

## МЕТОД МНОГОФАКТОРНОГО КРИТЕРИАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК И ПРОЦЕССОВ АВИАЦИОННЫХ ГТД

© 2006 А.С. Гишваров, Х.С. Гумеров, В.П. Алаторцев

Уфимский государственный авиационный технический университет

Приведены результаты исследований по развитию методов планирования экспериментов, обеспечивающих повышение точности результатов исследований и снижение материальных и временных затрат на их проведение. Для оценки эффективности плана эксперимента введены показатели, характеризующие его функциональное и экономическое качество.

В комплексе разнообразных задач, которые приходится решать при создании, производстве и эксплуатации изделий авиационной техники (летательных аппаратов, газотурбинных двигателей, агрегатов и др.), большое место принадлежит экспериментальным исследованиям характеристик.

Экспериментальные исследования проводятся на стендах и установках, представляющих собой сложные сооружения и требующих очень больших затрат, сокращение которых возможно за счет внедрения в практику исследования методов математического планирования эксперимента.

Анализ экспериментальных исследований, проводимых в области самолето- и двигателестроения показал, что [1,4]:

- на практике преимущественно применяются D-оптимальные планы, которые не всегда соответствуют цели и задачам проводимого исследования;
- область планирования эксперимента, как правило, рассматривается в виде совокупности независимых факторов, задаваемых ограничениями 1 рода, в то время как в действительности факторы могут образовывать область планирования сложной формы в виде ограничений 2 рода;
- отсутствует комплексный учет основных показателей эффективности плана эксперимента.

Поэтому актуальными являются исследования по дальнейшему развитию методов планирования экспериментов, обеспечивающих повышение точности результатов исследований и снижение материальных и временных затрат на их проведение.

Для оценки эффективности плана эксперимента введем показатели, характеризующие его функциональное и экономическое качество: точность регрессионной модели  $\Pi_T$ ; объем эксперимента  $\Pi_N$ ; стоимость  $\Pi_C$  и временные затраты  $\Pi_t$  на проведение эксперимента, т.е. будем рассматривать план эксперимента вида  $(X_{ij}, Y_{ie}, C_{ie}, \tau_{ie})$  (табл.1).

Совместный учет показателей  $\Pi_T$ ,  $\Pi_N$ ,  $\Pi_C$  и  $\Pi_t$  позволяет проводить многофакторную и критериальную оптимизацию плана эксперимента:

$$\mathcal{E} = f(\Pi_T, \Pi_N, \Pi_C, \Pi_t) \rightarrow \text{opt},$$

где  $\mathcal{E}$  - некоторый обобщенный показатель эффективности плана.

Поскольку экспериментальное исследование ГТД связано с большими затратами, то практическую ценность имеют не непрерывные, а точные планы эксперимента, являющиеся оптимальными для заданного числа наблюдений  $N$ . При этом задача выбора точного оптимального плана сводится к нахождению такого расположения  $N$  точек  $x_i$  ( $i = \overline{1, N}$ ) в пространстве планирования  $G_x$ , при котором выполняются требования соответствующего критерия оптимальности.

В соответствии с показателями эффективности  $\Pi_T$ ,  $\Pi_N$ ,  $\Pi_C$  и  $\Pi_t$  дифференциальными критериями эффективности планирования эксперимента являются:

$$K_T = d(x_G, \varepsilon^*) = \min \Pi_T = \min_{\varepsilon} \max_{x_G \in G_x} d(x_G, \varepsilon),$$

$$K_N = \min \Pi_N,$$

$$K_{\tau} = \min \Pi_{\tau} = \min \sum_{j=1}^{N_Y} \tau_j;$$

$$K_C = \min \Pi_C = \min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} c_{ij},$$

где  $C_{ij}$  – стоимость  $i$ -го опыта, реализуемого в эксперименте  $m_i$  раз;  $d(x, \varepsilon)$  – величина дисперсии предсказания  $y$  в заданной точке  $x_0$  по плану  $\varepsilon$ ;  $\varepsilon^*$  – оптимальный план.

Основной целью комплексной оптимизации исследования с применением планирования эксперимента является выбор плана, обеспечивающего достижимое значение эффективности проводимого исследования одновременно по всем основным показателям: точности моделирования исследуемых характеристик изделия, а также материальных и временных затрат на исследование.

