

## ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ УПРУГИХ ИЗГИБНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ РОТОРА НА СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ И БЕСКОНТАКТНЫХ УПЛОТНЕНИЙ

© 2006 Д.Е. Устинов

Орловский государственный технический университет

Предложенный метод расчета, по мнению автора, является более точным способом описания сложной геометрии радиального зазора в подшипниках жидкостного трения и щелевых уплотнениях.

Стремительное развитие компьютерной техники дает нам все больше возможностей для моделирования реальных процессов. В частности для исследования динамического поведения высокоскоростных роторных систем на опорах жидкостного трения.

Процессы, протекающие в смазочном слое подшипников скольжения и в бесконтактных уплотнениях (в первую очередь в щелевых), имеют одну и ту же природу. И в том, и в другом случае мы имеем дело с течением среды в кольцевом эксцентричном зазоре под действием перепада давлений и относительного движения поверхностей, ограничивающих этот зазор. По этой причине в дальнейшем все рассуждения будем вести просто о опоре жидкостного трения, не акцентируясь на ее функциональном назначении.

Для анализа динамического поведения ротора на опорах жидкостного трения необходимо знать возникающие в них переменные по величине и направлению силы и моменты. В свою очередь, основой для определения нелинейных реакций опор являются текущие поля давлений в их смазочном слое (рис.1). Толщина смазочного слоя, зависящая, в общем случае, от координат центра шипа и угла  $\psi$  (рис.2) оказывает существенное влияние на распределение поля давлений в радиальном зазоре опоры скольжения, так как непосредственно входит в основное уравнение по его расчету – уравнение Рейнольдса. По этой причине точное определение геометрии кольцевой щели опор жидкостного трения представляет собой немаловажную задачу.

В зависимости от решаемых задач, моделирование геометрии кольцевой щели опор жидкостного трения выполняется с большей или меньшей степенью упрощения. Для случая концентричного положения шипа в ци-

линдрической втулке, радиальный зазор  $h$  постоянен в любой точке на опорной поверхности и равен  $h_0 = R - r$ . Если хотя бы одна из координат, характеризующих положение центра шипа ( $e$  и  $\varphi$  в полярной или  $X_0$  и  $Y_0$  в декартовой системе координат соответственно) не равна нулю, но оси ротора и втулки подшипника параллельны, то функция радиального зазора имеет вид:

в полярной системе координат –  

$$h = h_0 - e \cos(\psi - \varphi); \quad (1)$$

в декартовой системе координат –

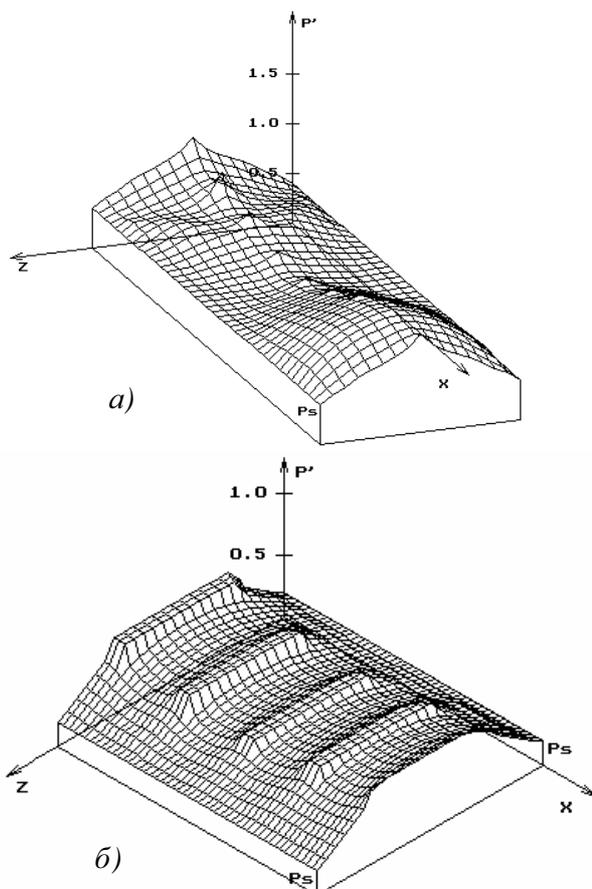


Рис.1. Характерные эпюры давлений для гидростатодинамических подшипников скольжения:  
 а) с точечными камерами;  
 б) с прямоугольными камерами

