

## МЕТОД РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ЖЕСТКОГО РОТОРА НА ОПОРАХ ЖИДКОСТНОГО ТРЕНИЯ

© 2006 Л.А. Савин, О.В. Соломин, Д.Е. Устинов

Орловский государственный технический университет

Приведены методика и результаты расчета траекторий движения центров цапф жесткого ротора на двух различных опорах жидкостного трения. Анализ траекторий позволяет сделать вывод о наличии конической прецессии оси ротора и о установившемся движении в каждой опоре. Предложенный метод позволяет оценить работоспособность роторной системы, включающей в себя вращающийся с постоянной скоростью жесткий недеформируемый ротор, гидростатодинамические подшипники скольжения и бесконтактные радиальные уплотнительные устройства.

В современном мире широкое распространение получили турбоагрегаты с высокоскоростными роторами, установленными на опорах жидкостного трения, что обусловлено, в первую очередь, их практически неограниченной быстроходностью и долговечностью. Одной из основных причин, сдерживающих развитие данного класса машин можно назвать появление на отдельных режимах работы недопустимых вибраций в роторных системах. Отличительная особенность роторных вибраций состоит в том, что, в подавляющем большинстве случаев, они связаны с поперечными колебаниями роторов, в то время как крутильные и продольные колебания играют несравненно меньшую роль [1 – 6]. Наиболее существенное влияние на динамическое поведение различных типов турбоагрегатов оказывают неуравновешенность ротора и возбуждающие низкочастотную вибрацию неконсервативные силы в смазочном слое подшипников скольжения. Помимо этого, компоновка любой роторной машины включает в себя систему бесконтактных уплотнений, которые также способны оказывать влияние на динамику роторной системы. Многими исследователями отмечалось, что для более полного анализа и прогнозирования вибрационного состояния высокоскоростных роторных систем необходимо вести расчет их динамических характеристик именно с учетом гидродинамических процессов, протекающих в кольцевых зазорах радиальных бесконтактных уплотнений [3, 5, 7, 8]. Таким образом,

можно утверждать, что роторную систему любого высокоскоростного турбоагрегата следует рассматривать как ротор на нескольких опорах жидкостного трения и проводить анализ ее динамики именно с этих позиций.

Динамическое поведение высокоскоростного ротора, опирающегося на опоры жидкостного трения, во многом определяется совокупностью действующих на него переменных по величине и направлению возмущающих сил. В качестве внутренних факторов, оказывающих динамическое воздействие на ротор, следует рассматривать силы, обусловленные гидростатодинамическими эффектами в подшипниках скольжения и бесконтактных уплотнениях, а также автоколебательных процессов в смазочном/уплотняющем слое. Внешними факторами являются вес ротора, его статическая и динамическая неуравновешенность, а также нестационарные нагрузки на турбине и рабочих колесах. Теоретический анализ возможных движений ротора под действием такой системы сил позволяет, еще на этапе проектирования, оценить правильность выбора геометрических и рабочих параметров роторной системы и выбрать, таким образом, оптимальный вариант ее компоновки. Основу теоретического анализа составляет определение характера радиальных движений цапф ротора в плоскости зазора подшипников при заданной компоновочной схеме системы «ротор – подшипники

скольжения – уплотнения» (далее РПСУ) и условиях ее работы.

Для изучения динамического поведения системы РПСУ воспользуемся методом траекторий. Этот метод основан на совместном численном интегрировании системы уравнений гидродинамики несущего слоя и уравнений движения ротора, что позволяет исследовать влияние нелинейных реакций смазочно - уплотняющего слоя подшипников скольжения и уплотнений и дает возможность моделировать реальное динамическое поведение ротора при любых эксцентриситетах.

Траектории движения цапфы представляют собой геометрическое место точек, определяющих положение центра опорной части ротора в средней плоскости подшипника, движущегося под действием системы внешних возмущающих сил и внутренних силовых факторов в конкретный момент времени. Траектория является диаграммой, построенной в полярных координатах; положение каждой точки характеризуется эксцентриситетом  $e$  и углом положения линии центров  $\varphi$ . Таким образом, получив в результате расчета траектории движения центров цапф ротора во всех опорах, по их форме и размерам можно судить о характере пространственного движения ротора. Оценить наличие цилиндрической или конической прецессии оси ротора, или какого-либо более сложного движения роторной системы.

