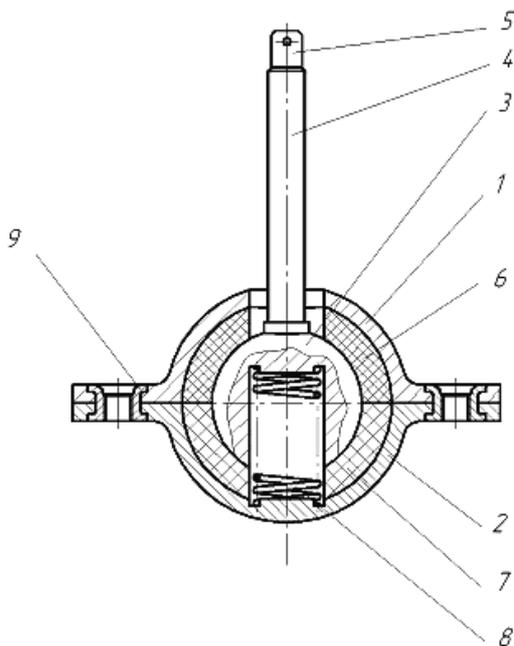


Рис. 1. Конструктивная схема виброизолятора

Виброизолятор состоит из разъемного корпуса, включающего центральные полусферические тонкостенные элементы 1 и 2 с развитыми фланцами квадратной формы и четырьмя отверстиями для установки в них крепежных пистонов 9. Внутри корпуса соосно с ним установлена шаровая опора 3. В верхней части шаровая опора имеет цилиндрическую резьбовую часть 4 для крепления защищаемого объекта к виброизолятору.

Сверху цилиндрической резьбовой части выполнены лыски 5 для поддержки ключом при установке виброизолятора с отвер-

тием для проволоочной контровки шаровой опоры на изделии. Внутри шаровой опоры 3 противоположно резьбовой цилиндрической части 4 выполнено цилиндрическое отверстие с выступом для установки в него винтовой цилиндрической пружины сжатия 8, опирающейся на поверхность нижней полусферы корпуса 2. Пружина устанавливается внутри шаровой опоры с предварительным усилием, равным части веса объекта виброзащиты, приходящегося на один виброизолятор. Между шаровой опорой 3 и полусферическими частями корпуса 1 и 2 установлен с предварительным натягом упругодемпфирующий элемент (УДЭ) из материала МР в виде двух одинаковых полых полусфер 6 и 7, состыкованных между собой по центральному меридиану. На полюсах полусфер 6 и 7 выполнены оппозитно друг другу два отверстия, через одно из которых проходит цилиндрическая резьбовая часть 4 виброизолятора, а через другое – винтовая цилиндрическая пружина сжатия 8. Крепежные пистоны 9 в верхней части имеют разгибные участки, с помощью которых скрепляются две корпусные детали 1 и 2. На внутренней цилиндрической части пистонов выполнена резьба, с помощью которой собранные виброизоляторы закрепляются на колеблющемся основании. Возможен вариант крепежа виброизолятора и без резьбовой части на внутренней поверхности пистонов.

Для эффективной виброзащиты прибора предполагается его установка на виброизоляторы в количестве 3 или 4 штук. При установке происходит разгрузка УДЭ от части статической силы веса прибора, приходящейся на один виброизолятор и равной силе упругости предварительного поджатия пружины.

Математическая модель виброизолятора составлена на базе созданной модели деформирования материала МР на сжатие в координатах: напряжение сжатия - деформация [1]:

$$\sigma = f(\varepsilon, \varepsilon_0, \nu) = \sigma_{cp} + \frac{1}{2}(-1)^{\nu+1} \cdot \sigma_T + (-1)^{\nu+1} \cdot \sigma_T \cdot \exp\left[\frac{-5|\varepsilon - \varepsilon_0|}{a_0}\right], \quad (1)$$

где σ_{cp} – средние напряжения цикла, a_0 – остаточная деформация в точке начала произвольного процесса, σ_T – неупругая составляющая напряжений пульсирующего цикла нагружения.

$$\sigma_{cp} = \sum_{i=1}^5 E_i \cdot \varepsilon^i, \quad (2)$$

$$a_0 = \sum_{i=1}^6 c_i \cdot \varepsilon^i, \quad (3)$$

$$\sigma_T = 0,42\sigma_{cp}, \quad (4)$$

а коэффициенты полиномов (3) и (4) представлены в таблице 1.