$$h = h_0 - X \sin \psi - Y \cos \psi, \quad (2)$$

где  $\psi$  – угловая координата по поверхности подшипника, определяющая радиальный зазор. Данная расчетная схема является классической и используется для исследования статических и динамических характеристик подшипников скольжения и щелевых уплотнений с момента возникновения гидродинамической теории смазки.

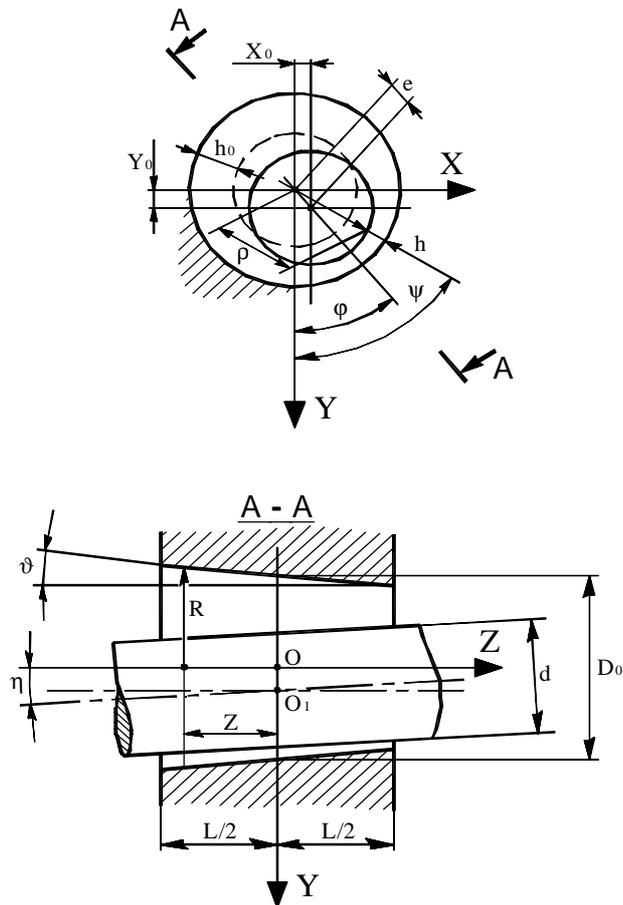


Рис.2. Схема кольцевого эксцентричного зазора

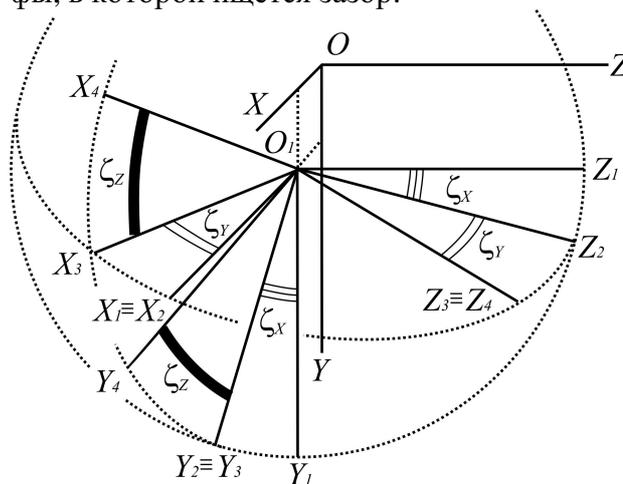
Далее отметим, что на практике зачастую встречаются кольцевые зазоры не цилиндрической формы. При дросселировании больших перепадов давлений в бесконтактных уплотнениях, цилиндрический канал изменяет свою геометрию вследствие упругой деформации стенок. В подобных случаях принято рассматривать конусный сужающийся зазор. В подшипниках скольжения конусность опорной поверхности может быть изначально задана исходя из технологических соображений.

