

ВЛИЯНИЕ АСИММЕТРИЧНЫХ НАЧАЛЬНЫХ НЕСОВЕРШЕНСТВ ФОРМЫ НА СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

© 2016

С. В. Серёгин кандидат технических наук, старший научный сотрудник управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, Seregin-komsHome@yandex.ru

В рамках теории пологих оболочек изучается влияние начальных отклонений от идеальной круговой цилиндрической формы на изгибные колебания тонких изотропных оболочек. В работе впервые показана возможность возникновения дополнительной зоны расщепления изгибного частотного спектра, обусловленная наличием у оболочки начальных несовершенств формы. Установлено, что расщепление частотного спектра имеет место не только в случаях, когда число волн окружных динамических деформаций равно числу волн несовершенств формы оболочки, как это принято считать в настоящее время, но и в случаях, когда число формообразующих волн в два раза меньше волн несовершенств формы. В первом случае обе расщеплённые частоты ниже соответствующих частот колебаний идеальной оболочки. Установлено, что при некоторых геометрических параметрах оболочки частоты радиальных колебаний могут быть соизмеримыми с изгибными. Решения, учитывающие взаимодействие сопряжённых изгибных и радиальных форм колебаний, дополнены новыми результатами и выводами. Сделан вывод, что при действии периодических нагрузок, неизбежно возникающих в условиях эксплуатации оболочечных конструкций, нерезонансные зоны, определённые согласно традиционному подходу, по существу могут оказаться резонансными. Резонансно опасные режимы колебаний оболочечных конструкций с неправильностями такого рода могут возникать на частотах, намного меньших или больших, чем это предсказывает традиционная теория. Такое поведение несовершенных оболочек может привести к высокому напряжённому-деформируемому состоянию конструкции и сложным видам динамической неустойчивости в условиях эксплуатации. Полученные в этой работе результаты и выводы требуют уточнения уже решённых ранее задач динамики оболочек с несовершенствами формы.

Оболочка, начальные неправильности, несовершенства, формы, изгибные, радиальные колебания, расщепление, частотный спектр, параметр волнообразования, резонанс.

Цитирование: Серёгин С.В. Влияние асимметричных начальных несовершенств формы на свободные колебания тонких оболочек // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2016. Т. 15, № 3. С. 209-222. DOI: 10.18287/2541-7533-2016-15-3-209-222

Введение

Тонкие круговые цилиндрические оболочки широко используются в качестве основных несущих элементов, применяемых в авиастроении, кораблестроении, ракетостроении, космической технике. Такие конструкции имеют неизбежные начальные отклонения от идеальной круговой формы, обусловленные изготовлением их на производстве или конструктивными особенностями при проектировании судов, ракет и космических аппаратов.

В условиях эксплуатации оболочки подвергаются интенсивным динамическим нагрузкам, в результате которых могут происходить сложные, нестационарные процессы и специфические явления, приводящие к высоким напряжённому-деформируемым состояниям (НДС) и динамической неустойчивости конструкций [1].

Большая часть работ в научной литературе посвящена изучению устойчивости геометрически несовершенных оболочек [2–5], определению их НДС [6–8] и несущей способности [9–12]. Меньшая их часть посвящена изучению динамических процессов в тонких оболочках [13–15]. Краткий обзор работ по расчёту оболочек с несовершенствами формы представлен в [16–19].

В настоящее время принято считать, что осесимметричная часть динамического прогиба оказывает существенное влияние только на нелинейное поведение оболочек, а при колебаниях с малыми амплитудами, при решении таких задач, в математической модели достаточно учитывать лишь сопряжённые изгибные формы [18–20].

Однако в работе [21] на примере более простой (предельной) задачи колебаний бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки – кольца, находящегося в условиях плоской деформации, показано, что уже в линейной постановке учёт радиальных колебаний приводит как к качественно, так и количественно лучшим результатам, чем взаимодействие лишь сопряжённых изгибных форм. Результаты этой работы качественно согласуются с численными исследованиями [22; 23]. Предложенная математическая модель получила свое распространение в задачах динамики оболочек конечной длины, несущих присоединённую массу, ослабленных отверстием, в которых позволила устранить ряд качественных противоречий и установить новые эффекты и особенности взаимодействия сопряжённых изгибных форм с радиальными [24–26]. Результаты этих работ хорошо согласуются с численными исследованиями [27–30], в которых также обозначены противоречия и погрешности аналитических решений.

Настоящая работа является продолжением исследования [21; 22] в том плане, что полученные результаты для предельной задачи – колебаний изолированного, геометрически несовершенного кольца, обобщаются на случай колебаний оболочки уже конечной длины, имеющей начальные отклонения от идеальной круговой формы.

Математическая модель

Пусть шарнирно опёртая по торцам круговая цилиндрическая оболочка массой M_0 , радиусом R , длиной l и толщиной h совершает малые изгибные колебания вблизи зоны основного резонанса.

Линеаризованные уравнения движения. Анализ основывается на известных уравнениях теории пологих оболочек, которые для изотропной несовершенной оболочки имеют вид [32]:

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^4 w &= \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{E} \nabla^4 \Phi &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $D = Eh^3/(12(1 - \mu^2))$ цилиндрическая жёсткость, где E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона; ∇^4 – бигармонический оператор Лапласа; $w(x, y, t)$ – динамический прогиб; $\Phi(x, y, t)$ функция напряжений; ρ – массовая плотность; t – время.

