УДК 629.78

DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-55-63

# АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ДЛЯ ЗАДАЧ ПОДДЕРЖАНИЯ ОКОЛОКРУГОВЫХ ОРБИТ

© 2016 С. А. Ишков

# Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

В статье рассматривается проблема выбора типа и основных проектных параметров корректирующей энергодвигательной установки космического аппарата (КА), функционирующего на низких околокруговых орбитах спутника Земли. Анализируется эффективность применения для этих целей химических (импульсных) двигателей и электрореактивных двигателей (ЭРД) малой тяги. Для критерия относительной массы полезного груза и введённого допущения о постоянстве ускорения от тяги получены аналитические соотношения для расчёта проектных параметров КА и областей эффективного применения ЭРД. Приведены результаты расчётов областей эффективного применения и проектных параметров КА для различных высот орбит.

Космический аппарат, электрореактивный двигатель, относительная масса полезного груза, характеристическая скорость, баллистический коэффициент, проектные параметры, общий ресурс.

#### Введение

В настоящее время ЭРД малой тяги находят всё более широкое применение в отечественной и зарубежной космонавтике. Достигнутый технологический прорыв в создании ряда двигателей данного типа и энергетических модулей к ним позволяет обеспечить решение ряда транспортных задач в околоземном и межпланетном космическом пространстве. Обладая высокой скоростью истечения реактивной струи, ЭРД позволяют повысить эффективность перелётов между орбитами и эффективность поддержания низких орбит исследовательских КА и КА дистанционного зондирования Земли [1].

Однако существует ряд факторов, ограничивающих применение ЭРД для решения указанных задач. Основной фактор связан с необходимостью иметь на борту дополнительные резервы мощности для работы энергодвигательной установки. Это приводит к необходимости установки дополнительных панелей солнечных батарей, что ведёт к увеличению массы аппарата и дополнительному сопротивлению от атмосферы Земли вследствие увеличения площади миделя.

Другим фактором, ограничивающим применение ЭРД, является необходимость делать перерывы в работе целевой аппаратуры во время работы маршевых двигателей, что отражается на производительности при решении целевых задач.

Таким образом, важной является задача определения области применения ЭРД с учётом всего многообразия внутренних факторов и внешних условий функционирования.

Исследования, проводимые в этой области [2; 3], как правило, касаются разработки алгоритмов управления поддержанием орбиты и не рассматривают вопросы эффективности применения ЭРД по сравнению с другими типами двигательных установок. В данной статье рассматривается задача построения области эффективного применения ЭРД малой тяги для задачи поддержания высоты (периода обращения) низкой круговой

<sup>&</sup>lt;u>Цитирование</u>: Ишков С.А. Анализ эффективности применения электрореактивных двигателей для задач поддержания околокруговых орбит // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2016. Т. 15, № 1. С. 55-63. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-55-63

орбиты в зависимости от срока активного существования КА и диапазона высот функционирования. В качестве возмущающего фактора рассматривается влияние сопротивления атмосферы Земли.

Эффективность применения анализируется путём сравнения начальных масс КА с химическим (импульсным) двигателем (КА1) и КА с ЭРД (КА2) при одинаковой массе полезной нагрузки.

#### Постановка задачи

Примем следующую упрощённую модель процесса поддержания заданного диапазона высот на всём протяжении срока функционирования рассматриваемых КА. Пусть в момент достижения нижней границы диапазона высот двигатель КА1 выдаёт импульс и доводит апогей орбиты до верхней границы. В апогее выдаётся второй импульс для уменьшения эксцентриситета орбиты. Алгоритм коррекции высоты орбиты у КА2 аналогичен, только ЭРД работает более продолжительное время, кратное периоду обращения для сохранения значения эксцентриситета орбиты близким к нулевому.

Введём понятие условной высоты поддержания  $H^*$ , определяемой из условия:

$$\int_{0}^{T} \sigma_{\rm cp} \cdot \rho(H) \cdot V^{2}(H) \cdot dt =$$

$$= \sigma_{\rm cp} \cdot \rho(H^{*}) \cdot V^{2}(H^{*}) \cdot T,$$
(1)

где  $\sigma_{cp} = \frac{S \cdot C_x}{2 \cdot M}$  – среднее значение баллистического коэффициента;  $\rho(H)$  – плотность атмосферы на высоте H; V(H)– скорость KA; S – площадь миделя KA;  $C_x$  – коэффициент силы лобового сопротивления; M – масса KA; T – общее время функционирования (ресурс).

