

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ОТДЕЛЕНИЯ ГРУППЫ НАНОСПУТНИКОВ ПРИ КЛАСТЕРНОМ ЗАПУСКЕ С ОРБИТАЛЬНОЙ СТУПЕНИ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ «СОЮЗ»

© 2016 Д. П. Аваряскин, М. С. Щербаков

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Сформулирована задача анализа возможности возникновения опасного сближения наноспутников друг с другом и каждого из наноспутников с орбитальной ступенью ракеты-носителя «Союз» после их отделения. Рассмотрена задача формирования начальных условий движения после отделения, обеспечивающих неперевышение заданного расстояния между наноспутниками на протяжении двух витков полёта. Получены выражения для определения математического ожидания и дисперсии начальных условий отделения наноспутников от орбитальной ступени (проекция вектора скорости отделения на оси орбитальной системы координат) и выражения для определения математического ожидания и дисперсии координат положения наноспутников. Построена область допустимых параметров отделения наноспутников, исключающих возможность опасного сближения двух наноспутников как с орбитальной ступенью, так и друг с другом. Построена область параметров отделения, исключающих разлёт наноспутников друг относительно друга на расстояние более 10 км на протяжении двух витков полёта. Сформированы рекомендации по выбору начальных условий отделения наноспутников.

Орбитальная ступень, неориентированный полёт, группа наноспутников, параметры отделения, стохастический анализ, моделирование движения, кластерный запуск.

Тенденция использования наноспутников (НС) ведущими космическими организациями неуклонно растёт. Часто для решения поставленных задач используют группировки НС, а не одиночный аппарат. Достоинством группового полёта НС является способность одновременного проведения наблюдений, измерений, других экспериментов в различных точках пространства при заданном взаимном положении спутников, на которых установлена необходимая для решения таких задач полезная нагрузка. Другое преимущество, которое обеспечивает группировка по сравнению с единичным спутником, заключается в том, что выход из строя одного или даже нескольких спутников не приводит к полной потере работоспособности всей группировки [1].

В статье рассматривается запуск группировки из двух НС с орбитальной ступени (ОС) ракеты-носителя (РН) «Союз», в переходном отсеке которой имеются резервы по выводимой на орбиту массе и объёму. После отделения основной полезной нагрузки ОС начинает совершать неконтролируемое движение относительно центра масс и тогда направление вектора скорости отделения НС будет иметь случайный характер. Вследствие того, что отделение НС от ОС происходит в случайном направлении, а тормозящее влияние атмосферы на НС и ОС сильно отличаются друг от друга, возможно появление таких ситуаций, при которых может произойти опасное сближение НС как с ОС, так и между НС.

Для проведения некоторых экспериментов требуется поддержание расстояния между НС в группировке не больше заданного. Поскольку НС не обладают большими запасами энергии для поддержания заданного расстояния относительно друг друга, то требуется подбор определённых параметров отделения. Параметры отделения – это задержка времени отделения НС Δt , которая отсчитывается с момента отделения основной полезной нагрузки (ПН), и скорость V отделения НС от ОС.

Будем рассматривать отделение двух НС из переходного отсека ОС ракеты-носителя «Союз» в качестве попутного груза. Считается, что ОС после отделения ПН приобретает начальную угловую скорость и совершает неориентированный полёт. Для численных расчётов принимались следующие значения начальных уг-

ловых скоростей в осях связанной системы координат, которые приобретает ОС РН «Союз» после отделения основной полезной нагрузки [2]:

$$\omega_x = -(2,5 \pm 0,3) \text{ град} / \text{с},$$

$$\omega_y = (0 \pm 2,5) \text{ град} / \text{с},$$

$$\omega_z = (0 \pm 2,5) \text{ град} / \text{с}.$$

В связи с тем, что проекции угловой скорости ОС лежат в заданных диапазонах и имеют случайный характер, то задача определения параметров отделения НС рассматривалась в вероятностной постановке.

На рис. 1 изображено положение ОС в момент времени отделения НС. Пунктирной линией изображена ОС в момент времени Δt_1 , когда отделяется первый НС.