Для конусного сужающегося зазора и если ось ротора не параллельна оси подшипника, что в реальных условиях наиболее ве-

роятно, закон изменения радиального зазора имеет уже довольно сложный вид. Функцию радиального зазора определим из рассмотрения его геометрии (рис.3), при этом будем считать, что ротор не перемещается в осевом направлении. Как видно из рисунка, функция радиального зазора определяется простым соотношением:

$$h = R - \rho, \quad (3)$$

где  $R$  – радиус поверхности втулки, зависящий от координаты  $Z$  и угла конусности  $\vartheta$ ;  $\rho$  – радиус-вектор точки на поверхности цапфы, в которой ищется зазор.



$$X_1 = X - X_0; \quad Y_1 = Y - Y_0; \quad Z_1 = Z;$$

$$X_2 = X_1; \quad Y_2 = Y_1 \cos \zeta_x - Z_1 \sin \zeta_x; \quad Z_2 = Z_1 \cos \zeta_x + Y_1 \sin \zeta_x;$$

$$X_3 = X_2 \cos \zeta_y - Z_2 \sin \zeta_y; \quad Y_3 = Y_2; \quad Z_3 = Z_2 \cos \zeta_y + X_2 \sin \zeta_y;$$

$$X_4 = X_3 \cos \zeta_z + Y_3 \sin \zeta_z; \quad Y_4 = Y_3 \cos \zeta_z - X_3 \sin \zeta_z; \quad Z_4 = Z_3$$

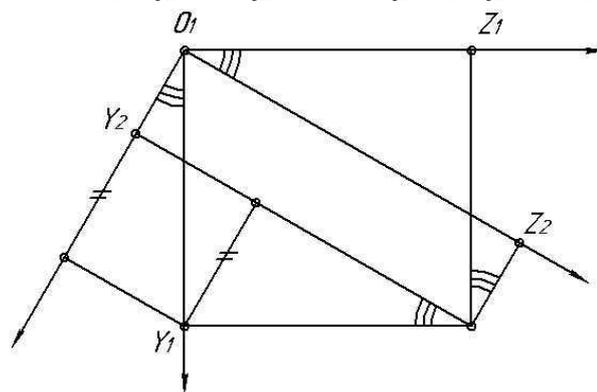


Рис.3. К определению функции радиального зазора

Для определения  $R$  достаточно еще раз обратиться к геометрии зазора. Ось втулки занимает стационарное положение, угол  $\vartheta$  считаем постоянным. В этом случае  $R = R_0 - Z\vartheta$ , где  $Z$  – осевая координата радиального сечения, в котором определяется функция зазора;  $R_0$  – радиус втулки опоры в плоскости  $XOY$ . ( $\vartheta$  имеет знак «+» когда убы-

вание радиуса  $R$  совпадает с направлением оси  $Z$ ).

Для более сложного случая, когда начало координат  $O$  не совпадает с плоскостью  $D_0$  втулки, формула для определения  $R$  усложняется: втулки в неподвижной системе  $OXYZ$ ;  $Z$  – координата радиального сечения, в котором определяется зазор.

$$R = R_0 - (Z - Z_0)\vartheta,$$

где  $Z_0$  – осевая координата центра

Ротор во втулке, в общем случае, занимает нестационарное положение, т.е. постоянно изменяет положение центра цапфы и угол перекоса  $\eta$ . Для определения радиус-вектора точки на поверхности цапфы необходимо перейти из неподвижной системы координат  $OXYZ$  в подвижную  $O_1X_4Y_4Z_4$ , связанную с осью цапфы.