Граничные условия и условие периодичности решения. Как и в подавляющем большинстве случаев, задача решается при удовлетворении тангенциальным граничным условиям $N_1 = T = 0$ «в среднем» [19; 32]:

$$\frac{h}{2\pi R} \int_0^{2\pi R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} dy = 0; \quad -\frac{h}{2\pi R} \int_0^{2\pi R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} dy = 0 \quad \text{при } x = 0, x = l. \quad (2)$$

Условие непрерывности окружного перемещения имеет вид:

$$\int_0^{2\pi R} \frac{\partial v}{\partial y} dy = \int_0^{2\pi R} \left[\frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + \frac{w}{R} - \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right] dy = 0. \quad (3)$$

Конечномерная модель. Для идеальной оболочки каждая точка окружности может стать узлом колебаний. Экспериментально установлено, что несовершенства формы исключают эту неопределённость и приводят к фиксации узлов в окружном направлении. Положение узлов определяется формой начальных несовершенств [17; 19]. Поэтому принято считать, что динамический прогиб несовершенной оболочки в линейной постановке может быть аппроксимирован выражением, учитывающим только взаимодействие сопряжённых $\sin \beta y \sin \alpha x$, $\cos \beta y \sin \alpha x$ ($\alpha = m\pi/l$, $\beta = n/R$, n – число окружных волн динамических деформаций, m – число продольных полуволн, $n, m = 1, 2, 3, \dots, N$) изгибных форм, которые являются формами собственных колебаний идеальной оболочки и соответствуют одному и тому же волновому параметру n . Этим формам, как известно, соответствует одна и та же собственная частота [19; 32]. Такой подход позволяет установить качественные особенности динамического деформирования идеальных оболочек, обнаруженных в экспериментах. Однако, для реальных (имеющих несовершенства формы) оболочек традиционная математическая модель приводит к результатам, не всегда согласующимся с экспериментальными данными [18; 19].

В настоящей работе математическая модель, предложенная для более простой (предельной) задачи колебаний бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки – кольца, находящегося в условиях плоской деформации [21], обобщается на случай колебаний геометрически несовершенной оболочки конечной длины.

Уточнение конечномерной модели предполагает, что динамическая асимметрия уже в линейной постановке приводит не только к связанности сопряжённых изгибных форм, но и к взаимодействию низкочастотных изгибных колебаний оболочки с высокочастотными радиальными колебаниями. Динамический прогиб оболочки в новом подходе имеет вид [21, 24–26]:

$$w(x, y, t) = \sum_{n,m}^N (f_1^{n,m} \sin \beta y + f_2^{n,m} \cos \beta y + f_3^m) \sin \alpha x, \quad (4)$$

в котором $f_1^{n,m}(t)$ и $f_2^{n,m}(t)$ – обобщённые координаты; дополнительно введённая к [19] обобщённая координата $f_3^m(t)$ отвечает радиальным колебаниям.

В [17] авторы используют аналогичный подход к построению конечномерной модели, но для оболочки, имеющей отклонения в окружном направлении (несовершенства распределены не по всей длине оболочки). Отличия в том, что в (4) координата $f_3^m(t)$, описывающая радиальные формы колебаний, зависит от количества продольных полуволн m , а в [17] – от количества продольных полуволн m и от количества волн в окружном направлении n , что, по мнению автора, противоречит физическим представлениям о динамическом поведении реальной оболочки. Для рассматриваемой в этой статье задачи – оболочки, имеющей отклонения, соответствующие характеру ее волнообразования, авторы работы [17] динамический прогиб аппроксимировали более сложным выражением. В связи с этим некоторые результаты в данной статье будут несколько схожи с теми, что получены в [17], однако они будут уточнены и дополнены новыми выводами.

Начальные несовершенства. Известно, что наибольшее влияние на статические [1–12] и динамические [13–16; 17–19; 32] характеристики оболочек оказывают те начальные несовершенства, которые имеют такую же форму, как и прогибы, возника-

ющие при колебаниях или потере устойчивости оболочек. Поэтому с теоретической и практической сторон этот случай наиболее интересен.

Пусть оболочка имеет начальные отклонения от идеальной круговой формы, изменяющиеся по закону:

$$w_0(x, y) = f_0 \sin(\beta_1 y + \phi_0) \sin \alpha x = (f_{10} \sin \beta y + f_{20} \cos \beta y) \sin \alpha x, \quad (5)$$

где $f_{10} = f_0 \cos \phi_0$; $f_{20} = f_0 \sin \phi_0$; f_0 – амплитуда начальных отклонений; ϕ_0 – начальный угол отсчёта (рис. 1).

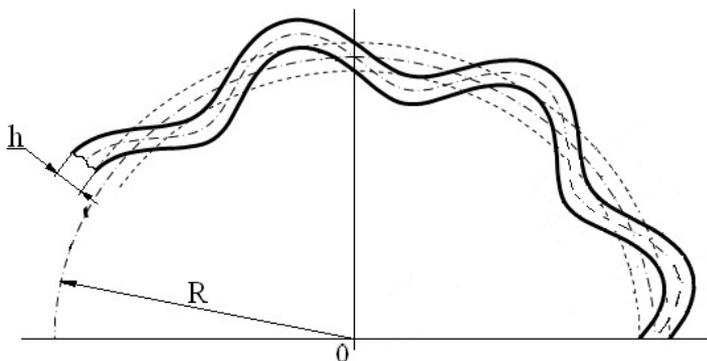


Рис. 1. Схематическое изображение рассматриваемых несовершенств оболочки

Собственные частоты и формы колебаний геометрически несовершенных оболочек

Подстановка функции динамического прогиба (4) и функции начальных отклонений от идеальной круговой формы (5) в первое уравнение линеаризованной системы (1) приводит к неоднородному дифференциальному уравнению, из которого определяются функция напряжений в срединной поверхности:

$$\begin{aligned} \Phi = E[\Phi_0 \sin(\alpha x) \sin(\beta y) + \Phi_1 \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + \Phi_2 \sin(\beta y) + \Phi_3 \cos(\beta y) + \\ + \Phi_4 \cos(2\alpha x) \sin(\beta y) + \Phi_5 \cos(2\alpha x) \cos(\beta y) + \Phi_6 \sin(\alpha x) + \Phi_7 \cos(2\alpha x) + \\ + \Phi_8 \sin(2\beta y) + \Phi_9 \cos(2\beta y) + \Phi_{01} x^2/2]. \end{aligned} \quad (6)$$

