УДК 62-752

РЕЛАКСАЦИОННОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ КАК ОСНОВА ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ ДЛА

© 2006 Ф.М.Шакиров

Самарский государственный аэрокосмический университет

В работе проводится описание модели с нелинейным релаксационным демпфированием и результаты исследования на ее основе динамики многоуровневых систем.

Методология исследования динамики агрегатов и узлов ДЛА и устройств виброзащиты человека как систем релаксационного демпфирования [1,2], подверженных действию вибрационного возмущения, базируется на моделях с вязким трением. Вместе с тем, демпфирование в ДЛА часто носит нелинейный характер и зависит от амплитуды возмущения, что не учитывается элементами вязкого трения. В настоящей работе дана оценка динамических характеристик объектов, модели которых сводятся к модели с релаксационным механизмом нелинейного демпфирования.

На рис.1 представлены схемы колебательной системы с демпфером, сила сопротивления в котором пропорциональна n–ой степени относительной скорости через демпфер (где n – действительное неотрицательное число), и упруго-демпферной подвеской в форме реологической модели Пойнтинга–Томсона (иначе – Зенера).

Движение объекта массы m описывается системой уравнений

$$\left.\begin{aligned} &m\ddot{x}_2(t)+c_1\delta(t)+c\left[\delta(t)-z(t)\right]=F(t)\\ &c\left[\delta(t)-z(t)\right]=d_n\cdot\left|\dot{z}(t)\right|^n\cdot\operatorname{sgn}\left[\dot{z}(t)\right]\end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

которая для кинематического возмущения имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &m\ddot{x}_2(t)+c_1\left[x_2(t)-x_1(t)\right]+c\left[x_2(t)-x_3(t)\right]=0\\ &c\left[x_2(t)-x_3(t)\right]=d_n\cdot\left|\dot{x}_3(t)-\dot{x}_1(t)\right|^n\cdot\operatorname{sgn}\left[\dot{x}_3(t)-\dot{x}_1(t)\right]\end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

а для силового – следующий:

$$\left.\begin{aligned} &m\ddot{x}_2(t)+c_1x_2(t)+c\left[x_2(t)-x_3(t)\right]=F(t)\\ &c\left[x_2(t)-x_3(t)\right]=d_n\cdot\left|\dot{x}_3(t)\right|^n\cdot\operatorname{sgn}\left[\dot{x}_3(t)\right]\end{aligned}\right\}. \qquad (3)$$

Здесь d_n - коэффициент демпфирования, пропорционального n-ой степени относительной скорости через диссипативный элемент; c, c_1 - коэффициенты жесткости релаксационного и несущего упругих элементов; $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ - абсолютные смещения из равновесных положений основания, объекта и точки сочленения релаксационной пружины с демпфером, соответственно; $\delta(t)=x_2(t)-x_1(t)$ - смещение объекта относительно основания; $z(t)=x_3(t)-x_1(t)$ - относительное перемещение через демпфер; $F(t)$ - внешняя возмущающая сила; точки над переменными означают соответствующие производные функций по времени.

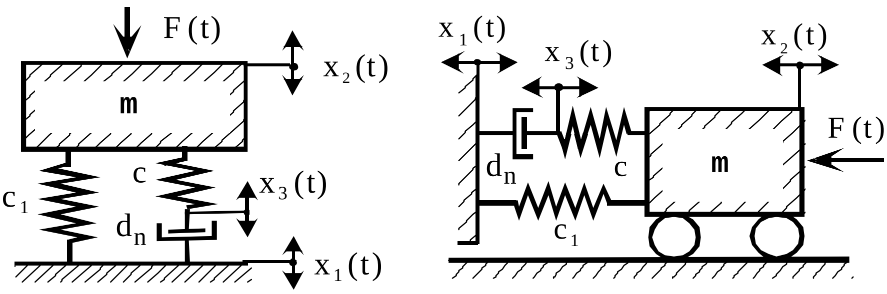
Для определения выражений АЧХ применена процедура эквивалентного вязкого демпфирования [3], предполагающая аппроксимацию нелинейной диссипативной силы эквивалентной ей линейной силой вязкого демпфирования по равенству энергий, рассеиваемых за цикл колебаний нелинейным и вязким демпферами, возбуждаемых одним и тем же гармоническим относительным смещением. В результате преобразований получены формулы АЧХ в безразмерных параметрах для случаев кинематического (коэффициенты передачи μ) и силового (коэффициенты динамического усиления ν) возмущения колебательной системы:

$$\mu_A(\eta)=\sqrt{\frac{1+\left(2\xi_{экв}\dfrac{N+1}{N}\eta\right)^2}{(1-\eta^2)^2+\left[2\xi_{экв}\left(N+1-\eta^2\right)\eta/N\right]^2}}, \qquad (4)$$

$$\mu_R(\eta)=\nu_{YC}(\eta)=\sqrt{\frac{\eta^4+\left(2\xi_{экв}\eta^3/N\right)^2}{(1-\eta^2)^2+\left[2\xi_{экв}\left(N+1-\eta^2\right)\eta/N\right]^2}}, \qquad (5)$$

$$\nu_{\Pi}(\eta)=\sqrt{\frac{1+\left(2\xi_{экв}\eta/N\right)^2}{(1-\eta^2)^2+\left[2\xi_{экв}\left(N+1-\eta^2\right)\eta/N\right]^2}}, \qquad (6)$$

$$\nu_{CK}(\eta)=\sqrt{\frac{\eta^2+\left(2\xi_{экв}\eta^2/N\right)^2}{(1-\eta^2)^2+\left[2\xi_{экв}\left(N+1-\eta^2\right)\eta/N\right]^2}}, \qquad (7)$$



а *б*

Рис.1. Схемы колебательной системы с нелинейным демпфирующим элементом, упруго установленным между виброзащищаемым объектом и основанием, при вертикальной (а) и горизонтальной (б) осцилляции объекта

где индексы означают: А - абсолютный, R - относительный, П - перемещение, СК - скорость, УС - ускорение; $\eta=\omega/\omega_0$, ω - безразмерная и размерная частоты возмущающего сигнала; $\omega_0=(c_1/m)^{0,5}$ - собственная частота колебательной системы; $N=c/c_1$ - отношение жесткостей релаксационного и несущего упругих элементов; $\xi_{экв}$ - безразмерный коэффициент эквивалентного вязкого демпфирования, который для различных видов вибровозмущения при $n\neq 1$ определяется из уравнения

$$\left(1-\eta^2\right)^2\cdot\left(2\xi_{экв}\right)^{2/(n-1)}+\left[\left(N+1-\eta^2\right)\eta/N\right]^2\times \times\left(2\xi_{экв}\right)^{2n/(n-1)}-\eta^{\alpha}\left(\beta_n\gamma_n\right)^{2/(n-1)}=0. \quad (8)$$

Здесь отношение амплитуд демпферных сил γ_n задается выражением

$$\gamma_n=\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos^{n+1}\omega t\, d(\omega t)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+3}{3}\right)},$$

где Γ(...) - гамма-функция. Величины параметра демпфирования β_n и показателя степени α для различных видов вибровозмущения представлены ниже в таблице 1.

Резонансные значения АЧХ и резонансные частоты в функции параметра β_n при N=3 и величинах показателя степени n от 0 до 5,0 представлены на рис.2...9. Они построены численным анализом решений уравнения (8) и формул (4)...(7).