Если осевые перемещения ротора отсутствуют, то положение  $O_1X_4Y_4Z_4$  относительно  $OXYZ$  характеризуется четырьмя координатами:  $X_0$  и  $Y_0$  определяют положение центра координат  $O_1$ ; углы  $\zeta_x, \zeta_y$  и  $\zeta_z$  (углы Эйлера) – поворот подвижной системы относительно неподвижной, соответственно, в плоскостях  $Y_1O_1Z_1, X_2O_1Z_2$  и  $X_3O_1Y_3$ . Здесь следует отметить, что при данной постановке задачи третий угол Эйлера  $\zeta_z$  – угол поворота  $O_1X_3Y_3Z_3$  относительно оси  $Z_3$ , принимается равным нулю, так как поверхность цапфы считается идеальной цилиндрической и данный угол принципиальной роли не играет. В этом случае уравнение поверхности цапфы, записанное в системе  $O_1X_3Y_3Z_3$  в виде  $X_3^2 + Y_3^2 = r^2$ , в неподвижной системе координат, с учетом малости углов Эйлера и смещений  $X_0$  и  $Y_0$ , принимает вид:

$$X^2 - 2XX_0 - 2XZ\zeta_x + Y^2 - 2YY_0 - 2YZ\zeta_y = r^2 \quad (4)$$

В этом случае выражение (3) в декартовой системе координат принимает вид:

$$h = h_0 - Z\vartheta - (X_0 + Z\zeta_x) \cdot \sin\psi - (Y_0 + Z\zeta_y) \cdot \cos\psi \quad (5)$$

При исследовании динамики многоопорных роторных систем, где в качестве третьей, четвертой и т.д. опоры может выступать щелевое уплотнение, в описанную выше модель имеет смысл внести ряд дополнений. Изменения связаны со смещением оси уплотнения относительно оси подшипников (рис.4). В связи с вышесказанным, система уравнений для определения радиально-

го зазора в кольцевом зазоре щелевого уплотнения в полярной системе координат имеет вид:

$$\begin{cases} h = \sqrt{e_{\dot{O}I}^2 + R_{\dot{O}I}^2 - 2 \cdot e_{\dot{O}I} \cdot R_{\dot{O}I} \cdot \cos(\psi - \varphi_{\dot{O}I})} - r_{\dot{O}I}; \\ R_{\dot{O}I} = R_{\dot{O}I}^0 - (Z_{\dot{O}I} - Z_{\dot{O}I}^0) \cdot \vartheta; \\ e_{\dot{O}I} = \sqrt{\delta_{\dot{N}\dot{O}}^2 + e - 2 \cdot \delta_{\dot{N}\dot{O}} \cdot e \cdot \cos(\Theta + \varphi)}; \\ \varphi_{\dot{O}I} = \pi - (\Theta + \sigma); \\ e = \sqrt{Y_{\dot{O}I}^2 + X_{\dot{O}I}^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{X_{\dot{O}I}}{Y_{\dot{O}I}}; \\ \sigma = \arcsin \frac{e \cdot \sin(\Theta + \varphi)}{e_{\dot{O}I}}. \end{cases} \quad (6)$$