Коэффициенты в (6) определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \Phi_0 = \frac{h\alpha^2}{R(\alpha^2 + \beta^2)^2} a_1, \quad \Phi_1 = \frac{h\alpha^2}{R(\alpha^2 + \beta^2)^2} a_2, \quad \Phi_2 = -\frac{h^2\alpha^2}{2\beta^2} a_{10} a_3, \\ \Phi_3 = -\frac{h^2\alpha^2}{2\beta^2} a_{20} a_3, \quad \Phi_4 = \frac{h^2\alpha^2\beta^2}{2(4\alpha^2 + \beta^2)^2} a_{10} a_3, \\ \Phi_5 = \frac{h^2\alpha^2\beta^2}{2(4\alpha^2 + \beta^2)^2} a_{20} a_3, \quad \Phi_6 = \frac{h}{\alpha^2 R} a_3, \quad \Phi_7 = \frac{h^2\beta^2}{16\alpha^2} (a_{10} a_1 + a_{20} a_2), \\ \Phi_8 = -\frac{h^2\alpha^2}{16\beta^2} (a_{10} a_2 + a_{20} a_1), \quad \Phi_9 = \frac{h^2\alpha^2}{16\beta^2} (a_{10} a_1 - a_{20} a_2), \end{aligned}$$

Φ_{01} определяется из условия непрерывности окружного перемещения $v(x, y, t)$ при удовлетворении краевым условиям (2): $\Phi_{01} = \beta^2 (f_{10} f_1 + f_{20} f_2) / 4$.

Подстановка (4), (5), (6) и ортогонализация уравнения движения (1) в первом приближении приводит к системе трёх связанных динамических уравнений относительно безразмерных координат $a_i = f_1 / h$ ($i = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} \ddot{a}_1 + c_{11}a_1 + c_{12}a_{10}a_{20}a_2 + c_{13}a_{10}a_3 &= 0, \\ \ddot{a}_2 + c_{21}a_{10}a_{20}a_1 + c_{22}a_2 + c_{23}a_{20}a_3 &= 0, \\ \ddot{a}_3 + c_{31}a_{10}a_1 + c_{32}a_{20}a_2 + c_{33}a_3 &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где точками обозначено дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \lambda t$ (λ – собственная частота), а коэффициенты равны:

$$c_{11} = 1 + \frac{\varepsilon}{8\omega^2} \left[(3 + \theta^4) a_{10}^2 + \theta^4 a_{20}^2 \right], \quad c_{22} = 1 + \frac{\varepsilon}{8\omega^2} \left[(3 + \theta^4) a_{20}^2 + \theta^4 a_{10}^2 \right],$$

$$c_{12} = c_{21} = \frac{3\varepsilon}{8\omega^2}, \quad \varepsilon = \left(\frac{n^2 h}{R} \right)^2, \quad \theta = \frac{\pi R}{nl}.$$

$$c_{33} = \frac{1}{\omega^2} \left\{ p^2 + \frac{\varepsilon \theta^4}{8} \left[2 + \frac{1}{(1 + 4\theta^2)^2} \right] (a_{10}^2 + a_{20}^2) \right\},$$

$$c_{13} = c_{23} = -\frac{8\varepsilon^{1/2}}{3\pi\omega^2} \left[1 + \frac{\theta^4}{(1 + 4\theta^2)^2} \right], \quad c_{31} = c_{32} = -\frac{4\varepsilon^{1/2}}{3\pi\omega^2} \left[1 + \frac{\theta^4}{(1 + \theta^2)^2} \right].$$

Квадраты безразмерных частот, соответствующие изгибным и радиальным формам колебаний круговой цилиндрической оболочки, определяются по формулам:

$$\omega_n^2 = \frac{\rho}{E} R^2 \lambda^2 = \frac{\varepsilon(1 + \theta^2)^2}{12(1 - \mu^2)} + \frac{\theta^4}{(1 + \theta^2)^2}; \quad p_1^2 = 1 + \frac{\varepsilon \theta^4}{12(1 - \mu^2)}.$$

В традиционном решении система модальных уравнений (7) имеет только первые два уравнения и $a_3 = 0$. Безразмерные расщеплённые собственные частоты изгибных колебаний $\Omega_{ni} = \omega_{ni} / \omega_n$ ($i = 1, 2$; ω_{ni} – частоты колебаний оболочки с динамической асимметрией) равны [19, 32]:

$$\begin{aligned} \Omega_{n1}^2 &= 1 + \varepsilon \theta^4 a_{10}^2 / 8, \\ \Omega_{n2}^2 &= 1 + \frac{\varepsilon a_{10}^2}{8} (\theta^4 + 3). \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, начальные несовершенства вида (5), соответствующие характеру волнообразования оболочки, расщепляют изгибный частотный спектр. При этом частоты колебаний Ω_{n1} и Ω_{n2} всегда больше единицы. Безразмерные частоты оболочки, имеющей идеальную геометрическую поверхность, равны $\Omega_{n1} = \Omega_{n2} = 1$.

В новом решении система динамических уравнений определяет три частоты Ω_{ni} ($i = 1, 2, 3$). Первым двум частотам Ω_{n1} и Ω_{n2} соответствуют преимущественно изгибные формы колебаний, а третьей частоте Ω_{n3} – преимущественно радиальные формы. Большая из расщеплённых собственных частот Ω_{n1} , как и в традиционном решении [19], определяется точно, её квадрат равен $\Omega_{n1}^2 = 1 + \varepsilon \theta^4 a_{10}^2 / 8$. Меньшая из расщеплён-

ных собственных частот, в отличие от традиционного решения, ниже частоты колебаний идеальной оболочки.