Комплексная оптимизация плана эксперимента проводится согласно схеме, приведенной на рис. 1. Область реализации показателей эффективности формируется с учетом ограничений по материальным и временным затратам на эксперимент, включая ограничение по количеству опытов в плане или ограничение по количеству образцов изделия, выделяемых на исследование.

Множество Парето-оптимальных планов формируется многократной оптимизацией векторного функционала  $K_{\Sigma}$ , являющегося сверткой нормированных значений показателей эффективности плана эксперимента  $K_T, K_N, K_C$  и  $K_{\tau}$  [1,2]:

$$K_{\Sigma} = [K_T, K_N, K_C, K_{\tau}]^T = \max[A \cdot \Pi_T^H + B \cdot \Pi_N^H + C \cdot \Pi_C^H + D \cdot \Pi_{\tau}^H];$$

$$A + B + C + D = 1;$$

$$\Pi_T^H = \Pi_T^* / \Pi_T; \quad \Pi_N^H = (k + 1) / N;$$

$$\Pi_C^H = \sum_{i=1}^{N^*} \sum_{j=1}^{n_i^*} C_{ij}^* / \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} C_{ij};$$

$$\Pi_{\tau}^H = \sum_{i=1}^{N^*} \sum_{j=1}^{n_i^*} \tau_{ij}^* / \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \tau_{ij},$$

где  $A, B, C, D$  – положительные числа, используемые в методе Парето;  $\Pi_i^H$  – нормирование значений показателя эффективности;  $N$  – количество опытов в плане;  $\Pi_i^*$  –

нормирующие множители;  $k$  – количество независимых факторов исследуемого процесса;  $n_i$  – количество повторных опытов,  $\tau_{ij}$  – длительность  $i$ -го опыта, реализуемого  $n_i$  раз.

Очевидно, что на практике поиск оптимального плана имеет смысл, когда на параметры  $N, C_{\Sigma}$  и  $\tau_{\Sigma}$  наложены ограничения, обусловленные финансовыми возможностями исследователя и располагаемым временным ресурсом (особенно при проведении испытаний на надежность и ресурсе):

$$N \leq N_{\text{пр}}; \quad C_{\Sigma} \leq C_{\text{пр}}; \quad \tau_{\Sigma} \leq \tau_{\text{пр}},$$

где  $N_{\text{пр}}, C_{\text{пр}}, \tau_{\text{пр}}$  – предельные ограничения по объему опытов, стоимости и длительности планируемого экспериментального исследования. По результатам проведенных исследований была разработана методика комплексного многофакторного и критерияльного планирования эксперимента, которая апробировалась при решении задач по экспериментальному исследованию характеристик изделий авиационной техники.

Применение методики показало, что, например, при планировании эксперимента для камеры сгорания ГТД с учетом критериев эффективности  $\Pi_T, \Pi_N$  и  $\Pi_C$ , затраты на эксперимент сокращаются в 1,3 раза, а точность оценки коэффициента полноты сгорания повышается в 2,4 раза.

**Пример 1. Планирование эксперимента при моделировании циклической долговечности лопаток турбин.** Статистические характеристики долговечности лопаток турбин зависят от материала лопаток, технологии их изготовления, термической обработки, остаточных напряжений, геометрии лопаток, точности эксперимента и других факторов. Поэтому данные циклических испытаний, полученные на образцах, не решают задачи определения долговечности лопаток. Для получения надежных характеристик необходимо проводить испытания на натуральных лопатках.

Оценка работоспособности лопаток проводится по остаточной долговечности и ее дисперсии при поломке лопаток после различной наработки.