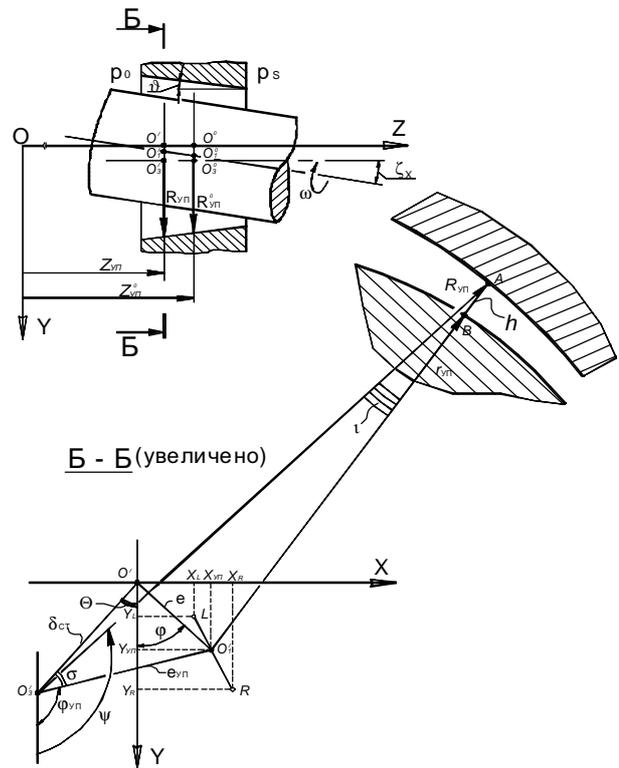


Рис.4. Схема определения радиального зазора в щелевом уплотнении

где  $r_{\text{УП}}$  – радиус ротора под уплотнением;  $R_{\text{УП}}^0, R_{\text{УП}}$  – соответственно, номинальный и текущий радиус втулки уплотнения;  $\vartheta$  – угол конусности втулки;  $e_{\text{УП}}, \varphi_{\text{УП}}$  – эксцентриситет и угол положения оси ротора относительно оси уплотнения;  $e, \varphi$  – эксцентриситет и угол положения оси ротора относительно оси подшипников.

Представленная система уравнений позволяет определить значение функции радиального зазора в любой точке кольцевого зазора.

Все рассмотренные выше методы расчета геометрии радиального зазора базировались на предположении, что ротор не подвержен изгибным деформациям, т.е. является абсолютно жестким. Однако в реальных машинах всегда присутствуют прогиб упругой линии ротора, что должно отражаться на геометрии кольцевого зазора опоры скольжения.

Рассмотрим следующую модель (рис.5): равножесткий осесимметричный ротор вращается с постоянной угловой скоростью в двух различных опорах скольжения. Положение оси вращения определяется центрами цапф в «левой» и «правой» опорах (точки 1 и 2 соответственно). Под действием внешних факторов

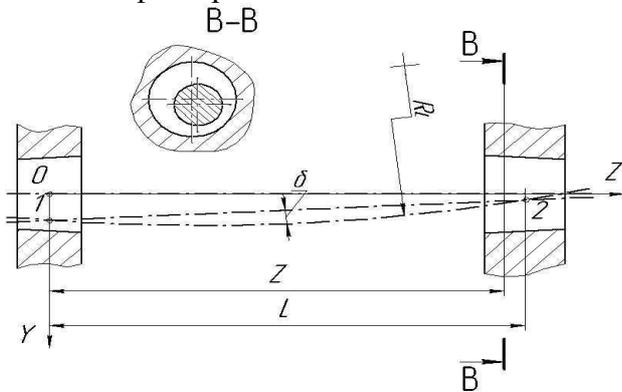


Рис.5. Схема роторной системы с упруго деформированным ротором

ротор прогибается на величину  $\delta$ . Упругая линия ротора лежит в плоскости, образованной самой линией и осью вращения. Втулка опоры скольжения имеет гладкую коническую поверхность с небольшим углом конусности  $\vartheta$ . Радиальный зазор определяется выражением (3). Необходимо определить радиус-вектор точки на поверхности цапфы.