Значения частот, полученные при решении задачи, учитывающей взаимодействие сопряжённых изгибных форм (традиционное решение) при различных параметрах ε , θ и a_{10} , представлены на рис. 2, а; значения частот, полученные при решении задачи, учитывающей взаимодействие сопряжённых изгибных и радиальных форм, – на рис. 2, б. На представленных графиках две верхние линии соответствуют частотам Ω_{n2} , две нижние – Ω_{n1} .

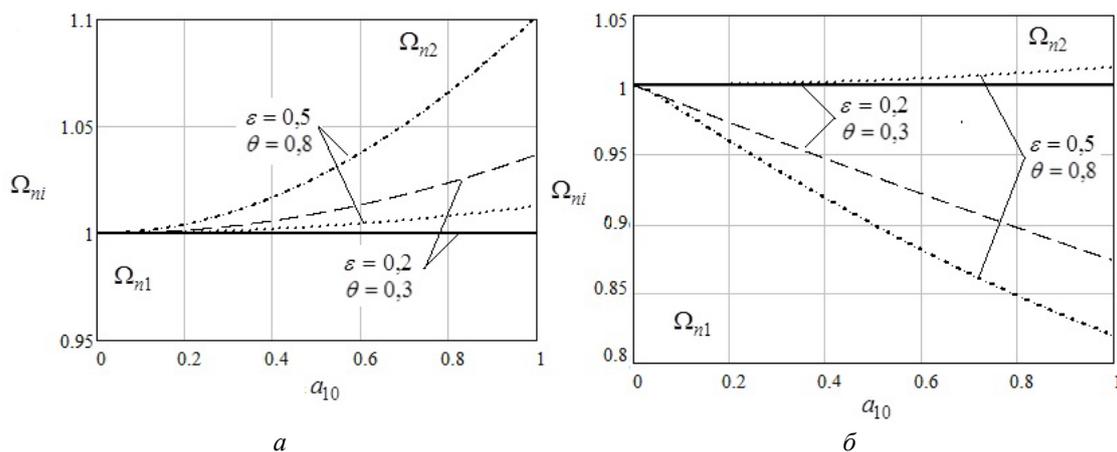


Рис. 2. Зависимость расщеплённых частот Ω_{n1} и Ω_{n2} от амплитуды несовершенств a_{10}

Видим, что в и в новом, и в традиционном решениях эффект расщепления изгибного частотного спектра зависит от геометрических и волновых параметров оболочки. Вторая частота нового решения равна первой частоте традиционного решения. Одна из расщеплённых собственных частот выше соответствующей частоты оболочки с идеальной круговой формой, другая – ниже, как и отмечается в работе [17]. В традиционном решении обе расщеплённые частоты больше частоты колебаний идеальной оболочки. С увеличением амплитуды несовершенств в обоих решениях расщепление спектра $\Omega_{n2} - \Omega_{n1}$ увеличивается.

Следует отметить, что частота, равная $\Omega_{n1} = \sqrt{1 + \varepsilon\theta^4 a_{10}^2 / 8}$, для оболочек, размеры которых соответствуют реальным конструкциям, применяемым в промышленности ($\varepsilon \leq 0,5$; $\theta \leq 0,8$ и $a_{10} = 1$), практически равна единице, то есть частоте колебаний идеальной оболочки.

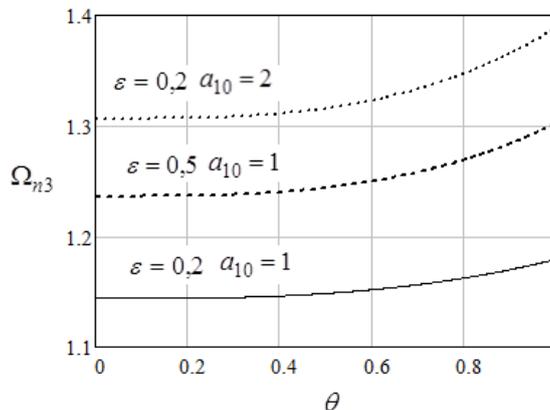


Рис. 3. Зависимость частоты преимущественно радиальных колебаний Ω_{n2} от параметра волнообразования θ

Частоты преимущественно радиальных колебаний представлены на рис. 3. Видим, что частоты радиальных колебаний с ростом ε , θ и a_{10} увеличиваются. При определённых значениях ε , θ и a_{10} они могут быть соизмеримы с частотами преимущественно изгибных колебаний. Отметим, что о близости частот, соответствующих изгибным и радиальным формам колебаний, говорится и в задачах, близких к рассматриваемой [24–26].

Численное решение

Рассмотрим оболочку со следующими геометрическими и физическими характеристиками: $l/R = 1$; $R/h = 200$; $R = 1$; $E = 2 \cdot 10^{11}$ МПа; $\rho = 7800$ кг/м³; $\mu = 0,3$. Минимальной частоте спектра оболочки с такими параметрами соответствует $n_{\min} = 8$. Пусть оболочка имеет начальные неправильности формы $f_0 = h$, изменяющиеся по закону (5), и число волн несовершенств – $n_0 = 8$. Схематическое изображение такой оболочки представлено на рис. 1, результаты расчёта – на рис. 4. Сплошной линией обозначена большая из расщеплённых безразмерных собственных частот Ω_{n2} , штриховой – меньшая Ω_{n1} , пунктирной – безразмерная частота колебаний идеальной оболочки Ω_n .