Данное определение позволяет в дальнейшем все расчёты производить для  $H^*$ .

Введём также следующие допущения.

1. Затраты топлива у КА1 и затраты рабочего тела у КА2 на поддержание орбиты невелики, и все расчёты можно производить для средних масс КА.

2. Потребные затраты характеристической скорости, необходимые для поддержания орбиты КА в заданном диапазоне высот, определяются в соответствии с моделью полной компенсации тормозного ускорения от атмосферы Земли:

$$V_{x} = a_{T}(H^{*}) \cdot T + V_{xm}, \qquad (2)$$

где 
$$a_T(H^*) = \frac{\mu \cdot \sigma_{\rm cp} \cdot \rho(H^*)}{R_3 + H^*};$$
 (3)

 $a_{T}$  – тормозное ускорение на высоте  $H^{*}$ ;  $R_{3}$  – радиус Земли;  $V_{xm}$  – запас характеристической скорости, необходимый для совершения дополнительного маневрирования КА в соответствии с целевой задачей.

Данное допущение позволяет в дальнейшем не учитывать возможный дополнительный выигрыш в характеристической скорости при импульсном приложении тяги в аспидных точках орбиты.

Запишем массовое уравнение для КА1:

$$M_{10} = M_{\rm KA} + M_{\rm T1} + M_{\rm ДУ1}, \tag{4}$$

где  $M_{10}$  – начальная масса KA1;  $M_{KA}$  – масса KA1 без массы топлива и двигательной установки (масса полезной нагрузки);  $M_{T1}$  – масса топлива, необходимая для поддержания орбиты и целевого маневрирования;  $M_{ДУ1} = M_{T1} \cdot K_{ДУ1}$  – масса двигательной установки, включая массу баков;  $K_{ДУ1}$  – относительная масса двигательной установки.

С учётом принятых допущений потребную массу топлива можно определить как

$$M_{\rm T1} = \frac{a_{\rm T1} \left( H^* \right) \cdot T + V_{xm}}{P_{\rm yg}} \cdot M_{\rm 1cp} \,, \tag{5}$$

где  $P_{yg}$  – удельный импульс тяги двигательной установки;  $M_{1cp}$  – средняя масса KA1.

Пусть 
$$M_{1cp} = M_{01} - \frac{M_{T1}}{2}$$
, и тогда

после преобразований можно записать:

$$M_{\rm T1} = \frac{M_{01} \cdot V_x}{\left(P_{\rm yg} + \frac{V_x}{2}\right)},$$
(6)

где введено обозначение:  $V_x = a_T (H^*) \cdot T + V_{xm}.$ 

Подставляя данное выражение в (4) и разделяя правую и левую части массового уравнения на  $M_{01}$ , получим выражение для относительной массы  $\mu_{K1}$  полезной нагрузки KA1:

$$\mu_{\mathrm{K1}} = 1 - \frac{V_x}{\left(P_{\mathrm{y}\mathrm{g}} + \frac{V_x}{2}\right)} \cdot \left(1 + K_{\mathrm{J}\mathrm{y}\mathrm{1}}\right). \tag{7}$$

Запишем массовое уравнение для КА2:

$$M_{20} = M_{\rm KA} + M_{\rm \Im y} + M_{\rm PT} + M_{\rm \varPi y2}\,, \qquad (8)$$

 $M_{\exists y} = \frac{P \cdot C}{2 \cdot n_{\rm T}} \cdot \gamma_{\exists} - \text{Macca}$ где энергоустановки, необходимая для работы ЭРД;  $\gamma_{\mathcal{H}}$  – удельная масса энергоустановки; С – скорость истечения реактивной струи; <sub>*η*<sub>T</sub> – тяговый КПД двигательной</sub> установки; Р – суммарная тяга двигате- $M_{\rm PT}$  – macca лей; рабочего тела;  $M_{\rm ЛУ2} = M_{\rm PT} \cdot K_{\rm ЛУ2}$  – масса двигательной установки, включая массу системы хранения рабочего тела.

Определим массу рабочего тела аналогично (6):

$$M_{\rm PT} = \frac{a_{\rm T1} (H^*) \cdot T + V_{xm} \cdot K_{\rm \Pi}}{C} \cdot M_{\rm 2cp}, \qquad (9)$$

где  $K_{\text{Д}}$  – коэффициент, учитывающий гравитационные потери при маневрировании.