Анализ АЧХ и резонансных характеристик позволил выявить следующие основные закономерности динамики подобных систем:

1) при любой величине показателя степени n изменение параметра β_n от 0 до ∞ приводит к первоначальному снижению резонансной амплитуды, прохождению ее через минимум (минимакс) и в дальнейшем – увеличению. Причем, в зависимости от вида АЧХ и величины параметра n минимакс может иметь одну или две (двойной резонанс) точки. В первом случае величина минимакса не зависит от показателя степени n, а во втором – растет при увеличении n;

2) характер влияния показателя степени n на функцию безразмерной резонансной частоты η_p от параметра β_n неоднозначен и зависит от вида АЧХ. Так, для АЧХ по абсолютному перемещению, скорости и относительному перемещению, на которых проявляется двойной резонанс, рост параметра n сопровождается увеличением крутизны линий безразмерной резонансной частоты вплоть до образования скачка, величина которого прямо зависит от показателя n;

3) рост β_n от 0 до ∞ при фиксированном n в общем случае вызывает увеличение η_p от 1 до $(N+1)^{0.5}$. Причем, в зависимости от вида АЧХ и числовых значений n функция $\eta_p(\beta_n)$ может вначале увеличиваться или снижаться, равно как в дальнейшем – стремиться к величине $(N+1)^{0.5}$ сверху или снизу;

4) при β_n=const рост показателя n ухудшает качество виброизоляции низкочастотной и неоднозначно влияет на высокочастотную;

5) темпы затухания низко- и высокочастотных колебаний инвариантны к величине параметра n, а показатели темпов затухания независимо от уровня нелинейного демпфирования равны соответствующим показателям консервативной колебательной системы;

6) при фиксированных величинах N и n параметр β_n может быть оптимизирован по минимаксу резонансной амплитуды;

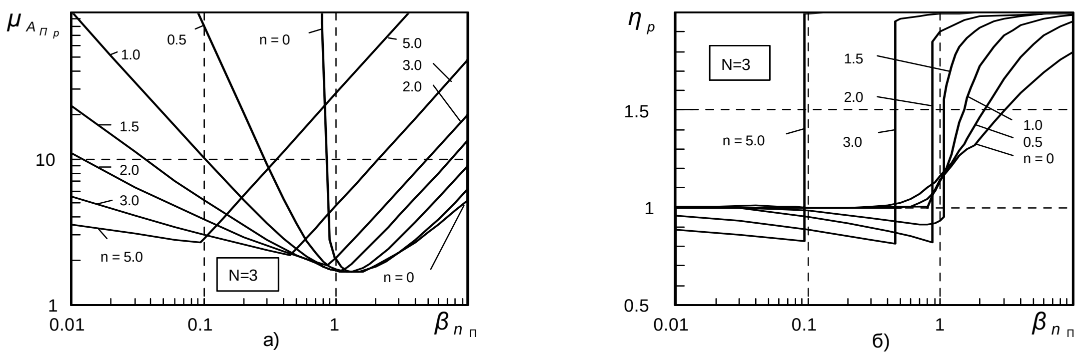


Рис.2. Резонансные характеристики по абсолютному перемещению при кинематическом возмущении: а – амплитуда; б – частота

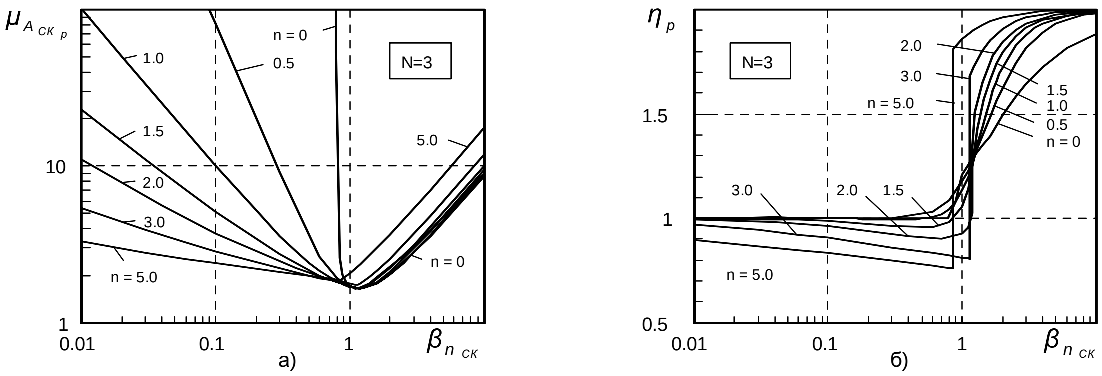


Рис.3. Резонансные характеристики по абсолютной скорости при кинематическом возмущении: а – амплитуда; б – частота