Опишем упругую линию ротора дугой окружности радиусом  $R_L$  с центром в точке 3. Чтобы определить величину  $R_L$  воспользуемся правилом для выпуклого четырехугольника 1-3-2-4:

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = d_1^2 + d_2^2 + 4m^2, \quad (7)$$

где  $a, b, c, d$  – стороны;  $d_1, d_2$  – диагонали;  $m$  – отрезок, соединяющий середины диагоналей (рис.). Несложно доказать, что:

$$R_L = \frac{4\delta^2 + d_1^2}{8\delta}, \quad (8)$$

где  $\delta$  – максимальная величина прогиба упругой линии ротора;  $d_1$  – длина отрезка прямой, соединяющей центры цапф ротора в «пра-

вом» и «левом» подшипниках. В общем случае

$$d1 = \sqrt{(X_{01} - X_{02})^2 + (Y_{01} - Y_{02})^2 + L^2}, \quad (9)$$

где  $X_0, Y_0$  – координаты точек 1 и 2 в неподвижной системе координат  $OXYZ$ ;  $L$  – расстояние между центрами «левой» и «правой» опор вдоль оси  $OZ$ .

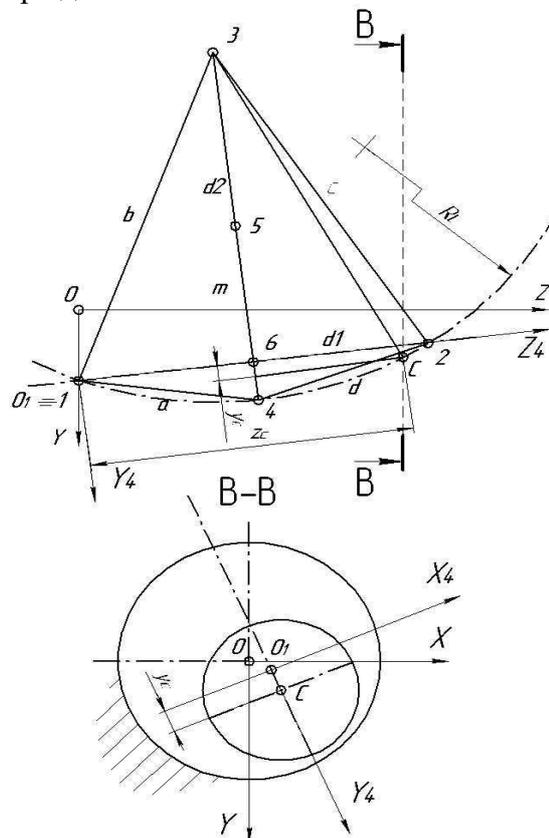


Рис.6. Схема расчета центра дуги, описывающей упругую линию ротора

Для дальнейших рассуждений нам понадобится подвижная система координат  $O_1X_4Y_4Z_4$  (см. рис.3). Плоскость  $O_1Y_4Z_4$  совпадает с плоскостью изгиба ротора;  $O_1Z_4$  совпадает с диагональю  $d_1$ . Тогда координаты центра дуги  $R_L$  в системе  $O_1X_4Y_4Z_4$  будут равны:

$$\begin{cases} X_{RL} = 0, \\ Y_{RL} = R_L - \delta, \\ Z_{RL} = 0,5d_1, \end{cases} \quad (10)$$

В свою очередь координаты центра окружности в текущем сечении  $B-B$  можно определить как:

$$\begin{cases} X_C = X_{RL}, \\ Y_C = \sqrt{R_L^2 - (Z_C - Z_{RL})^2} - Y_{RL}, \\ Z_C = Z_4 \end{cases} \quad (11)$$

Тогда координаты любой точки  $M$  на поверхности цапфы в сечении  $B-B$  связаны уравнением:

$$\begin{cases} Z_M = Z_C, \\ r^2 = X_M^2 + (Y_C - Y_M)^2, \end{cases} \quad (12)$$

где  $r$  – радиус цапфы ротора в сечении  $B-B$ .

Строго говоря, фигура сечения цапфы ротора  $B-B$  является не окружностью, а эллипсом, так как плоскость  $B-B$  не перпендикулярна оси ротора, а наклонена к ней под некоторым углом, но, принимая во внимание его малую величину, считаем фигурой сечения окружность.