Таблица 1. Значения коэффициентов полиномов

i	1	2	3	4	5	6
E_i	0,82	-10	123	-539	905	-
c_i	1,08	-19	185	-875	1924	-1591

Расчетная схема шарового цельнометаллического виброизолятора представлена на рис. 2.

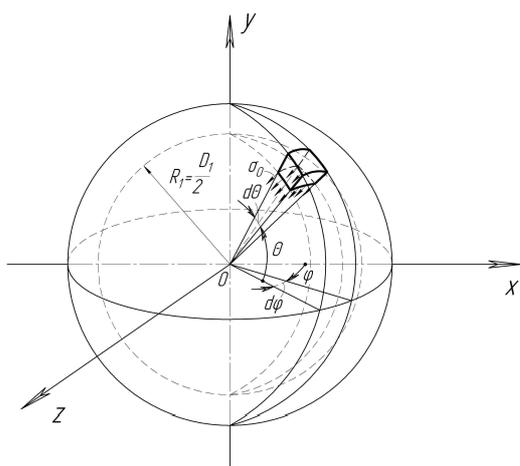


Рис.2. Расчетная схема виброизолятора

Выделим двумя параллельными и двумя меридиональными сечениями малый объем демпфирующего элемента шарового виброизолятора с угловыми размерами $d\varphi$ и $d\theta$ и поверхностью вибратора dF (см. рис.

2). На эту поверхность со стороны упруго-демпфирующего элемента будет действовать некоторая распределенная нагрузка σ , направленная к центру шара, а при его смещении и тангенциальная нагрузка, направленная по касательной к шару в сторону, противоположную смещению участка dF

$$dF = R^2 d\varphi d\theta. \quad (5)$$

В [1] рассмотрена задача по циклическому деформированию УДЭ при перемещении шаровой опоры в направлении вертикальной оси ОУ. В среде Mathcad Professional создана программа расчета жесткостных и демпфирующих характеристик виброизолятора для этого случая. В режиме однонаправленного (одноосного) деформирования часть УДЭ будет либо нагружаться, либо разгружаться. В соответствие с этим давление на шаровую опору будет изменяться.

Пусть движение шаровой опоры описывается следующим законом:

$$y = -A \cos \alpha, \quad (6)$$

где A – амплитуда перемещения, α – фаза перемещения.

Тогда, в зависимости от расположения бесконечно малых элементов часть их будет продолжать нагружаться по кривой 1-2 (рис. 3), а часть начнет разгружаться по кривым 1-3.

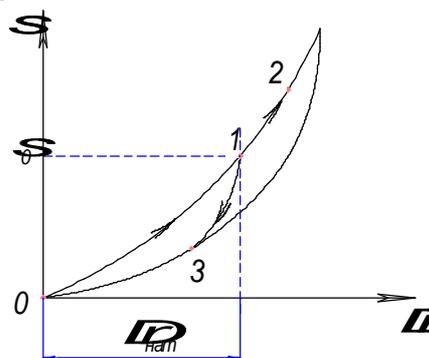


Рис. 3. Петля гистерезиса в координатах напряжения–плотность УДЭ

Радиальные и касательные деформации элемента, расположенного под углом θ к вертикальной оси, определяются по следующим формулам:

$$q(\theta, \alpha) = \Delta + y(\alpha) \cos(\theta), \quad (7)$$

$$\tau(\theta, \alpha) = y(\alpha) \sin(\theta). \quad (8)$$

Направление касательных напряжений в осевом сечении УДЭ, зависящее от направления перемещения шаровой опоры, пред-

ставлено на рис. 4. При движении шаровой опоры сверху вниз поток касательных сил трения обтекает вибратор по касательным против движения – снизу вверх. При движении снизу вверх – наоборот.

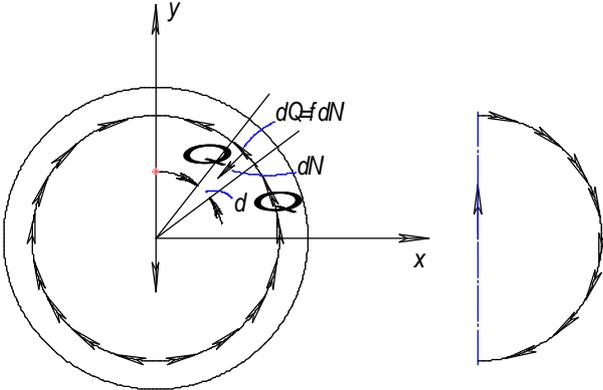


Рис. 4. Направление касательных сил

Координаты начал деформирования элементарного объема УДЭ в радиальном направлении определяется формулой:

$$q_0(\theta, \alpha) = \Delta + A \cdot (-1)^{vd(\alpha)} \cdot \cos(\theta), \quad (9)$$

где $vd(\alpha)$ – коэффициент загрузки демфера в целом:

$$vd(\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{если } \sin(\alpha) \geq 0 \\ 2, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (10)$$

то есть считается, что, если шаровая опора перемещается снизу вверх, виброизолятор в целом нагружается ($vd(\alpha)=1$), сверху вниз – разгружается ($vd(\alpha)=2$).