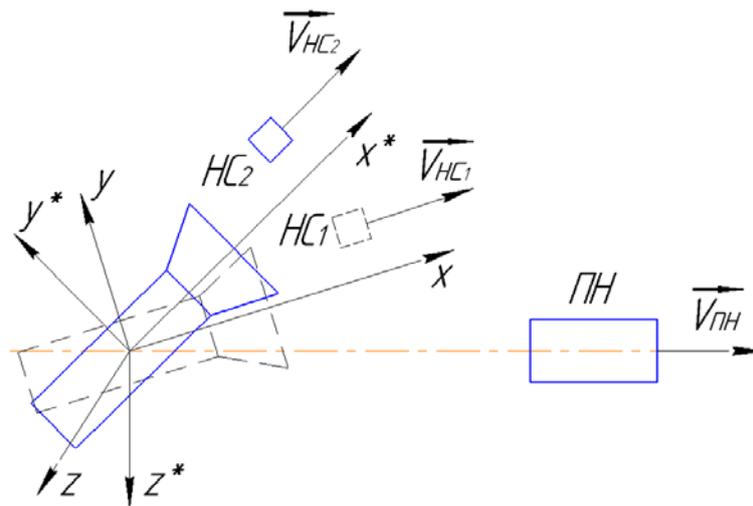


Рис.1. Положение ОС во время отделения НС

Сначала отделяется основная полезная нагрузка, потом через определённое время (время между моментом отделения основной полезной нагрузки и моментом времени отделения НС, которое обозначено как Δt_1 и называется задержкой по времени) отделяется первый НС. Через время Δt_2 отделяется второй НС. Наноспутники отделяются поочерёдно и в случайном направлении, которое обусловлено неконтролируемым движением ОС вокруг центра масс.

Рассмотрено движение орбитальной ступени относительно центра масс без учёта действия внешних сил, при этом кинетическая энергия вращения ОС существенно больше работы внешних сил. Тогда после отделения основной полезной нагрузки ступень совершает вращательное движение, представляющее собой регулярную прецессию, при которой продольная ось ступени, проходящая через центр масс, описывает круговой конус относительно неизменного в пространстве

направления вектора кинетического момента \vec{K} [2]. На рис. 2 изображена прецессия ОС после отделения ПН. Введём следующие обозначения. Угол между продольной осью ОС в момент отделения

ПН и продольной осью ОС в момент отделения НС – α_0 . Угол полураствора конуса – α_k . Угол, на который повернётся ОС после отделения ПН в плоскости основания конуса – ψ_0 .

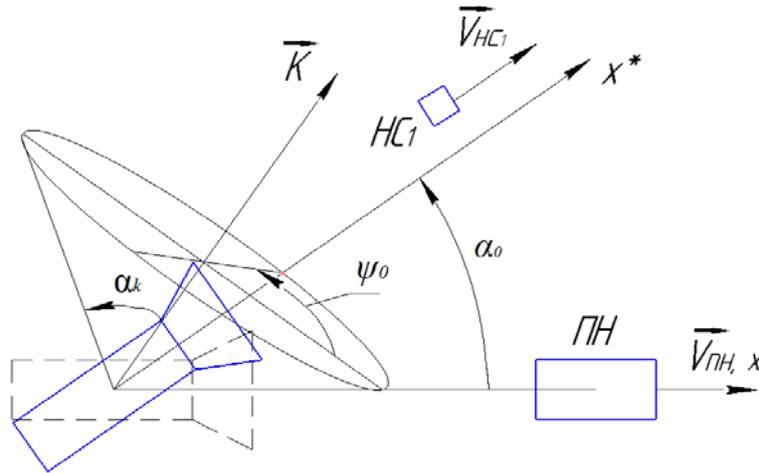


Рис.2. Прецессия ОС после отделения основной ПН

Угол α_0 можно определить по формуле [3]:

$$\alpha_0 = \arccos(\cos^2(\alpha_k) + \sin^2(\alpha_k)\cos(\psi_0)).$$

В работе [4] получено выражение для плотности распределения угла α_0 , из которого выведены выражения для плотности распределения проекции скорости отделения НС в орбитальной системе координат:

$$\left\{ \begin{aligned} f(V_x) &= \frac{\arccos(V_x/V)}{\sigma^2 \Delta t^2 V \sqrt{1 - \frac{V_x^2}{V^2}}} \exp\left(\frac{-\alpha_0^2}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right), \\ f(V_y) &= \frac{\exp\left(\frac{-V_y^2}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right)}{2\sigma \Delta t V \sqrt{2\pi}}, \\ f(V_z) &= \frac{\exp\left(\frac{-V_z^2}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right)}{2\sigma \Delta t V \sqrt{2\pi}}. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Здесь σ – среднее квадратическое отклонение компонентов поперечной угловой скорости, Δt – время, через которое отделится НС после отделения ПН (задержка по времени), V – скорость отделения НС от ОС.

Выражение $f(V_x)$ подчиняется нормальному закону распределения случайных величин, а выражения $f(V_y)$ и $f(V_z)$ – релеевскому закону распределения [4].

Получены следующие выражения для математического ожидания:

$$\left\{ \begin{aligned} m_{V_x} &= V + V \exp\left(\frac{-\pi^2}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right) - Q(Vx), \\ m_{V_y} &= 0, \\ m_{V_z} &= 0. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Здесь

$$Q(Vx) = \int_{-V}^V q(Vx) dV_x, \quad (2)$$

$$q(Vx) = \exp\left(\frac{-\arccos^2(V_x/V)}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right) dV_x. \quad (3)$$

Для определения выражения (2) функция (3) разложена в степенной ряд. В зависимости от количества слагаемых разложения уменьшается погрешность

вычисления относительно численного решения (рис. 3). Допустимая погрешность принята равной 5%.



Рис. 3. Величина погрешности m_{V_x} в зависимости от количества слагаемых степенного ряда функции $q(V_x)$

Как видно из рис. 3, для того, чтобы погрешность не превышала 5%, необходимо раскладывать функцию (3) в степенной ряд до 17 слагаемых.

Получены следующие выражения дисперсии для проекций скорости отделения НС:

$$\begin{cases} D_{V_x} = V^2 + V^2 \exp\left(\frac{-\pi^2}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right) - m_{V_x}^2 B_x(V_x), \\ D_{V_y} = \frac{1}{2\sigma \Delta t V \sqrt{2\pi}} B_y(V_y), \\ D_{V_z} = \frac{1}{2\sigma \Delta t V \sqrt{2\pi}} B_z(V_z). \end{cases} \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{cases} B_x(V_x) = 2 \int_{-V}^V V_x b_x(V_x) dV_x, \\ B_y(V_x) = \int_{-V}^V V_y^2 b_y(V_y) dV_y, \\ B_z(V_x) = \int_{-V}^V V_z^2 b_z(V_z) dV_z. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} b_x(V_x) = \exp\left(\frac{-\arccos^2(V_x/V)}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right), \\ b_y(V_y) = \exp\left(\frac{-V_y^2}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right), \\ b_z(V_z) = \exp\left(\frac{-V_z^2}{2\sigma^2 \Delta t^2}\right). \end{cases} \quad (6)$$

Для вычисления (5) необходимо разложить (6) в степенные ряды. На рис. 4 представлены результаты вычисления по полученным аналитическим выражениям (4) при различном количестве слагаемых разложения в степенной ряд функции (6).

Для того, чтобы погрешность выражения D_{V_x} не превышала 5%, необходимо раскладывать функцию $b_x(V_x)$ в степенной ряд до 20 слагаемых (рис. 4), для D_{V_y}, D_{V_z} необходимо раскладывать функции $b_y(V_y), b_z(V_z)$ в степенные ряды до 73 слагаемых (рис. 5).