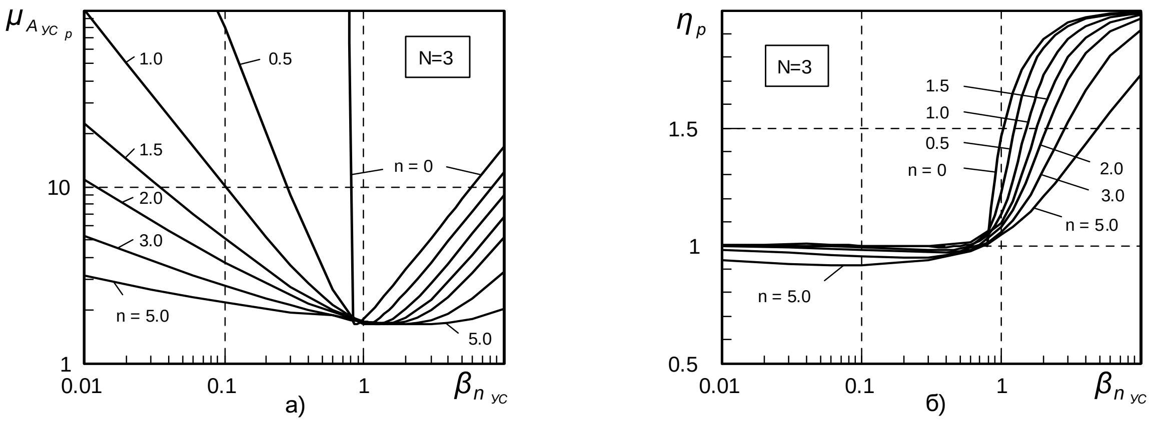


Рис.4. Резонансные характеристики по абсолютному ускорению при кинематическом возмущении: а – амплитуда; б – частота

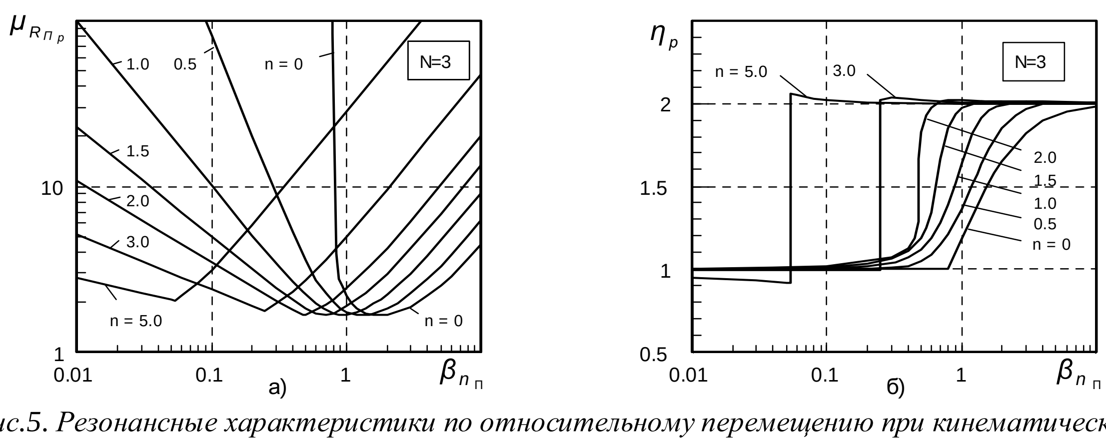


Рис.5. Резонансные характеристики по относительному перемещению при кинематическом возмущении: а – амплитуда; б – частота