Координаты начал тангенциального проскальзывания элементарного объема УДЭ относительно шаровой опоры (предварительное смещение):

$$\tau_0(\theta) = A \sin(\theta). \quad (11)$$

Тогда, спроектировав все нормальные силы и потоки тангенциальных сил на ось OY с учетом знаков этих сил на этапах нагрузки и разгрузки, и проинтегрировав эти распределенные силы по поверхности шара, получим силу сопротивления виброизолятора в виде (12):

$$N_y = 2K \int_0^\pi \int_\beta^{\pi-\beta} \left\{ \sigma(\varepsilon, \varepsilon_0, \nu) \cdot R^2 \times \left[\cos \varphi + f_1(\theta, \alpha) \cdot \sin \varphi \right] \right\} d\varphi d\theta,$$

где $K=f(\bar{\rho})$ – функция, зависящая от относительной плотности материала МР, f_1 – коэффициент трения, θ_0 – угол при вершине упругодемпфирующего элемента, определяющий вырез под крепежный болт, ν – коэф-

фициент загрузки выделенного бесконечно-малого элемента.

В данном случае коэффициент загрузки выделенного бесконечно-малого объема УДЭ ν является функцией, зависящей от угла расположения рассматриваемого объема θ и фазы перемещения центрального тела α :

$$\nu(\theta, \alpha) = \begin{cases} 1, & \text{если } vd(\alpha)=1 \text{ и } \cos(\theta) > 0 \\ 2, & \text{если } vd(\alpha)=1 \text{ и } \cos(\theta) \leq 0 \\ 1, & \text{если } vd(\alpha)=2 \text{ и } \cos(\theta) \leq 0 \\ 2, & \text{иначе} \end{cases} \quad (13)$$

то есть при перемещении шаровой опоры снизу вверх все объемы УДЭ, расположенные в верхнем полушарии, нагружаются ($\nu(\theta, \alpha)=1$), а в нижнем – разгружаются ($\nu(\theta, \alpha)=2$). При движении сверху вниз – наоборот.

Так как силы трения любых пар трения при деформировании изменяются постепенно, асимптотически приближаясь к значению, определяемому законом Леонардо да Винчи (Кулона), сумма проекций всех этих сил на направление деформирования дает асимптотические процессы загрузки. Поэтому для учета «зон предварительных смещений» введен коэффициент трения, определяемый следующим образом (14):

$$f_1(\theta, \alpha) = f \cdot d\tau(\alpha) \cdot \left(1 - 2e^{-k|\tau(\theta, \alpha) + \tau_0(\theta) \cdot d\tau(\alpha)|} \right),$$

где f – коэффициент трения материала МР о сферический вибратор, k – постоянный коэффициент ($k=150 \dots 350$), $d\tau(\alpha)$ – регулятор знака, равный

$$d\tau(\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{если } \alpha = 0 \\ \text{знак}(\sin \alpha) & \text{иначе} \end{cases}. \quad (15)$$

Суммарный гистерезис N_y равен сумме гистерезиса в материале МР $N_{ymr}(\alpha)$ и гистерезиса от сухого трения вибратора о поверхность УДЭ $N_{yt}(\alpha)$

$$N_{ymr}(\alpha) = 2K(\bar{\rho}) \cdot \int_0^\pi \int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} \left[\sigma \left(\frac{q(\theta, \alpha)}{H}, \frac{q_0(\theta, \alpha)}{H}, \nu(\theta, \alpha) \right) \right] \times R^2 \cdot \cos \theta d\theta d\varphi \quad (16)$$

$$N_{yt}(\alpha) = 2K(\bar{\rho}) \cdot \int_0^\pi \int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} \left[\sigma \left(\frac{q(\theta, \alpha)}{H}, \frac{q_0(\theta, \alpha)}{H}, \nu(\theta, \alpha) \right) \right] \times R^2 \cdot f \cdot |\sin \theta| \cdot (-1)^{vd(\alpha)+1} d\theta d\varphi \quad (17)$$

На рис. 5 представлено поле упругогистерезисных петель виброизолятора, рассчитанное с помощью вышеупомянутой программы, для различных амплитуд колебаний для случая, когда радиус шаровой опоры $R=15\text{мм}$, толщина слоя УДЭ $H=5\text{мм}$, предварительный натяг $\Delta=1,25\text{мм}$.

