*УДК 621.48*

# МЕТОД ОЦЕНКИ ПОТЕРИ МОЩНОСТИ ДВИГАТЕЛЯ СТИРЛИНГА ПРОСТОГО ДЕЙСТВИЯ ВСЛЕДСТВИЕ ПРОТЕЧКИ ЧЕРЕЗ УПЛОТНЕНИЯ РАБОЧЕГО ПОРШНЯ

© 2006 С.П. Столяров, А.С. Столяров

Санкт-Петербургский Государственный морской технический университет

Предложена методика расчетной оценки величины потери работы термодинамического цикла вследствие протечки рабочего тела через уплотнение машины Стирлинга, отделяющее рабочий объем от полости картера.

Рабочие поршни двигателей Стирлинга, как правило, имеют уплотнительные кольца скользящего типа.

Для обеспечения работоспособности пористой насадки регенератора, а также теплообменных поверхностей нагревателя и охладителя внутреннего контура, при создании двигателей одной из наиболее сложных важных задач является обеспечение герметичности поршневых уплотнений и сведение к минимуму возможности попадания смазочного масла во внутренний контур машины.

В настоящее время решение этой задачи осуществляется путем применения в машинах Стирлинга уплотнительных колец из композитных материалов, не нуждающихся в смазке и работающих в режиме сухого трения. Такие уплотнения допускают относительно малое удельное давление на втулку цилиндра, податливы под действием нагрузки, инертны по отношению к конструкционным материалам и рабочему телу, но имеют ограниченные возможности осуществлять теплоотвод от поверхностей трения, вследствие чего им свойственны повышенный износ и меньшая уплотняющая способность.

Для оценки количества рабочего тела, циклически проходящего через скользящее уплотнение сухого трения, получено расчетное соотношение в интегральной форме.

При выводе соотношения были приняты несколько упрощающих предположений. Главными из них являются следующие. Эффективное проходное сечение зазора между уплотняющим кольцом и втулкой является постоянной величиной. Зависимости объемов рабочих полостей от угла поворота вала гармонические, текущий объем рабочего контура $V(\alpha)$ определяется по формуле

$$V(\alpha)=0{,}5V_S\left(1-cos(\alpha+\delta)\right), \qquad (1)$$

где $V_S = V_{MAX} - V_{MIN}$ – размах изменения суммарного объема рабочего контура,

$\delta$ - сдвиг фаз между функциями давления в рабочем контуре и суммарного объема горячей и холодной полостей. В соответствии с обозначениями, принятыми в монографии Г. Ридера и Ч. Хупера [1],

$\delta = \Theta - \Lambda$. Фазовые сдвиги давления $\Theta$ и объема $\Lambda$ могут быть определены расчетным путем или на основании опытных данных.

Масса рабочего тела $M_{PT}$ и зависимость индикаторного давления от угла поворота коленчатого вала $P(\alpha)$ с достаточной точностью могут быть рассчитаны по изотермической методике Шмидта:

$$M_{PT}=\frac{P_{CP}V_S\left(D^2-1\right)B}{2RDT_X},$$

$$P(\alpha)=P_{CP}\frac{D^2-1}{D\left(D-cos(\alpha-\Theta)\right)}, \qquad (2)$$

где $D=\frac{P_{MAX}+P_{MIN}}{P_{MAX}-P_{MIN}}$, $P_{CP}=\frac{P_{MAX}+P_{MIN}}{2}$,

$P_{MAX}$, $P_{MIN}$ – максимальное и минимальное давление цикла, $B$ - кóмплексный параметр, определяемый на основании параметров внутреннего контура, $T_X$ - температура рабочего тела в охладителе.

Массовая протечка через уплотнение определяется по формуле Сен-Венана - Ванцеля (3):

$$\frac{dM}{d\alpha}=\frac{1}{\omega}\mu\, f\, P_1\frac{1}{\sqrt{RT}}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}}-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{2k-1}{2k}}\right)},$$

где: $\mu$ - коэффициент истечения, $k$ - показатель адиабаты рабочего тела, $f$ – проходное сечение зазора, $P_1$ - давление на входе в уплотнение, $T$ – температура рабочего тела в зоне уплотнения, которая задается независимо от параметров в рабочем контуре и в буферной полости, $P_2$ – давление на выходе из уплотнения, $\omega$ – угловая скорость вращения вала двигателя.