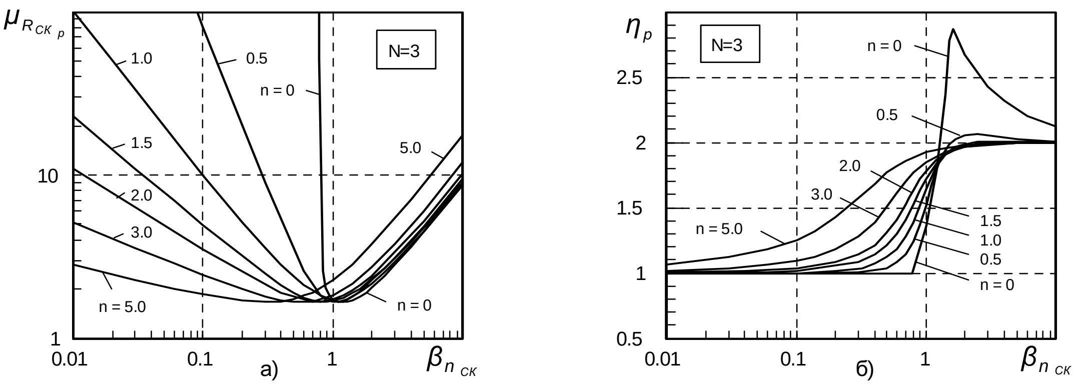


Рис.6. Резонансные характеристики по относительной скорости при кинематическом возмущении: а – амплитуда; б – частота

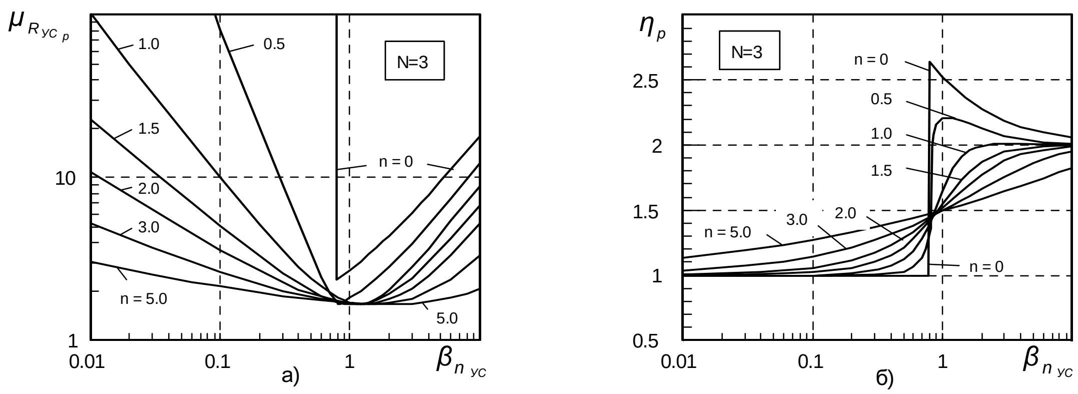


Рис.7. Резонансные характеристики по относительному ускорению при кинематическом возмущении: а – амплитуда; б – частота

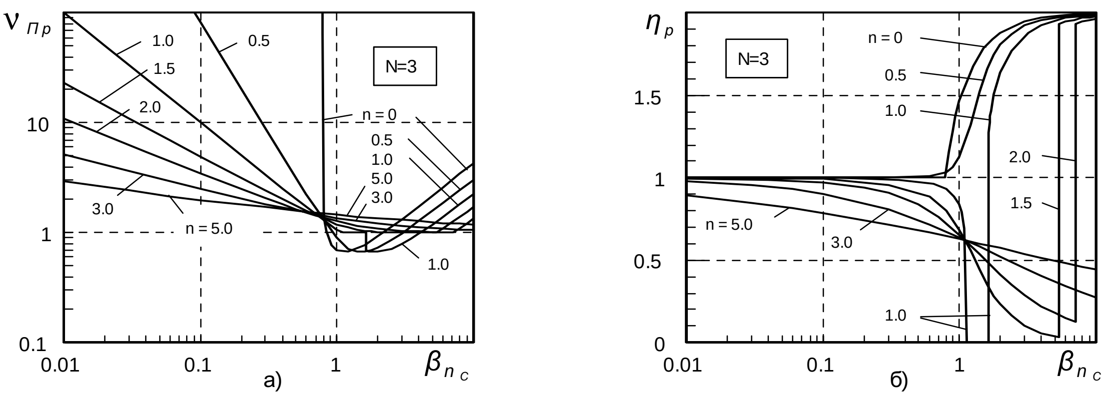


Рис.8. Резонансные характеристики по перемещению при силовом возмущении: а – амплитуда; б – частота