Рассмотрим горизонтально расположенный ротор, обладающий осевой симметрией и вращающийся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  в двух различных подшипниках скольжения (рис. 1). Условно обозначим

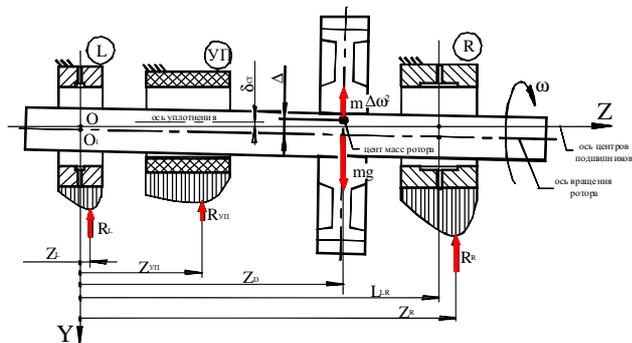


Рис. 1. Модель системы «ротор – подшипники скольжения – уплотнение»

их как «левый» и «правый», с соответствующими

индексами  $L$  и  $R$ . Центр тяжести  $C$  расположен несимметрично относительно опор и смещен относительно оси вращения на малую величину  $\Delta$ . Ротор полагаем абсолютно жестким, т.е. неподверженным изгибным и крутильным деформациям. Роторная система уплотняется одним щелевым уплотнением. Центр уплотнения смещен относительно начала координат на величину  $Z_{yn}^0$ . Объектом исследования являются поперечные колебания ротора, вызванные его статической и динамической неуравновешенностью, а также нелинейными реакциями подшипников скольжения и уплотнений. Втулки полагаем жестко закрепленными в массивном корпусе агрегата и не участвующими в колебательном процессе.

Движение ротора рассматриваем в неподвижной системе координат  $OXYZ$  с началом  $O$  в середине левого подшипника; ось  $OZ$  проходит через центр втулки правого подшипника. Перемещение ротора вдоль оси  $OZ$  принимаем равным нулю. Тогда положение ротора в пространстве, при условии постоянства угловой скорости, определяется четырьмя координатами.

Будем рассматривать движение в пространстве ротора как твердого тела под действием системы сил, включающую в себя силу собственного веса, переменные по направлению силы дисбаланса и нелинейные реакции подшипников скольжения и радиальных уплотнений (рис. 2). Уравнения

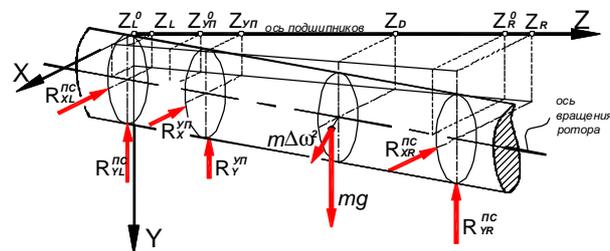


Рис. 2. Силовые факторы, действующие на ротор

движения ротора в этом случае имеет вид

[9]:

$$\begin{cases}
 m \left[ \frac{Z_D}{L_{LR}} (\ddot{X}_R - \ddot{X}_L) + \ddot{X}_L \right] = R_{XR}^{nc} + R_{XL}^{nc} + R_X^{yn} + m\omega^2 \Delta \sin \omega t; \\
 m \left[ \frac{Z_D}{L_{LR}} (\ddot{Y}_R - \ddot{Y}_L) + \ddot{Y}_L \right] = R_{YR}^{nc} + R_{YL}^{nc} + R_Y^{yn} + m\omega^2 \Delta \cos \omega t + mg; \\
 \frac{J_0 \omega}{L_{LR}} (\dot{X}_R - \dot{X}_L) + \mathcal{L} \omega^2 \sin[2 \cdot (\omega t - \Gamma)] = \\
 = R_{XL}^{nc} Z_D - R_{XR}^{nc} \cdot (L_{LR} - Z_D) - R_X^{yn} \cdot (Z_{yII} - Z_D); \\
 \frac{J_0 \omega}{L_{LR}} (\dot{Y}_R - \dot{Y}_L) - \mathcal{L} \omega^2 \sin[2 \cdot (\omega t - \Gamma)] = \\
 = R_{YL}^{nc} Z_D - R_{YR}^{nc} \cdot (L_{LR} - Z_D) - R_Y^{yn} \cdot (Z_{yII} - Z_D).
 \end{cases} \quad (1)$$

Аналитическое решение данной системы уравнений не представляется возможным из-за отсутствия аналитических зависимостей для определения нелинейных реакций подшипников скольжения и уплотнений. Поэтому, для определения координат  $X_L; Y_L; X_R; Y_R$  в каждый момент времени, используется численный метод. Последовательность определения траекторий движения обоих цапф ротора представлена на рис. 3. Рассмотрим подробно содержание каждого блока данного алгоритма.