Введем безразмерную функцию протечки, в которой сосредоточены циклически изменяющиеся параметры цикла

$$S_{ПР}(\alpha)=\frac{\omega\sqrt{RT}}{\mu\, f\, P_{CP}}\int_0^{\alpha}\frac{dM}{d\alpha}d\alpha=$$

$$=\int_0^{\alpha}\frac{P_1}{P_{CP}}\sqrt{\frac{2k}{k-1}\left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}}-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{2k-1}{2k}}\right)}d\alpha. \qquad (3)$$

Теперь массовая протечка в функции от угла поворота коленчатого вала

$$M_{ПР}(\alpha)=\int_0^{\alpha}\frac{dM}{d\alpha}d\alpha=S_{ПР}(\alpha)\frac{\mu\, f\, P_{CP}}{\omega\sqrt{RT}}. \qquad (4)$$

По условию равенства протечек в противоположных направлениях определены величина давления в картере и масса рабочего тела, перетекшего за цикл в одном направлении

$$P_{КАРТ}=K_A\cdot P_{CP},$$

$$M_{ПР}=max(S_{ПР})\frac{30\mu\, D_У\, \delta_У\, P_{CP}}{n\sqrt{RT}}, \qquad (5)$$

где $D_У$ – диаметр уплотнения,

$\delta_У$ – расчетный зазор,

$n$ – частота вращения,

$R$ – газовая постоянная,

$max(S_{ПР})$ – максимальное значение функции протечки.

Результаты численного решения задачи для диапазона $2 \le D \le 20$, охватывающего как форсированные двигатели, так и низкотемпературные машины Стирлинга, в том числе холодильно-газовые, показаны на рис. 1. По полученным точкам методом наименьших квадратов построены аппроксимирующие зависимости

$$max(S_{ПР})=0{,}4114+7{,}675\cdot D^{-1}-14{,}32\cdot D^{-2}+10{,}42\cdot D^{-3},$$

$$K_A=1{,}0003-0{,}00704\cdot D^{-1}-0{,}4437\cdot D^{-2}-0{,}1582\cdot D^{-3}. \qquad (6)$$

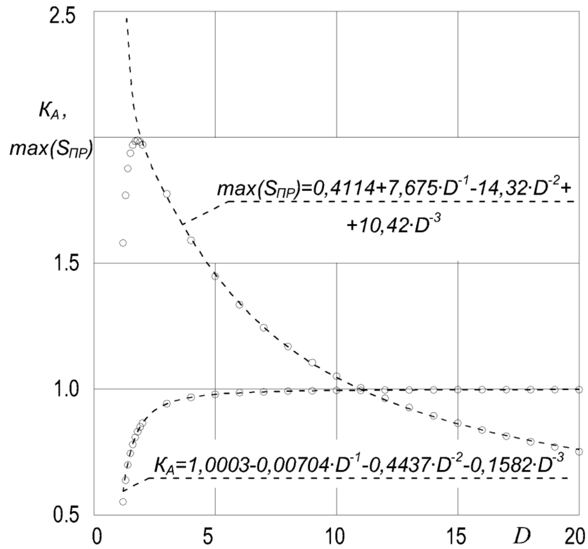


*Рис. 1. Расчетные точки и аппроксимирующие зависимости для коэффициентов $max(S_{ПР})$ и $K_A$, соответственно характеризующих протечку и равновесное соотношение средних давлений в буферной полости и в рабочем контуре*

Принято, что давление в рабочем контуре в каждой точке цикла уменьшается пропорционально массе протечки через уплотнение.

$$\Delta P(\alpha)=P(\alpha)\frac{M_{ПР}}{M_{РТ}}, \qquad (7)$$

где $P(\alpha)$ - давление в рабочем контуре.