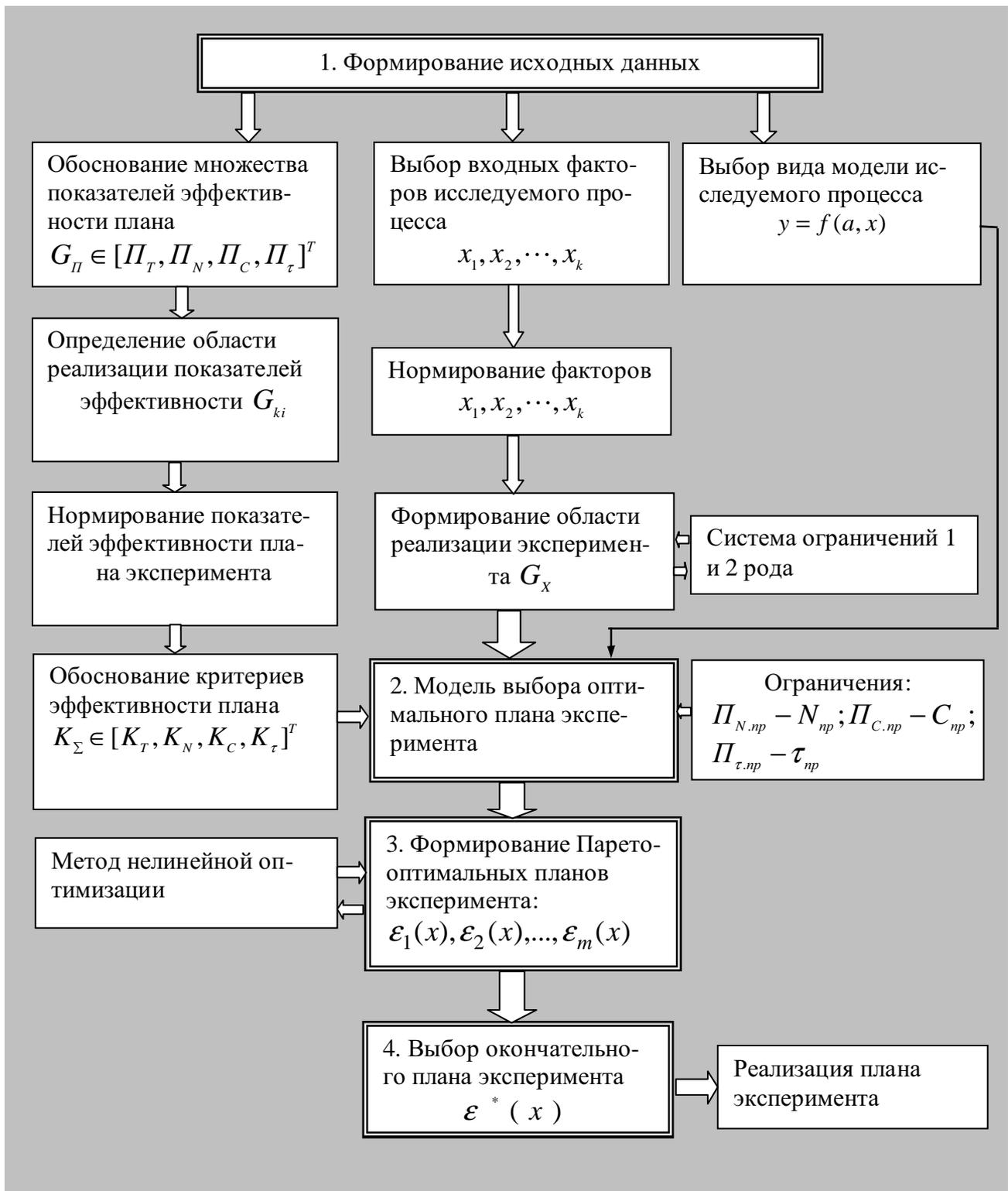


Рис.1. Структура многофакторного критериального планирования эксперимента:  
 $C_{np}, \tau_{np}$  – ограничения по материальным и временным затратам;  $N_{np}$  – ограничение по количеству выделяемых на эксперимент образцов изделия или ограничение по количеству опытов в плане

Таблица 1. Показатели оценки эффективности плана эксперимента

№ опыта	Матрица плана эксперимента			Результат $y_i$	Затраты на эксперимент	
	$X_1$	...	$X_k$		стоимость	длительность
1	$x_{11}$	...	$x_{k1}$	$y_{1...y_{1.m1}}$	$c_{1...c_{1.m1}}$	$\tau_{1... \tau_{2.m1}}$
...	...	...	...	...	...	...
$N$	$x_{1N}$	...	$x_{kN}$	$y_{N...y_{N.mN}}$	$c_{N...c_{N.mN}}$	$\tau_{1... \tau_{2.m1}}$

Таблица 2. Данные для построения диаграмм

Амплитуда $A$ , мм	Число лопаток, выделяемых на испытания (шт.) при различных планах эксперимента			
	Исходный план	Равномерный план	$D$ -оптимальный план	$G$ -оптимальный план
1,35	20	21	28	21
1,50	30	21	-	-
1,70	20	21	28	42
2,00	15	22	29	22
Дисперсия плана $d_i$	2.58	2.42	2.43	2.17

Для построения полной диаграммы усталости испытывается по 15...30 лопаток на четырех уровнях амплитуд  $A$  (табл. 2).