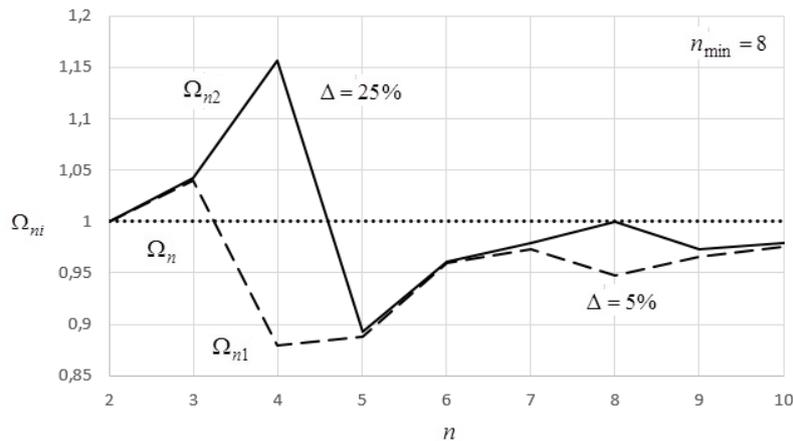


Рис. 4. Зависимость расщеплённых частот преимущественно изгибных колебаний от количества формообразующих волн n

Из рис. 4 видим, что расщепление изгибного частотного спектра возникает не только при $n = n_0$, как это принято считать в настоящее время [17–19; 32–33], но и при $n = 2n_0$. В случае, когда $n = n_0$, обе расщеплённые частоты меньше частоты колебаний геометрически совершенной оболочки, что противоречит традиционному решению [19], где частоты больше, и согласуются с новым аналитическим решением и решением, представленным в [17]. Снижение частоты (рис. 4) $\Omega_{n2} - \Omega_{n1}$ составляет 5%. В аналитическом решении расстройка частотного спектра (в рассматриваемом примере $\varepsilon = 0,102$, $\theta = 0,393$) $\Omega_{n2} - \Omega_{n1}$ равна 9%. В случае, когда $n = 2n_0$, одна из расщеплённых частот Ω_{n2} больше частоты колебаний соответствующей идеальной оболочки, другая Ω_{n1} – меньше. Расстройка спектра может быть довольно существенной и в рассматриваемом примере превосходит известный случай ($n = n_0$) в пять раз.

Следует отметить, что аналогичный эффект был обнаружен автором на примере колебаний несовершенного кольца, находящегося в условиях плоской деформации [22].

Формы колебаний и соответствующие им расщеплённые собственные частоты для случая $n = n_0$ и $n = 2n_0$ представлены на рис. 5.

Если оболочка имеет идеальную геометрическую поверхность, то обеим сопряжённым изгибным формам для каждого n соответствуют равные частоты: $\lambda_4 = 301,5$ Гц, $\lambda_8 = 139,25$ Гц.

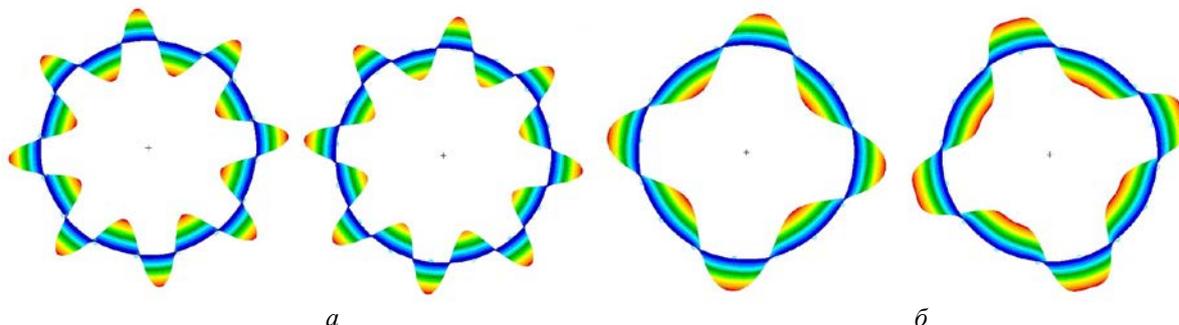


Рис. 5. Формы колебаний и соответствующие им расщепленные частоты:

а – при $n = n_0 = 8$: $\lambda_{81} = 132$ Гц, $\lambda_{82} = 139,2$ Гц; б – при $n_0 = n/2 = 4$: $\lambda_{41} = 265,27$ Гц, $\lambda_{42} = 348,7$ Гц

Видим, что при $n = n_0 = 8$ большая из расщеплённых собственных частот несовершенной оболочки λ_{82} практически равна частоте колебаний оболочки без $w_0(x, y) - \lambda_8$. Меньшая из расщеплённых собственных частот несовершенной оболочки λ_{81} ниже соответствующей частоты колебаний оболочки без $w_0(x, y) - \lambda_8$ более чем на 5%. Расстройка частотного спектра $\lambda_{82} - \lambda_{81} \approx 5\%$. В зоне $n_0 = n/2 = 4$ большая из расщеплённых собственных частот колебаний оболочки с $w_0(x, y) - \lambda_{42}$ превышает соответствующую частоту идеальной оболочки λ_4 на 15%. Меньшая частота λ_{41} – ниже 12% по сравнению с λ_4 . Расстройка частотного спектра $\lambda_{42} - \lambda_{41} \approx 27\%$.

Стоит отметить, что при анализе динамического поведения оболочек с несовершенствами формы наблюдались и более сложные (неоднозначные) формы колебаний [27; 28; 34].

Полученные в этой статье результаты позволяют уточнить раздел механики в области колебаний оболочек и могут потребовать уточнения уже решённых ранее задач динамики оболочек с начальными несовершенствами формы.

Основные выводы

В работе обнаружена возможность возникновения зоны расщепления изгибного частотного спектра, обусловленная наличием у оболочки начальных отклонений от идеальной круговой формы. Асимметричные несовершенства формы приводят к расщеплению изгибного частотного спектра. При этом расстройка частотного спектра наблюдается не только при $n = n_0$, как это принято считать в настоящее время, но и при $n = 2n_0$. В случае, когда $n = n_0$, обе расщеплённые частоты меньше, а не больше частоты колебаний геометрически совершенной оболочки. В случае, когда $n = 2n_0$, одна из расщеплённых частот Ω_{n2} больше частоты колебаний соответствующей идеальной оболочки, другая Ω_{n1} – меньше. Расстройка спектра может быть довольно существенной. Эффект расщепления спектра как при $n = n_0$, так и при $n = 2n_0$, зависит от геометрических и волновых параметров оболочки. Частоты преимущественно радиальных ко-

лебаний при определённых значениях параметров волнообразования и амплитуд несовершенств формы могут быть соизмеримы с частотами преимущественно изгибных колебаний.