Максимальная величина протечки из рабочего контура достигается к моменту выравнивания давления в цилиндре с давлением в картере. Соответствующее уменьшение индикаторного давления по отношению к расчетному циклу без протечки можно оценить по соотношению

$$\Delta P_{MAX}=\frac{M_{ПР}}{M_{РТ}}P_{CP}= \qquad (8)$$

$$=P_{CP}\frac{\mu\delta_У\, D_У}{F_{ГП}}\frac{T_X}{T}\frac{\sqrt{RT}}{c_{МГ}}\frac{2D\,max(S_{ПР})}{(D^2-1)B},$$

где $F_{ГП}$ – площадь поршня горячего цилиндра,

$c_{МГ}$ – средняя скорость поршня в горячем цилиндре.

Потеря работы цикла вследствие протечки рабочего тела через уплотнение

$$\Delta L=\int_0^{2\pi}\Delta P(\alpha)dV. \qquad (9)$$

Согласно

$$dV = 0{,}5V_S \, sin(\alpha + \delta) d\alpha \qquad (10)$$

с учетом (7), (2), (5)

$$\Delta L = \int_0^{2\pi} P_{CP} \frac{D^2 - 1}{D(D - cos(\alpha))} \frac{\dfrac{\mu \, f \, P_{CP}}{\omega\sqrt{RT}} S_{\Pi P}(\alpha)}{\left(\dfrac{P_{CP} V_{PK} (D^2 - 1) B}{2RDT_X}\right)} \cdot$$

$$\cdot \, 0{,}5V_{PK} \, sin(\alpha + \delta) d\alpha \, . \qquad (11)$$

После преобразований получим

$$\Delta L = \qquad (12)$$

$$= P_{CP} \frac{\mu \, f}{\omega\sqrt{RT}} \frac{RT_X}{B} \int_0^{2\pi} \frac{S_{\Pi P}(\alpha)}{D - cos(\alpha)} sin(\alpha + \delta) d\alpha \, .$$

Существенно упростить выражение позволяет замена $P(\alpha)$ на $P_{CP}$. По результатам численных экспериментов для $D$ в диапазоне от 4 до 20 и $\delta$ в диапазоне от 10° до 30°, ошибка величины $\Delta l$ в результате этой замены составляет не более 4%. С учетом введенного упрощения

$$\Delta L = \int_0^{2\pi} P_{CP} \frac{\dfrac{\mu \, f \, P_{CP}}{\omega\sqrt{RT}} S_{\Pi P}(\alpha)}{\left(\dfrac{P_{CP} V_S (D^2 - 1) B}{2RDT_X}\right)} \cdot$$

$$\cdot \, 0{,}5V_{PK} \, sin(\alpha + \delta) d\alpha \, . \qquad (13)$$

После преобразований

$$\Delta L = \frac{P_{CP} \mu \, f R D T_X}{\omega\sqrt{RT}(D^2 - 1)B} \int_0^{2\pi} S_{\Pi P}(\alpha) sin(\alpha + \delta) d\alpha =$$

$$= \Delta P_{MAX} \, V_S \, \Delta l \, , \qquad (14)$$

где $\Delta l$ - безразмерная потеря работы цикла

$$\Delta l = \int_0^{2\pi} \frac{S_{\Pi P}(\alpha)}{max(S_{\Pi P})} sin(\alpha + \delta) d\alpha =$$

$$= \int_0^{2\pi} \overline{S}_{\Pi P}(\alpha) sin(\alpha + \delta) d\alpha =$$

$$= cos(\delta) \int_0^{2\pi} \overline{S}_{\Pi P}(\alpha) sin(\alpha) d\alpha +$$

$$+ sin(\delta) \int_0^{2\pi} \overline{S}_{\Pi P}(\alpha) cos(\alpha) d\alpha \, . \qquad (15)$$

Так как функция $S_{\Pi P}(\alpha)$ нечетная относительно α=180° (см. формулы и рис. 2)

$$\int_0^{2\pi} \overline{S}_{\Pi P}(\alpha) cos(\alpha) d\alpha = 0. \qquad (16)$$

В итоге получаем

$$\Delta l = cos(\delta) \int_0^{2\pi} \overline{S}_{\Pi P}(\alpha) sin(\alpha) d\alpha \, . \qquad (17)$$

Иллюстрация к численному решению задачи при $D$=4, δ=15° приведена на рис. 2.