В первом блоке задаются все начальные и граничные условия, а также рабочие и геометрические параметры всех элементов динамической системы РПСУ, необходимые для дальнейших расчетов. Кроме этого, здесь определяется величина шага интегрирования  $\Delta t = t_0 / Z_0$  и время движения. Второй блок необходим для организации начала процесса интегрирования уравнений движения ротора.

Блоки с третьего по пятый являются отдельными подпрограммами, в каждой из которых определяются нелинейные реакции опор скольжения, а также восстанавливающие моменты, вызванные асимметрией поля давлений в смазочно-уплотняющем слое, вследствие перекаса ротора во втулке. Расчет поля давлений в смазочном слое подшипников и уплотнений жидкостного трения основан на численном интегрировании уравнения Рейнольдса методом конечных разностей.

Шестой блок служит для организации начала итерационного цикла по определению координат центров цапф ротора на последующем шаге интегрирования. В нем, для первой итерации, рассчитываются производные по времени от реакций в опорах сколь-

жения в точке  $J$ . Вследствие отсутствия точных аналитических зависимостей для определения  $R^{nc}$  и  $R^{yn}$ , их производные заменяются разностными аналогами вида:



Рис. 3. Алгоритм расчета траекторий движения центров цапф жесткого ротора

при первой итерации:  $\left. \frac{dR}{dt} \right|_J \approx \frac{R_J - R_{J-1}}{\Delta t}$

при последующих итерациях:

$$\left. \frac{dR}{dt} \right|_J \approx \frac{R_{J+1} - R_{J-1}}{2 \cdot \Delta t} \quad (3)$$

Для начальной точки ( $J = 0$ ), при определении производных, используются следующие выражения:

при первой итерации:

$$\left. \frac{dR}{dt} \right|_0 = 0 \quad (4)$$

при последующих итерациях:

$$\left. \frac{dR}{dt} \right|_0 \approx \frac{R_{J+1} - R_J}{\Delta t} \quad (5)$$

В седьмом блоке осуществляется коррекция геометрических характеристик динамической системы РПСУ с учетом возникающих в опорах скольжения восстанавливающих моментов (рис. 4):

$$\Delta Z = M_R / R \quad (6)$$

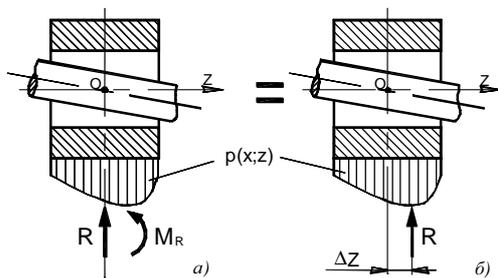


Рис. 4. Коррекция геометрических характеристик системы РПСУ с учетом восстанавливающих моментов

В восьмом блоке, из уравнений движения ротора (1), находятся ускорения в точках, характеризующих центры цапф  $\ddot{X}_L, \ddot{Y}_L, \ddot{X}_R, \ddot{Y}_R$ .

Полученные значения ускорений, для  $J$ -ого положения центров цапф ротора используются в девятом блоке для определения координат и скоростей на следующем,  $J+1$ -ом шаге. Для их определения, при  $J > 4$ , использован 4-х шаговый метод Адамса-Башфорта; для первых четырех точек – метод Эйлера.

В десятом блоке выполняется итерационный цикл, предназначенный для уточнения координат и скоростей центров цапф ротора для  $J+1$ -го положения с учетом новых зна-

чений производных сил и реакций в подшипниках скольжения и бесконтактных уплотнениях. Итерационный цикл продолжается до тех пор, пока не будет выполняться условие:

$$\Delta R_{J+1} = \max \left| \frac{R_{J+1} - R_{J+1}^{пред}}{R_{J+1}} \right| \leq \varepsilon$$

где  $\varepsilon$  – заданная точность расчета.

По завершении цикла процедура повторяется для следующего положения ротора и т.д. После выполнения условия  $J > Z$ , в двенадцатом блоке, по результатам расчетов, строятся траектории центров цапф и по их форме и размерам делается вывод об устойчивости движения ротора.