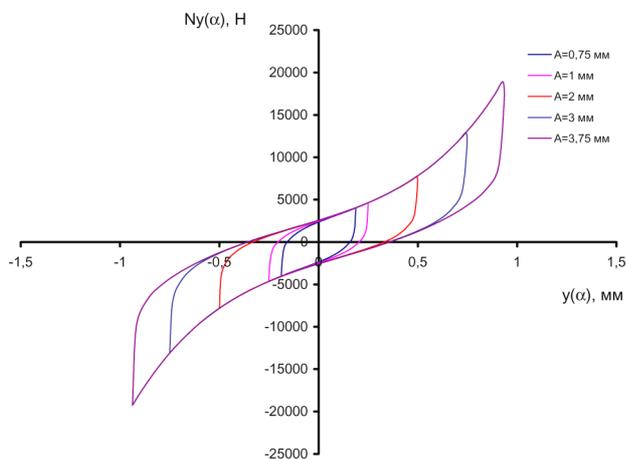


Рис. 5. Поле упругогистерезисных петель

Далее в работе осуществляется переход к критериям подобия. Т.к. для шарового виброизолятора имеется 13 параметров, определяющих процессы деформирования УДЭ: R, H, f, m – масса навески УДЭ, $A, Ny(\alpha), y, D$ – диаметр спирали, d – диаметр проволоки, E – модуль упругости, $\Delta, \theta, \rho_{ст}$, и 3 размерных параметра (сила, масса, линейные размеры), то по π -теореме [2] можно выделить 10 критериев подобия, полностью определяющих процессы деформирования УДЭ шарового виброизолятора. Это:

- 1) $\delta = D/d$ – относительный диаметр спирали;
- 2) $\bar{\rho} = \rho_{УДЭ}/\rho_{ст}$ – относит. плотность УДЭ в свободном состоянии;
- 3) $\delta l = \Delta/H$ – относит. Натяг;
- 4) $r = R/H$ – относит. радиус вибратора;
- 5) $a = A/H$ – относит. амплитуда перемещений вибратора;
- 6) f – коэф. трения вибратора об УДЭ;
- 7) θ – телесный угол выреза при полюсах УДЭ;
- 8) $\xi = y/H$ – текущая безразмерной деформация УДЭ в направлении оси OY ;
- 9) $\eta = Ny(\alpha)/ES$ – безразмерная сила сопротивления, $S = 4\pi R^2$
- 10) $k = EJ/D^2$ – относительная изгибная жесткость витка спирали, $J = \pi d^4/64$

Исследования, проведенные с исполь-

зованием программы, доказывают, что для различных типоразмеров шаровых виброизоляторов, имеющих идентичные 10 критериев подобия, при данной амплитуде колебаний петля гистерезиса зависимости относительной силы сопротивления от безразмерной деформации УДЭ для этих виброизоляторов также будет идентична.

На рис. 6 представлено поле упругогистерезисных петель виброизолятора в относительных параметрах.

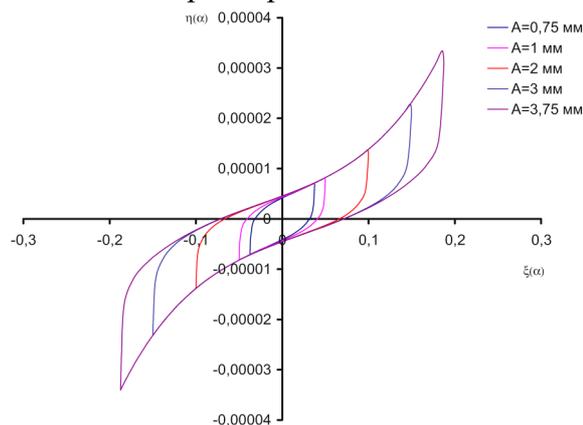


Рис. 6. Зависимость относительной силы сопротивления шарового слоя УДЭ от безразмерной деформации УДЭ для различных амплитуд колебаний

Определив площадь петли гистерезиса численным методом, найдена рассеянная энергия за один цикл колебаний. На рис. 7 представлена зависимость рассеянной энергии от относительной амплитуды колебаний.