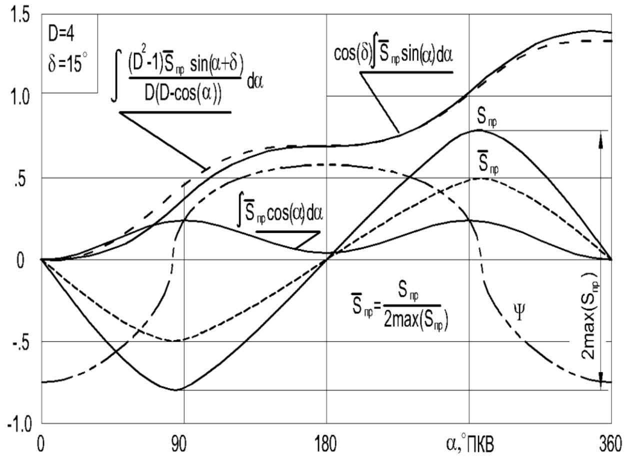


*Рис. 2. Изменение основных параметров по углу поворота коленчатого вала при D=4, δ=15 °.*

Обозначим

$$\Delta l' = \frac{\Delta l}{cos(\delta)} = \int_0^{2\pi} \overline{S}_{\Pi P}(\alpha) sin(\alpha) d\alpha \, . \qquad (18)$$

Зависимость $\Delta l'$ от параметра $D$ в диапазоне $2 \le D \le 20$ приведена на рис. 3.

Эту зависимость можно достаточно точно описать алгебраическим выражением

$$\Delta l = 0{,}605074 + 11{,}4047 D^{-1} -$$

$$- 17{,}9487 D^{-2} + 13{,}2756 D^{-3} , \qquad (19)$$

причем с погрешностью менее 2% допустимо принять $\Delta l = 1{,}44$.

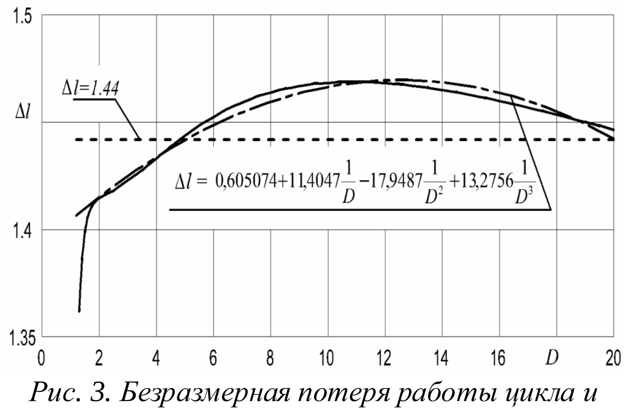


*Рис. 3. Безразмерная потеря работы цикла и рекомендуемые аппроксимации*

В итоге предлагается компактное соотношение

$$\Delta L = \int_0^{2\pi} \Delta P(\alpha) \cdot \frac{dV_S}{d\alpha} \cdot d\alpha =$$

$$= \Delta l' \cdot \Delta P_{MAX} \cdot V_S \cdot cos(\delta) \approx$$
$$\approx 1{,}44 \cdot \Delta P_{MAX} \cdot V_S \cdot cos(\delta), \qquad (20)$$

для расчетной оценки величины потери работы термодинамического цикла вследствие протечки рабочего тела через уплотнение машины Стирлинга, отделяющее рабочий объем от полости картера.

**Список литературы**

1. Ридер Г., Хупер Ч. Двигатели Стирлинга: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 464 с.

## A METHOD FOR EVALUATION OF POWER LOSS OF THE SIMPLE ACTION TYPE STIRLING ENGINE DUE TO PISTON LEAKAGE



The effectiveness of the expanding gas in converting its pressure energy into mechanical work clearly depends on power piston being well sealed in the cylinder in which it moves. The Schmidt ideal isotermal analysis of a working cycle of the Stirling engine was used in order to determine this dependence. As a result the approximate formulae for the leakage and for the power loss have been derived and are presented.