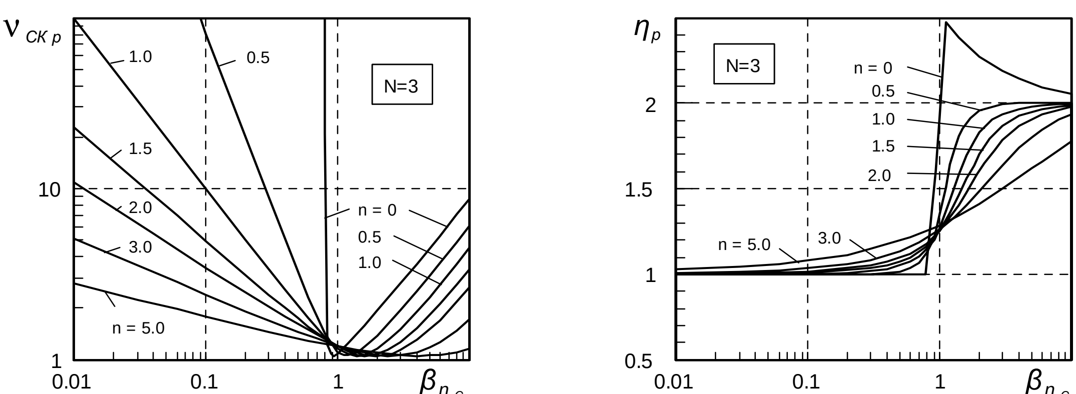


Рис.9. Резонансные характеристики по скорости при силовом возмущении: а – амплитуда; б – частота

Таблица1. Выражения безразмерного параметра демпфирования β_n при различных видах вибровозмущения

Вибронагружение		Безразмерный параметр демпфирования, β_n	Показатель степени α в уравнении (8)
Тип	Амплитуда		
Кинематическое по перемещению	x_{10}	$\beta_{n_п} = d_n \omega_0^n x_{10}^{n-1} / c_1$	6
Кинематическое по скорости	$\dot{x}_{10}$	$\beta_{n_{ск}} = d_n \omega_0 \dot{x}_{10}^{n-1} / c_1$	4
Кинематическое по ускорению	$\ddot{x}_{10}$	$\beta_{n_{ус}} = d_n \omega_0^{2-n} \ddot{x}_{10}^{n-1} / c_1$	2
Силовое	F_0	$\beta_{n_с} = d_n \omega_0^n F_0^{n-1} / c_1^n$	2

7) в зависимости от вида АЧХ с ростом n при N=const оптимальный уровень β_n может расти, снижаться или быть почти постоянным. С другой стороны, при n=const рост N сопровождается увеличением оптимума β_n независимо от вида АЧХ;

8) величины N, n и β_n могут быть подобраны таким образом, чтобы достигался компромисс между требованиями обеспечения приемлемой виброизоляции и ограничения резонансных колебаний;

9) чувствительность минимаксных значений амплитуды и частоты к варьированию β_n зависит от вида АЧХ и n, однако общим свойством для всех характеристик является более высокая чувствительность частоты.

Представленная модель была опробована на различных объектах. В работе [4] исследована динамика опоры ротора при реализации в ней квадратичного демпфирования. В работе [5] исследованы динамические свойства системы, в которой демпфирование носит гистерезисный характер.

При введении определенных допущений описанная модель позволяет переходить к анализу динамики систем, упруго-вязкие схемы которых являются частными случаями модели Пойнтинга–Томсона. В работе [6] произведена оценка функционирования вибровозмущенных объектов, модель подвески которых по форме сводится к элементу Максвелла. Работа [7] посвящена исследованию динамики колебательной системы с жесткой связью нелинейного диссипативного элемента. Анализ динамических свойств колебательных систем с подвеской в виде модели Кельвина, имеющей разноопорные элементы, выполнен в работе [8].