Подставляя данное выражение в (8) и поделив правую и левую части на  $M_{20}$ , получим:

$$\mu_{\rm K2} = 1 - \frac{a_{02} \cdot C}{2 \cdot \eta_{\rm T}} \cdot \gamma_{\Im} - \frac{a_{\rm T2} \left(H^*\right) \cdot T + V_{xm} \cdot K_{\rm A}}{\left(C + \frac{V_x}{2}\right)} \cdot \left(1 + K_{\rm AY2}\right), \tag{10}$$

где  $a_{02} = \frac{P}{M_{02}}$  – начальное ускорение тяги ЭРД.

Тягу ЭРД выберем исходя из следующих соображений:

1. Ускорение тяги должно значительно превосходить тормозное аэродинамическое ускорение на минимальной рабочей высоте при максимальном значении индекса солнечной активности.

2. Ускорение тяги должно обеспечивать проведение коррекции высоты орбиты без существенного снижения производительности при решении целевых задач.

Тормозные ускорения от сопротивления атмосферы  $a_{T1}$  и  $a_{T2}$  в общем случае будут различными из-за наличия на КА2 дополнительных панелей солнечных батарей для энергопитания ЭРД.

Пусть

$$a_{\mathrm{T2}}\left(H^*\right) = a_{\mathrm{T1}}\left(H^*\right) \cdot K_{\sigma} \,. \tag{11}$$

Здесь 
$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(1 + \frac{\Delta S}{S}\right);$$
 (12)

$$\Delta S = \frac{P \cdot C}{2 \cdot \eta_{\mathrm{T}} \cdot K_n},\tag{13}$$

где  $\Delta S$  – дополнительная площадь солнечных батарей;  $K_n$  – удельный энергосъём электрической мощности солнечных батарей.

Подставляя (13) в (12), с учётом определения баллистического коэффициента получим

$$K_{\sigma} = 1 + \frac{a_{02} \cdot C \cdot C_x}{8 \cdot K_n \cdot \sigma_1 \cdot \eta_T}.$$
 (14)

При расчёте поправочного коэффициента  $K_{\sigma}$  предполагаем:

1. Площадь миделя осреднённого баллистического коэффициента рассчитывается как одна четвёртая от площади поверхности:

$$S_{M_2} = S_{M_1} + \frac{\Delta S}{2},$$
 (15)

где  $S_{M_1}$  – площадь миделя КА1;  $S_{M_2}$  – площадь миделя КА2. 2. Массы аппаратов КА1 и КА2 близки.

Величина скорости истечения реактивной струи *С* для КА2 является определяемой величиной, то есть параметром задачи.

Определим приближённо оптимальное значение  $\tilde{C}_{opt}$  из условия максимума функции  $\mu_{K_2}(10)$  без учёта изменения массы в процессе полёта  $\left(C >> \frac{V_x}{2}\right)$ :

$$\widetilde{C}_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(a_{\text{T1}} \cdot T + V_{xm} \cdot K_{\varPi}\right) \cdot \left(1 + K_{\varPi2}\right)}{a_{02} \cdot \overline{\gamma}_{\Im}}},$$
(16)

где  $\bar{\gamma}_{\mathfrak{I}} = \frac{\gamma_{\mathfrak{I}}}{\eta_T}$  – приведённая удельная мас-

са энергоустановки.

Определим область преимущественного применения ЭРД по сравнению с двигательной установкой на химическом топливе в пространстве параметров T и  $H^*$ . Для этого построим функцию относительного выигрыша

$$\Delta \mu = \mu_{\rm K2} - \mu_{\rm K1} = \frac{\left(a_{\rm T1} \cdot T^* + V_{xm}\right)}{P_{\rm ДY} + \frac{V_{x1}}{2}} \cdot \left(1 + K_{\rm ДY1}\right) - \frac{a_{02} \cdot C \cdot \bar{\gamma}_{\Im}}{2} - \frac{\left(a_{\rm T1} \cdot T^* \cdot K_{\sigma} + V_{xm} \cdot K_{\rm J}\right)}{P_{\rm ДY} + \frac{V_{x2}}{2}} \cdot \left(1 + K_{\rm JY1}\right), \tag{17}$$

где  $T^*$  – граничное значение ресурса T при заданном значении  $\Delta \mu$ .

Расчёты показывают, что во всём диапазоне практически важных высот от

220 км и выше выполняются неравенства:  $V_x \ll P_{\text{ду}}, V_x \ll C$ . Поэтому  $V_x$  в числителе (17) можно пренебречь.