Таким образом, принимая во внимание малость углов Эйлера, уравнение поверхности цапфы, записанное для  $O_1X_4Y_4Z_4$  в виде (12), при переходе к  $OXYZ$  становится системой уравнений:

$$\begin{cases} X_4^2 + (Y_C - Y_4)^2 = r^2, \\ X_4 = X_3 + Y_3 \zeta_Z, \\ Y_4 = Y_3 - X_3 \zeta_Z, \\ Y_C = \sqrt{R_L^2 - (Z_4 - Z_{RL})^2} - Y_{RL}, \\ X_3 = (X - X_0) - (Z + (Y - Y_0) \zeta_X) \zeta_Y, \\ Y_3 = (Y - Y_0) - Z \zeta_X, \\ Z_4 = Z + (Y - Y_0) \zeta_X + (X - X_0) \zeta_Y. \end{cases} \quad (13)$$

Если дополнить эту систему соотношениями  $X = \rho \cdot \sin \psi$ ;  $Y = \rho \cos \psi$ , то проведя соответствующие преобразования можно получить формулу

$$\rho = \rho(r, Z, \psi, X_0, Y_0, \zeta_X, \zeta_Y, \zeta_Z). \quad (14)$$

И далее, воспользовавшись выражением (3), возможно определить величину радиального зазора в любой точке кольцевой эксцентричной щели опоры скольжения.

Предложенный метод расчета, по мнению автора, является более точным способом описания сложной геометрии радиального зазора в подшипниках жидкостного трения и щелевых уплотнениях. Бесспорно, что он является и более трудоемким. На-

сколько целесообразным является такое усложнение модели опорного узла, можно судить только по результатам вычислительных экспериментов. Программная реализация данного метода позволит сделать этот вывод. Но уже сейчас можно утверждать, что при исследовании динамики ротора на двух или более опорах жидкостного трения, в качестве модели опорного узла целесообразно использовать модель опоры с непараллельными осями цапфы и втулки (рис. 2), так как она более приближена к реальному объекту.

### Список литературы

1. Позняк Э.Л. Колебания роторов/Э.Л. Позняк//Вибрации в технике. – М.: Машиностроение, 1980. – Т.3. – с. 130-189.
2. Бронштейн И.Н. Справочник для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1986. - 544 с.
3. Марцинковский В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин/В.А. Марцинковский. – М.: Машиностроение, 1980.–200с.
4. Кельзон А.С. Динамика роторов упругих опорах/А.С. Кельзон, Ю.П. Циманский, В.И. Яковлев. – М.: Наука, 1982. – 280 с.
5. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин. – М.: Машиностроение, 1982. – 264 с.
6. Беда И.Н. Разработка уточненной модели и исследование динамических характеристик системы ротор – щелевые уплотнения: дис. ... канд. техн. наук/И.Н. Беда. – М.: 1992. – 190 с.
7. Некрасов А.Л. Расчетный анализ нелинейных колебаний роторов турбомашин в подшипниках скольжения: дис. ... канд. техн. наук/А.Л. Некрасов. – М.: 1998. – 125с.
8. Устинов Д.Е. Влияние радиальных уплотнений на динамику высокоскоростных роторов на подшипниках скольжения с криогенной смазкой: дис. ... канд. техн. наук/Д.Е. Устинов. – Орел: 2001. – 252 с.

## ESTIMATION OF INFLUENCE OF ELASTIC BENDING DEFORMATIONS OF A ROTOR ON STATIC AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF FLUID-FILM BEARINGS AND CONTACTLESS SEALS

This article describes existing methods of calculation of a radial clearance function of fluid-film bearings and contactless seals. A new method of calculation of a radial clearance function in a circular eccentric clearance is offered. This method takes into consideration of elastic bending deformations of a rotor under assumption of an elastic rotor curve is described by an arc of a circle. Conclusion about rationality of complication of methods of calculation of circular eccentric clearance geometry for fluid-film bearings and contactless seals is presented.