Частным случаем модели является реализация в динамической системе вязкого демпфирования. Разбору такой ситуации при ламинарном течении жидкости в демпферном зазоре опоры ротора, а также смешанного ламинарно-турбулентного течения, когда в опоре имеет место линейно-квадратичное трение, посвящены работы [9, 10].

Перечисленные работы показывают высокую адекватность полученных на основе представленной модели результатов. Они позволяют во многих случаях не только объяснить особенности динамического поведения различных технических объектов, что было бы невозможно в рамках традиционных подходов к представлению структуры любых подвесок упруго-вязкой моделью Кельвина. Но, кроме того, появилась возможность достоверно прогнозировать поведение таких систем при варьировании их параметров, а также целенаправленно придавать объектам необходимые динамические качества.

Список литературы

1. Белоусов А.И., Токарев И.П., Чегодаев Д.Е. Релаксационная гидростатическая подвеска для защиты оператора от вибрационных и ударных нагрузок // Методы и средства виброзащиты человека: Сб.науч.тр.- М.: ИМАШ, 1977. - С.89-93.

2. Чегодаев Д.Е., Шакиров Ф.М., Мулюкин О.П. Динамика упруго подвешенных масс клапанных механизмов при вибрационном возмущении // Вибрационная проч-

ность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов: Сб. науч. тр. - Куйбышев: КуАИ, 1988.- С.79-84.

3. Вибрации в технике: Справочник. - М.: Машиностроение, 1981. - Т.6: Защита от вибрации и ударов. - 456 с.

4. Шакиров Ф.М., Балякин В.Б. Использование реологических моделей релаксационного демпфирования для исследования динамики опоры ротора. Часть 2. Нелинейное демпфирование // Известия Самарского центра РАН. - Самара, 2002. - Т.4. - №2. - С. 344-352.

5. Шакиров Ф.М. Влияние релаксационного механизма гистерезисного демпфирования на динамику колебательных систем // Вестник СГАУ. Серия: Проблемы и перспективы развития двигателестроения. - 1999. - Вып. 3. - Ч.2. - С. 20-27.

6. Шакиров Ф.М. Особенности условий функционирования вибровозмущенных агрегатов и узлов ДЛА, модель подвески которых сводится к элементу Максвелла // Вестник СГАУ. Серия: Проблемы и перспективы развития двигателестроения. - 1998. - Вып. 2. - Ч.1. - С. 213-224.

7. Шакиров Ф.М. Динамика колебательной системы с жесткой связью нелинейного диссипативного элемента//Труды МНТК памяти акад. Н.Д.Кузнецова. - Самара, 2001. - Ч. 3. - С. 111-118.

8. Шакиров Ф.М. Динамика агрегатов и узлов ДЛА с подвеской в виде модели Кельвина, имеющей разноопорные элементы // Вестник СГАУ. Серия: Проблемы и перспективы развития двигателестроения. - 1999.- Вып.3.- Ч.2.- С. 28-36.

9. Шакиров Ф.М., Балякин В.Б. Использование реологических моделей релаксационного демпфирования для исследования динамики опоры ротора. Часть 1. Линейное демпфирование // Известия Самарского центра РАН. - Самара, 2001. - Т.3. - №2. - С. 204-213.

10.Шакиров Ф.М., Балякин В.Б. Исследование динамики опоры ротора как многоуровневой системы с использованием реологических моделей//РКТ.-Серия XII. - Расчет, проектирование, конструирование и испытания космических систем: Науч.-техн.сб.- Самара, 2001.-С.117-132.

RELAXATION NONLINEAR DAMPING AS THE BASIS OF ENGINE ELEMENTS AND UNITS OPERATIONAL ANALYSIS

© 2006 F.M. Shakirov

Samara State Aerospace University

The paper describes a non-linear relaxation damping model and the results of the study on its basis of dynamics of various objects.