Определим  $T(H^*)$  из (17) с учётом данного упрощения:

$$T^{*} = \frac{\Delta \mu + \frac{a_{02} \cdot C}{2} \cdot \gamma_{\mathfrak{B}} - \frac{V_{xm} \cdot (1 + K_{\mathcal{I}\mathcal{Y}1})}{P_{\mathcal{I}\mathcal{Y}}} + \frac{V_{xm} \cdot K_{\mathcal{I}} \cdot (1 + V_{xm})}{C}}{a_{\mathrm{T}1} \cdot \left(\frac{1 + K_{\mathcal{I}\mathcal{Y}1}}{P_{\mathcal{I}\mathcal{Y}}} - \frac{1 + K_{\mathcal{I}\mathcal{Y}2}}{C} \cdot K_{\sigma}\right)}{C}.$$
(18)

#### Результаты расчётов

Приведены расчёты границ областей эффективного применения КА2 в соответствии с (18). Принятые значения параметров даны в табл. 1. Они соответствуют существующим КА и удельным характеристикам энергодвигательных систем [4; 5].

Расчёты производились для круговых орбит с высотами от 250 до 500 км.

Ускорение от тяги  $a_{02}$  на больших высотах принималось равным  $a_{02} = 10^{-4} \text{ м/c}^2$ , на низких высотах – с учётом ограничения:  $a_{02} > 10 \cdot a_T (H^*) \cdot K_{\sigma}$ .

Такой выбор гарантированно обеспечивает превышение управляющего ускорения над тормозным ускорением и приемлемые затраты времени на выполнение корректирующих манёвров.

Параметром задачи является скорость истечения реактивной струи *С*,

определённая численно путём минимизации (18):  $T^*(C) \to \min$ .

В общем случае *С* можно приближённо определить согласно (16) для произвольного значения *T*.

Зависимость  $T^*(C)$  для H = 300 км и среднего уровня солнечной активности представлена на рис. 1. Зависимость  $ilde{C}_{opt}(H^*)$  от высоты орбиты H для граничного значения срока функционирования  $T^*$  представлена на рис. 2. В соответствии с изложенной технической постановкой задачи у КА2 баллистический коэффициент будет больше, чем у КА1. Зависимость поправочного коэффициента  $K_{\sigma}$  (13) от высоты орбиты для граничного значения  $T^*$  и  $C = C_{opt}$  представлена на рис. 3. Область эффективного применения ЭРД, полученная в ходе расчётов для различных значений индекса уровня солнечной активности, представлена на рис. 4.

Параметр	Численное значение
Коэффициент $\sigma_1$ , кг/м $^2$	0,005
Коэффициент $\Delta \mu$	0,05
Приведённая удельная масса энергоустановки $\bar{\gamma}_{ar{f 9}}$ , кг/Вт	0,03
Удельный энергосъём электрической мощности солнечных батарей $K_n$ , м $^2$ /Вт	100
Удельный импульс тяги двигательной установки $P_{\rm yd}$ , м/с	3500
Коэффициент Кду1	0,02
Коэффициент КДУ2	0,02
Затраты характеристической скорости $V_{xm}$ , м/с	100

Таблица 1. Параметры залачи
-----------------------------







Рис. 2. Зависимость оптимальной скорости истечения реактивной струи двигательной установки  $C_{opt}$ на граничной высоте  $H^*$  для граничного срока функционирования  $T^*$ для среднего уровня солнечной активности  $F = 175 \frac{B_T}{M^2 \cdot \Gamma_H}$ 



Рис. 3. Зависимость поправочного коэффициента  $K_{\sigma}$  от высоты орбиты для граничного значения срока функционирования  $T^*$  при  $C = C_{opt}$ при среднем уровне солнечной активности  $F = 175 \frac{B_T}{M^2 \cdot \Gamma_{II}}$ 



Рис. 4. Область эффективного применения ЭРД для различного уровня солнечной активности  $F\left(\frac{BT}{M^2 \cdot \Gamma \Pi}\right)$ 

## Обсуждение результатов

По результатам расчётов сделаем выводы. Из рис. 1 видно, что правая часть унимодальной зависимости имеет пологий вид, а левая – крутой.

Анализ рис. 2 показывает, что для высот более 300 км величина  $C_{opt}$  остаётся постоянной, а для малых высот она резко возрастает.