По методике был выбран  $G$  – оптимальный план с дисперсией в 2,2 раза меньше дисперсии ранее применявшегося плана [3].

**Пример 2. Планирование эксперимента при исследовании длительной прочности материалов.** Длительная прочность  $\sigma_{B/\tau}^t$  является основной характеристикой материала, определяющей возможность применения его для нагруженных горячих деталей ГТД (рабочие лопатки и диски турбины, корпуса и оболочки, опоры, валы). При этом другие характеристики могут рассматриваться только в случае, если коэффициент запаса по длительной прочности укладывается в требуемые нормы.

Планирование эксперимента проводилось для сплава ЖС6К в интервале нагрузок:

$$250 \text{ МПа} \leq \sigma \leq 300 \text{ МПа};$$

$$1123 \text{ К} \leq T \leq 1173 \text{ К}.$$

Оптимальный план эксперимента для данного исследования приведен на рис.2.

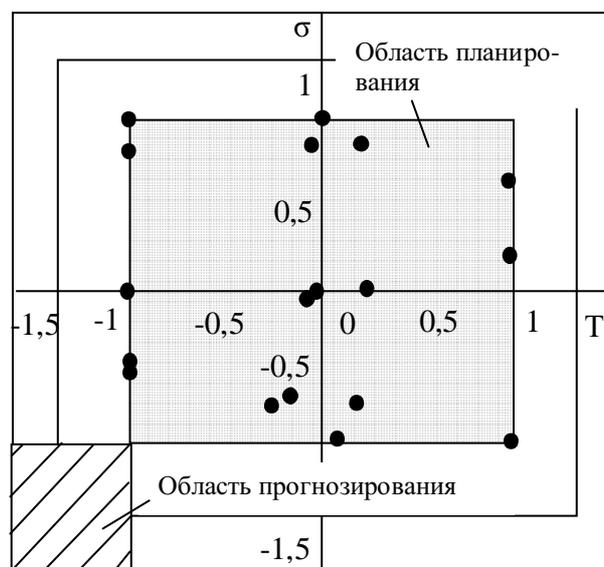


Рис. 2. Оптимальный план эксперимента для оценки прочности в области  $T = 1123...1173 \text{ К}; \sigma = 250...300 \text{ МПа}$

Учитывая, что в данной области режимов нагружения длительность опытов весьма значительна, планирование эксперимента проводилось для области форсированного нагружения:

$$\Omega_{пэ} = \begin{cases} 300 \text{ МПа} \leq \sigma \leq 400 \text{ МПа}; \\ 1173 \text{ К} \leq T \leq 1273 \text{ К}, \end{cases}$$

в которой наибольшая длительность опыта равна 274 часа, что вполне является приемлемым.

#### Список литературы

1. Гишваров А.С., Жернаков В.С. Многокритериальное планирование эксперимента при исследовании изделий авиационной техники. / Сб. науч. тр. АН РБ, 2005.
2. Гишваров А.С. Оптимизация ресурсных испытаний систем имитационным моделированием в системе жизненного цикла.: Уфа, Гилем, 2005, 328 с.
3. Морозов Л.В. Характеристики долговечности лопаток турбин // Прочность и динамика авиационных двигателей: Сб. тр. М.: Машиностроение, 1979. Вып. 5.
4. Гишваров А.С. Теория ускоренных ресурсных испытаний технических систем. Уфа: Гилем, 2000. 338 с.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ.

## METHOD MULTIFACTORIAL PLANNING OF EXPERIMENTS AT RESEARCH CHARACTERISTICS AND PROCESSES OF AIR TURBINE ENGINES

© 2006 A.S. Gishvarov, H.S. Gumerov, V.P. Alatortsev

USATU

The method multifactorial planning of experiments is observed at research of characteristics and processes of air turbine engines.