На рис. 5 в качестве примера приведены результаты расчета траекторий движения центров цапф жесткого ротора на двух различных опорах жидкостного трения. Анализ траекторий позволяет сделать вывод о наличии конической прецессии оси

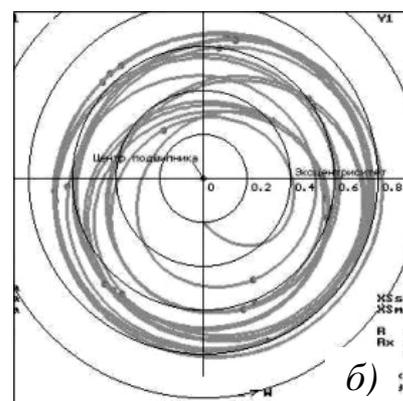
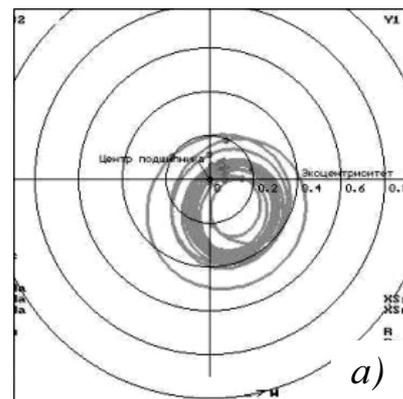


Рис. 5. Траектории движения центров «правой» и «левой» цапф жесткого ротора (Смазка – жидкий водород,  $T_0 = 20^\circ K$ ,  $\omega = 1300$  рад/сек,  $h_0 = 50$  мкм,  $D = 40$  мм,  $L_R = 60$  мм,  $L_L = 80$  мм)

ротора и о установившемся движении в каждой опоре. Таким образом предложенный метод позволяет оценить работоспособность роторной системы, включающей в себя вращающийся с постоянной скоростью жесткий недеформируемый ротор, гидростатодинамические подшипники скольжения и бесконтактные радиальные уплотнительные устройства.

Следует отметить, что рост производительности компьютеров делает все более привлекательной программную реализацию этого алгоритма, так как за более короткий промежуток времени можно получить результаты расчетов. Другим эффективным способом сократить временные затраты на расчет траекторий пространственного движения ротора является использование алгоритмов параллельных вычислений с применением нескольких компьютеров. Так, например, определив текущее положение оси вращения ротора, возможно одновременно вести расчет в блоках 3 – 5. В этом случае затраты машинного времени для решения всей задачи должны сократиться в кратное количество раз.

В заключение отметим, что описанный выше алгоритм нашел свое применение в разработанном авторами программном комплексе [10] и позволяет, при незначительной модификации, вести расчет роторных систем с произвольным числом опор жидкостного трения.

### Список литературы

1. Позняк, Э.Л. Колебания роторов / Э.Л. Позняк // Вибрации в технике. – М.: Машиностроение, 1980. – Т.3. – с. 130-189.

2. Вибрация энергетических машин/ под ред. Н.В.Григорьева. – М.: Машиностроение, 1974. – 464с.

3. Марцинковский, В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин / В.А. Марцинковский. – М.: Машиностроение, 1980. – 200с.

4. Кельзон, А.С. Динамика роторов упругих опорах / А.С. Кельзон, Ю.П. Циманский, В.И. Яковлев. – М.: Наука, 1982. – 280с.

5. Костюк, А.Г. Динамика и прочность турбомашин. – М.: Машиностроение, 1982. – 264с.

6. Хронин, Д.В. Колебания в двигателях летательных аппаратов / Д.В. Хронин. – М.: Машиностроение, 1980. – 296 с.

7. Беда, И.Н. Разработка уточненной модели и исследование динамических характеристик системы ротор – щелевые уплотнения: дис. ... канд. техн. наук / И.Н. Беда. – М., 1992. – 190 с.

8. Некрасов, А.Л. Расчетный анализ нелинейных колебаний роторов турбомашин в подшипниках скольжения : дис. ... канд. техн. наук / А.Л. Некрасов. – М., 1998. – 125 с.

9. Устинов, Д.Е. Влияние радиальных уплотнений на динамику высокоскоростных роторов на подшипниках скольжения с криогенной смазкой : дис. ... канд. техн. наук / Д.Е. Устинов. – Орел, 2001. – 252 с.

10. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2000610593 «Программа расчета характеристик подшипников скольжения с криогенной смазкой ‘Подшипник-криоген’» // Савин Л.А., Соломин О.В., Устинов Д.Е. и др. Зарегистрировано 7.07.2000.

## A METHOD OF CALCULATION OF 3D MOTION OF A RIGID ROTOR WITH FLUID-FILM BEARINGS

© 2006 L.A. Savin, O.V. Solomin, D.E. Ustinov

An algorithm of calculation of 3D motion of a rigid unbalanced rotor with fluid-film bearings taking into consideration influence of contactless seals is presented. The basic equations of dynamics of a rigid rotor are given and a numerical method for its solution is described. The trajectories of journal centers obtained by means of the developed algorithm are presented.