Библиографический список

1. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. Нелинейные колебания, катастрофы, бифуркации, хаос // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2013. Т. 21, № 3. С. 1-10.
2. Анисимов М.К., Поникаров С.И., Черенков А.В. Численный анализ устойчивости цилиндрических оболочек, нагруженных осевой сжимающей силой, с учётом геометрических несовершенств // Машиностроение и инженерное образование. 2006. № 4. С. 49-56.
3. Бегичев М.М. Численный анализ устойчивости стержневых систем и оболочек при упругих и пластических деформациях с учётом начальных несовершенств. Автореферат дис. ... кандидата технических наук. Москва, 2013. 24 с.
4. Лопаницын Е.А., Матвеев Е.А. Устойчивость цилиндрических оболочек с начальными несовершенствами под действием внешнего давления // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. 2011. № 2. С. 16-25.
5. Олевский В.И., Мильцын А.М., Плетин В.В. Многофакторные исследования устойчивости тонкостенных оболочек с несовершенствами // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4(4). С. 1663-1665.
6. Ефремова Г.И. Определение напряжённо-деформированного состояния подкреплённых цилиндрических оболочек с начальной погибью произвольной формы // Труды Центрального научно-исследовательского института имени академика А.Н. Крылова. 2009. № 42. С. 19-26.
7. Попов О.Н., Моисеенко М.О., Трепутнева Т.А. Влияние симметричной общей начальной погиби на напряжённо-деформированное состояние и устойчивость пологих цилиндрических оболочек // Строительная механика и расчёт сооружений. 2010. № 4. С. 34-39.
8. Товстик П.Е., Черняев С.П. Нелинейное деформирование тонких оболочек с учётом несовершенств формы срединной поверхности // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2004. № 3. С. 88-95.
9. Варяничко М.А., Карасев А.Г., Лихачева О.В., Красовский В.Л. Влияние начальных несовершенств геометрии на критическое давление замкнутых упругих гладких пологих конических оболочек // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. 2010. № 6 (147). С. 20-31.
10. Лопашев П.А. Метод автоматизации учёта несовершенств геометрической формы цилиндрических оболочек при расчёте несущей способности по методу конечных элементов // Труды Центрального научно-исследовательского института им. академика А.Н. Крылова. 2009. № 46. С. 173-180.
11. Лукин Я.А., Ефименко Е.С. Оптимизация несущих систем кузовов цельнометаллических вагонов типа замкнутой оболочки с учётом начальных несовершенств // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2008. № 1 (29). С. 9-13.
12. Мамай В.И. Несущая способность тонкостенных оболочек с локальными несовершенствами // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. 2011. № 2. С. 26-31

13. Коротков А.В., Куликов Ю.А. Вынужденные параметрические колебания криволинейных композитных труб с начальными технологическими несовершенствами // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2014. Т. 20, № 1. С. 16-33.

14. Мильцын А.М., Олевский В.И., Плетин В.В. О формах закритического волнообразования неоднородно нагруженных цилиндрических оболочек с технологическими несовершенствами // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2011. Т. 5, № 7 (53). С. 44-48.

15. Снисаренко С.И., Хвацков Б.Е. Динамическое деформирование цилиндрических композитных оболочек с наличием структурных и технологических несовершенств // *Научный вестник Новосибирского государственного технического университета*. 2009. № 3. С. 115-120.

16. Моисеенко М.О., Песцов Д.Н., Попов О.Н., Трепутнева Т.А. Обзор работ по расчету пластин и оболочек с малыми начальными несовершенствами формы срединной поверхности: депонированная рукопись № 501-B2011; 22.11.2011. 28 с.

17. Тарануха Н.А., Лейзерович Г.С. Динамика «неправильных» оболочек. Владивосток: Дальнаука, 2005. 422 с.

18. Amabili M. *Nonlinear vibrations and stability of shells and plates*. New York: Cambridge University Press, 2008. 392 p.

19. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснопольская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. Киев: Наукова думка, 1984. 220 с.

20. Варадан Т.К., Пратхап Дж., Рамани Х.В. Нелинейные свободные изгибные колебания тонкостенных круговых цилиндрических оболочек // *Аэрокосмическая техника*. 1990. № 5. С. 21-24.

21. Серёгин С.В., Лейзерович Г.С. Свободные колебания бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки с начальными неправильностями и малой присоединённой массой // *Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета*. 2014. Т. 1, № 4 (20). С. 36-43.

22. Лейзерович Г.С., Приходько Н.Б., Серёгин С.В. О влиянии малой присоединённой массы на расщепление частотного спектра кругового кольца с начальными неправильностями // *Строительная механика и расчёт сооружений*. 2013. № 6 (251). С. 49-51.

23. Лейзерович Г.С., Приходько Н.Б., Серёгин С.В. О влиянии малой присоединённой массы на колебания разнотолщинного кругового кольца // *Строительство и реконструкция*. 2013. № 4(48). С. 38-42.

24. Серёгин С.В. Свободные изгибно-радиальные колебания тонкой круговой цилиндрической оболочки, несущей присоединённую массу // *Вестник МГСУ*. 2014. № 11. С. 74-81.

25. Серёгин С.В. Численное и аналитическое исследование свободных колебаний круговых цилиндрических оболочек, несущих присоединённую массу, линейно распределённую вдоль образующей // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2014. Т. 7, № 4. С. 378-384.

26. Серёгин С.В. Свободные колебания тонкой круговой цилиндрической оболочки, ослабленной отверстием // *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*. 2015. № 3. С. 9-13.