Сужение области в левой части графиков на рис. 4 объясняется существенным увеличением баллистического коэффициента  $\sigma$  у КА2 на низких высотах в связи с увеличением потребного значения ускорения  $a_{02}$  и, как следствие, увеличением массы энергоустановки и площади панелей солнечных батарей.

Сужение области справа связано с уменьшением тормозного ускорения от

атмосферы Земли и уменьшением потенциального выигрыша от применения ЭРД на малых интервалах времени. Увеличение плотности атмосферы из-за увеличения индекса солнечной активности расширяет искомую область, а уменьшение плотности – сужает. Очевидно, что при увеличении потребного значения  $V_{xm}$  граница области будет смещаться вниз, а при уменьшении – вверх.

## Заключение

Полученные результаты позволяют обоснованно подойти к выбору типа двигательной установки для решения задач поддержания орбит низкоорбитальных исследовательских космических аппаратов и космических аппаратов дистанционного зондирования Земли.

## Библиографический список

1. Салмин В.В., Старинова О.Л., Ишков С.А. Методы решения вариационных задач механики космического полёта с малой тягой. Самара: Самарский научный центр РАН, 2006. 164 с.

2. Ходненко В.П., Хромов А.В. Выбор проектных параметров системы коррекции орбиты космического аппарата дистанционного зондирования Земли // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2011. Т. 121, № 2. С. 15-22.

3. Салмин В.В., Волоцуев В.В., Шиханов С.В. Поддержание заданных орбитальных параметров космического аппарата с помощью двигателей малой тяги // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2013. № 4(42). С. 248-254.

4. Солнечные элементы и батареи космического применения. http://www.rusnanonet.ru/products/21131/

5. Солнечные и аккумуляторные батареи для космических аппаратов. http://www.federalspace.ru/2011/

## Информация об авторе

Ишков Сергей Алексеевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: <u>ishkov@ssau.ru</u>. Область научных интересов: динамика, баллистика, управление движением космических аппаратов.

## **EFFICIENCY OF USING ELECTRIC PROPULSION ENGINES FOR THE TASK OF KEEPING IN A NEAR-CIRCULAR ORBIT**

#### © 2016 S. A. Ishkov

#### Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

The paper deals with the problem of choosing the type and the main design parameters of the correcting propulsion system of spacecraft functioning in low near-circular Earth orbits. The efficiency of using chemical (impulse) and low-thrust electric propulsion engines is analyzed. Analytical relations for calculating spacecraft design parameters and specifying the areas of efficient use of electric propulsion engines are obtained for the criterion of useful load fraction and the assumption of constant power dependent acceleration. The results of calculating the areas of efficient use and design parameters of spacecraft for various operational altitudes are shown.

Spacecraft, electric propulsion engine, useful load fraction, characteristic velocity, ballistic coefficient, design parameters, total resource.

#### References

1. Salmin V.V., Starinova O.L., Ishkov S.A. *Metody resheniya variatsionnykh zadach mekhaniki kosmicheskogo poleta s maloy tyagoy* [Solution Methods for Variational Problems of Low Thrust Spaceflight Mechanics]. Samara: Samarskiy nauchnyy tsentr RAN Publ., 2014. 164 p.

2. Khodnenko V.P., Khromov A.V. Selecting design parameters for earth remote sensing spacecraft orbit correction system. *Voprosi electromexaniki*. *Trudy VNIIEM*. 2011. V. 121, Iss. 2. P. 15-22. (In Russ.)

3. Salmin V.V., Volotsuev V.V., Shikhanov S.V. Spacecraft preset orbital parameters control by means of thrusters. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2013.  $N_{\rm P}$  4(42). P. 248-254. (In Russ.)

4. *Solnechnije elementi i batareji kosmicheskogo primenenija* [Solar cells and batteries of space-related application]. Available at: http://www.rusnanonet.ru/products/21131/

5. *Solnechije i accumuljiatornije batareji dlja kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft solar and storage batteries]. Available at: http://www.federalspace.ru/2011/

### About the author

**Ishkov Sergey Alekseevich**, Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department of Spacecraft Engineering, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. E-mail: <u>ishkov@ssau.ru</u>. Area of Research: dynamics, ballistics, spacecraft motion control.

<sup>&</sup>lt;u>Citation:</u> Ishkov S.A. Efficiency of using electric propulsion engines for the task of keeping in a near-circular orbit. Vestnik of the Samara State Aerospace University. 2016. V. 15, no. 1. P. 55-63. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-55-63