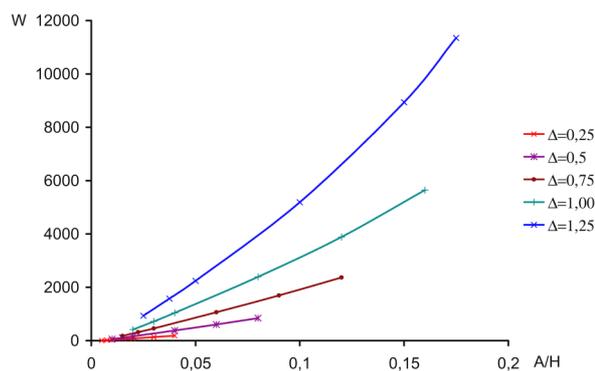


Рис. 7. Зависимость рассеянной энергии от относительной амплитуды колебаний и предварительного натяга

Разделив рассеянную энергию за период на потенциальную энергию деформации, найдем коэффициент поглощения:

$$\psi(A) = \frac{2 \cdot W}{N_y(\pi) \cdot A} \quad (18)$$

На рис. 8 представлена зависимость коэффициента поглощения от относительной амплитуды колебаний.

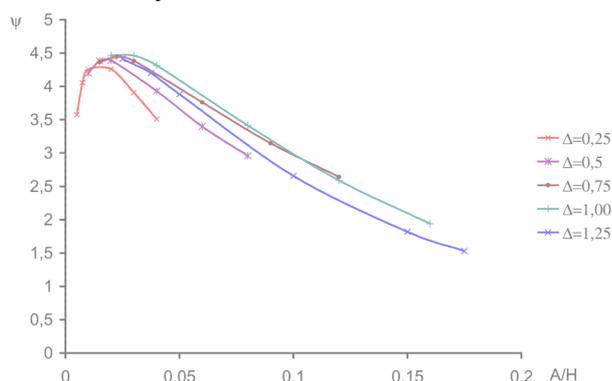


Рис. 8. Зависимость коэффициента поглощения от относительной амплитуды колебаний и предварительного натяга

Среднециклическая жесткость определяется по формуле:

$$C(A) = \frac{N_y(\pi)}{A}. \quad (19)$$

На рис. 9 показана зависимость среднециклической жесткости от относительной амплитуды колебаний.

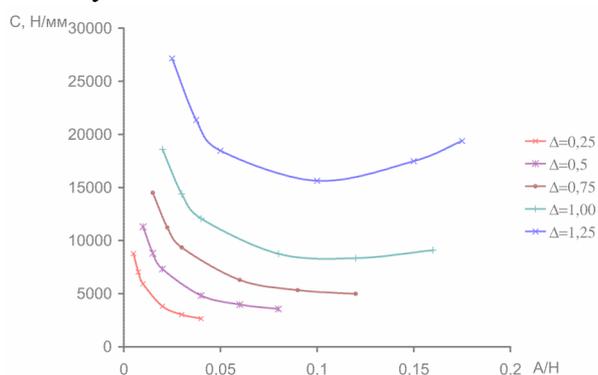


Рис. 9. Зависимость среднециклической жесткости от относительной амплитуды колебаний и предварительного натяга

Зная среднециклическую жесткость и коэффициент поглощения, можно создать программу расчета АЧХ виброизолятора, используя следующее трансцендентное уравнение:

$$A = \frac{y_{cm}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{(\omega_0(A))^2}\right)^2 + \left(\frac{\psi(A)}{2\pi}\right)^2}}, \quad (20)$$

где $y_{cm} = \frac{P_0}{C(A)}$ – статический прогиб виброизолятора;

$\omega_0(A) = \sqrt{\frac{C(A)}{M}}$ – собственная частота колебаний;

ω – частота вынуждающей силы.

Список литературы

1. Пономарев Ю.К., Котов А.С., Медников М.В. Шатров В.Г. Методика расчета и исследование характеристик цилиндрических опор с применением материала МР (металлорезины) при одноосном нагружении. В сб. трудов международного конгресса «Машиностроительные технологии МТ-04», Варна, Болгария, изд-во Болгарской академии наук, 2004, с. 128-131.
2. Кирпичев М.В. Теория подобия. Изд-во АН СССР, М., 1958.

DEVELOPMENT OF VIBRATION ISOLATOR MATHEMATICAL MODEL WITH THE SPHERICAL ELASTIC-DAMPING ELEMENT FROM THE MR MATERIAL

© 2006 J.K. Ponomarev, A.I. Ermakov, F.V. Parovai, A.S. Kotov, T.V. Volkova

Samara State Aerospace University

Analytical definition for elastic-hysteresis of the vibration isolator characteristics with thin-walled elastic-damping element from a MR material of a spherical type are considered.