27. Серёгин С.В. Влияние площади контакта и величины линейно распределённой и сосредоточенной массы с круговой цилиндрической оболочкой на частоты и формы свободных колебаний // *Вестник МГСУ*. 2014. № 7. С. 64-74.

28. Серёгин С.В. Об эффекте расщепления изгибного частотного спектра тонких круговых цилиндрических оболочек, несущих присоединённую массу // Строительная механика и расчёт сооружений. 2014. № 6 (257). С. 59-61.

29. Серёгин С.В., Лейзерович Г.С. Влияние присоединённой массы на динамические характеристики тонкой оболочки // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2015. № 4. С. 83-89.

30. Серёгин С.В. Исследование динамических характеристик оболочек с отверстиями и присоединённой массой // Вестник МГСУ. 2014. № 4. С. 52-58.

31. Серёгин С.В. Влияние присоединённого тела на частоты и формы свободных колебаний цилиндрических оболочек // Строительная механика и расчёт сооружений. 2014. № 3(254). С. 35-38.

32. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.

33. Гришин Н.Ф. Свободные колебания цилиндрических оболочек, имеющих начальную погибь // В кн.: Динамика судовых оболочек (Материалы по обмену опытом). Вып. 208. Л.: Судостроение, 1974. С. 31-40.

34. Серёгин С.В. Динамика тонких цилиндрических оболочек с присоединённой массой. Комсомольск-на-Амуре: Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, 2016. 175 с.

INFLUENCE OF ASYMMETRICAL INITIAL FORM IMPERFECTIONS ON FRE OSCILLATIONS OF THIN SHELLS

© 2016

S. V. Seregin

Candidate of Science (Engineering), Senior Research Associate, Research Management Department, Komsomolsk-na-Amure State Technical University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation, Seregin-komsHome@yandex.ru

In the framework of the theory of shallow shells we studied the effect of the initial deviations from the ideal circular cylindrical shape on flexural vibrations of thin isotropic shells. For the first time the possibility of an additional zone of splitting the flexural frequency spectrum due to the presence of initial shell form imperfections is shown in the paper. It is found that the splitting of the frequency spectrum occurs not only in cases when the number of waves of circumferential dynamic strain is equal to the number of waves of shell form imperfections as generally agreed at present, but also in cases when the number of shape-generating waves is half that of wave imperfections. In the first case, both the split frequencies are lower than the corresponding frequency of the ideal shell. It was established that for some geometrical parameters of the shell the frequencies of radial vibrations may be commensurate with the flexural ones. Solutions that take into account the interaction of bending and radial mode shapes are complemented with new results and conclusions. It was concluded that under the influence of periodic loads that inevitably arise in the operating conditions of shell structures, non-resonant zones defined according to the traditional approach can, in fact, be resonant. Resonance hazardous vibration conditions of shell structures with irregularities of this kind can occur at frequencies much lower or higher than the traditional theory predicted. This behavior of imperfect shells may lead to high stress-strain state of the structure and complex types of dynamic instability under operating conditions. The results and conclusions obtained in this work call for the revision of problems of the dynamics of shells with form imperfections that were solved earlier.

Shell, initial irregularities, imperfections, shape, flexural and radial vibrations, splitting, frequency spectrum, wave generation parameter, resonance.

Citation: Seregin S.V. Influence of asymmetrical initial form imperfections on fre oscillations of thin shells. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2016. V. 15, no. 3. P. 209-222.
DOI: 10.18287/2541-7533-2016-15-3-209-222

References

1. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P. Nonlinear oscillations, catastrophe, bifurcation, chaos. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2013. V. 21, no. 3. P. 1-10. (In Russ.)
2. Anisimov M.K., Ponikarov S.I., Cherenkov A.V. Numerical analysis of the stability of cylindrical shells loaded with axial compressive force, taking into account the geometric imperfections. *Mechanical Engineering and Engineering Education*. 2006. No. 4. P. 49-56. (In Russ.)
3. Begichev M.M. *Chislennyy analiz ustoychivosti sterzhnevyykh sistem i obolochek pri uprugikh i plasticheskikh deformatsiyakh s uchetom nachal'nykh nesovershenstv*. Avtoreferat dis. kand. tekhnicheskikh nauk [Numerical analysis of stability of frame structures and shells under elastic and plastic deformations with account for initial imperfections. Extended abstract of Cand. Sci. (Eng.) Diss.]. Moscow, 2013. 24 p.
4. Lopanitsyn E.A., Matveev E.A. Stability of cylindrical shells with initial imperfections under the action of external pressure. *Mechanics of Solids*. 2011. V. 46, Iss. 2. P. 170-178. DOI: 10.3103/s0025654411020038
5. Olevs'kyy V.I., Mil'tsyn A.M., Pletin V.V. Multifactorial study of the stability of thin-walled shells with imperfections. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*. 2011. No. 4 (4). P. 1663-1665. (In Russ.)
6. Efremova G.I. Defining stressed & strained state of stiffened cylindrical shells with initial bending of arbitrary shape. *Proceedings of the Krylov State Research Centre*. 2009. No. 42. P. 19-26. (In Russ.)
7. Popov O.N., Moiseenko M.O., Treputneva T.A. Influence of symmetric general initial flexure on mode of deformation and stability of flat cylindrical shells. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2010. No. 4. P. 34-39. (In Russ.)
8. Tovstik P.E., Chernjaev S.P. Nonlinear deformation of thin shells with the middle surface imperfections. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Ser. 1. Matematika, Mekhanika, Astronomiya*. 2004. No. 3. P. 88-95. (In Russ.)
9. Varyanichko M.A., Karasev A.G., Lykhachova O.V., Krasovsky V.L. The influence of the initial imperfections of geometry on the critical pressure of the closed elastic plain flared conical shells. *Bulletin of Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture*. 2010. No. 6 (147). P. 20-31. (In Russ.)
10. Lopashev P.A. Method for automatic account of geometric shape defects for cylinder shells in FEM analysis of bearing capacity. *Proceedings of the Krylov State Research Centre*. 2009. No. 46. P. 173-180. (In Russ.)
11. Lukin Ya.A., Efimenko E.S. Optimization of bearing systems of all-metal bodies of cars such as the closed shell taking into account the initial imperfections. *Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putey Soobshcheniya*. 2008. No. 1 (29). P. 9-13. (In Russ.)
12. Mamai V.I. Load-carrying capacity of thin-walled shells with local imperfections. *Mechanics of Solids*. 2011. V. 46, Iss. 2. P. 179-173. DOI: 10.3103/S002565441102004X
13. Korotkov A.V., Kulikov Yu.A. Forced Parametric Vibration of Curved Composite Pipes with Initial Technological Imperfections. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*. 2014. V. 20, no. 1. P. 16-33. (In Russ.)
14. Miltsin A.M., Olevsky V.I., Pletin V.V. On the forms of buckling waves of non uniformly loaded cylindrical shells with technological imperfections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2011. V. 5, no. 7 (53). P. 44-48. (In Russ.)
15. Snisarenko S.I., Hvaskov B.E. Dynamic deformation of cylindrical composite membranes with structural and technological defects. *Scientific Bulletin of NSTU*. 2009. No. 3. P. 115-120. (In Russ.)

16. Moiseenko M.O., Pestsov D.N., Popov O.N., Treputneva T.A. *Obzor rabot po raschetu plastin i obolochek s malymi nachal'nymi nesovershenstvami formy sredinnoy poverkhnosti: deponirovannaya rukopis'* [A review of studies on the calculation of plates and shells with small initial imperfections of the middle surface]. Deposited manuscript № 501-B2011; 22.11.2011. 28 p.
17. Taranukha N.A., Leizerovich G.S. *Dinamika «nepravil'nykh» obolochek* [Dynamics of irregular shells]. Vladivostok: Dal'nauka Publ., 2005. 422 p.
18. Amabili M. *Nonlinear vibrations and stability of shells and plates*. New York: Cambridge University Press, 2008. 392 p.
19. Kubenko V.D., Koval'chuk P.S., Krasnopol'skaya T.S. *Nelineynoe vzaimodeystvie form izgibnykh kolebaniy tsilindricheskikh obolochek* [Nonlinear interaction of forms of flexural vibrations of cylindrical shells]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1984. 220 p.
20. Varadan T. K., Pratkhap Dzh., Ramani Kh.V. Nonlinear free bending vibrations of thin-walled circular cylindrical shells. *Aerokosmicheskaya tekhnika*. 1990. No. 5. P. 21-24. (In Russ.)
21. Seregin S.V., Leizerovich G.S. Free vibration of infinite length circular cylindrical shell with initial imperfections and a small added mass. *Scholarly Notes of Komsomolsk-na-Amure State Technical University*. 2014. V. 1, no. 4 (20). P. 36-43. (In Russ.)
22. Leizerovich G.S., Prihod'ko N.B., Seregin S.V. Influence of low additional mass on splitting of the frequency spectrum of a circular ring with initial irregularities. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2013. No. 6. P. 49-51. (In Russ.)
23. Leizerovich G., Prihod'ko N., Serjogin S. On the influence of small additional mass vibration of a ring with different thicknesses. *Building and Reconstruction*. 2013. No. 4. P. 38-42. (In Russ.)
24. Seregin S.V. Free flexural radial vibrations of a thin circular cylindrical shell bearing added mass. *Vestnik MGSU*. 2014. No. 11. P. 74-81. (In Russ.)
25. Seregin S.V. Numerical and analytical investigation of free vibrations of circular cylindrical shells with added mass linearly distributed along generatrix. *Computational Continuum Mechanics*. 2014. V. 7, no. 4. P. 378-384. (In Russ.)
26. Seregin S.V. Free vibrations of a thin circular cylindrical shell weakened by a hole. *Russian Aeronautics*. 2015. V. 58, Iss. 3. P. 258-262. DOI: 10.3103/S1068799815030022
27. Seregin S.V. Influence of the contact area and value of the linearly distributed and concentrated mass with a circular cylindrical shell on the frequency and modes of natural oscillations. *Vestnik MGSU*. 2014. No. 7. P. 64-74. (In Russ.)
28. Seregin S.V. Regarding the splitting of the frequency spectrum of the bending of thin circular cylindrical shells carrying the associated mass. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2014. No. 6 (257). P. 59-61. (In Russ.)
29. Seregin S.V., Leizerovich G.S. Influence of the added mass on the dynamic characteristics of thin shells. *Engineering and Automation Problems*. 2015. No. 4. P. 83-89. (In Russ.)
30. Seregin S.V. Investigation of dynamic characteristics of shells with holes and added mass. *Vestnik MGSU*. 2014. No. 4. P. 52-58. (In Russ.)
31. Seregin S.V. The influence attached body on the frequency and forms free vibrations cylindrical shells. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2014. No. 3 (254). P. 35-38. (In Russ.)
32. Vol'mir A.S. *Nelineynaya dinamika plastinok i obolochek* [Nonlinear dynamics of plates and shells]. Moscow: Nauka Publ., 1972. 432 p.

33. Grishin N.F. Svobodnye kolebaniya tsilindricheskikh obolochek, imeyushchikh nachal'nyuyu pogib'. V kn.: *Dinamika sudovykh obolochek (Materialy po obmenu opytom)*. Iss. 208. Leningrad: Sudostroenie Publ., 1974. P. 31-40. (In Russ.)

34. Seregin S.V. *Dinamika tonkikh tsilindricheskikh obolochek s prisoedinennoy massoy* [Dynamics of thin cylindrical shells with added mass]. Komsomolsk-on-Amur: Komsomolsk-na-Amure State Technical University Publ., 2016. 175 p.