Рис.4. Величина погрешности для выражения D_{V_x} в зависимости от количества слагаемых степенного ряда функции $b_x(V_x)$

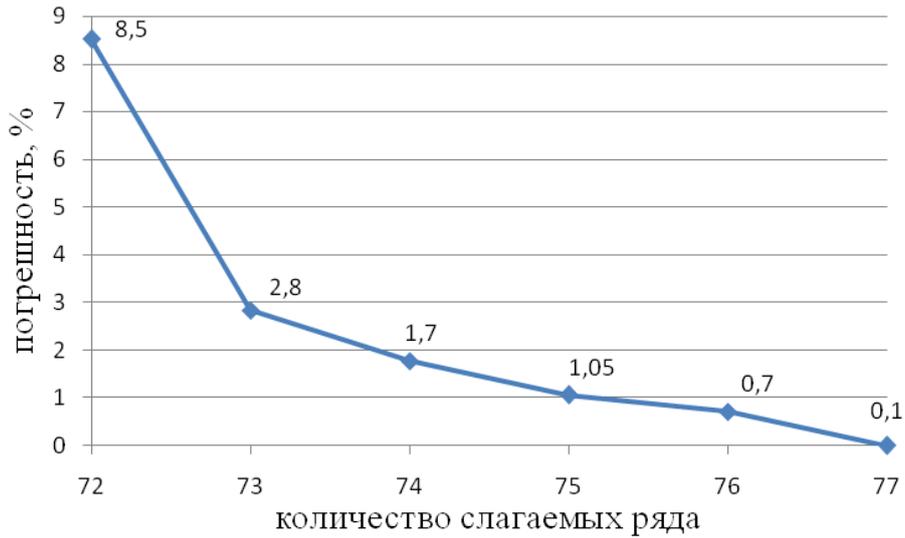


Рис.5. Величина погрешности для выражений D_{V_y}, D_{V_z} в зависимости от количества слагаемых степенного ряда функции $b_y(V_y), b_z(V_z)$

Получены выражения для математического ожидания m_x, m_y, m_z и дисперсии D_x, D_y, D_z координат положения НС в

предположении движения ОС по круговой орбите и центральном поле притяжения Земли на протяжении двух витков полёта:

$$\begin{cases} m_x = m_{V_x} \left(\frac{4}{\omega} \sin(\omega t) - 3t \right) + \frac{4P_x}{\omega^2} (1 - \cos(\omega t)) - \frac{3}{2} P_x t^2, \\ m_y = m_{V_x} \left(\frac{2}{\omega} - \frac{2}{\omega} \cos(\omega t) \right) + \frac{2P_x}{\omega} \left(t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right), \\ m_z = 0. \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} D_x = D_{Vx} \left(\frac{4}{\omega} \sin(\omega t) - 3t \right)^2 + D_{Vy} \left(\frac{2}{\omega} \cos(\omega t) - \frac{2}{\omega} \right)^2, \\ D_y = D_{Vx} \left(\frac{2}{\omega} - \frac{2}{\omega} \cos(\omega t) \right)^2 + D_{Vy} \left(\frac{1}{\omega} \sin(\omega t) \right)^2, \\ D_z = D_{Vz} \frac{\sin^2(\omega t)}{\omega}. \end{cases} \quad (8)$$

Условие безопасного движения НС заключаются в том, что на протяжении двух витков после отделения от ОС расстояние $r(t^*)$ между НС и ОС не должно принимать значения, меньше допустимого r_{\min} :

$$r(t^*) \geq r_{\min}. \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Gamma &= r_{\text{НС}} - r_{\text{НС-ОС}}, \\ r_{\text{НС}} &= \sqrt{9\sigma_x^2 + 9\sigma_y^2 + 9\sigma_z^2} \text{ – среднеекватратическое отклонение расстояния между НС и ОС;} \end{aligned}$$

$r_{\text{НС-ОС}} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}$ – математическое ожидание расстояний между НС и ОС;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – среднеекватратическое отклонение координат НС.

С использованием выражений (7), (8) и (9) получена область параметров отделения, исключающих сближение НС и ОС (рис. 6). Момент времени $\Delta t = 0$ соответствует отделению ПН от ОС.

Приняты следующие условия полёта НС:

- высота орбиты – 200 км;
- $r_{\min} = 100$ м;
- время прогнозируемого полёта – два витка (выражения (1) справедливы только для этого интервала).

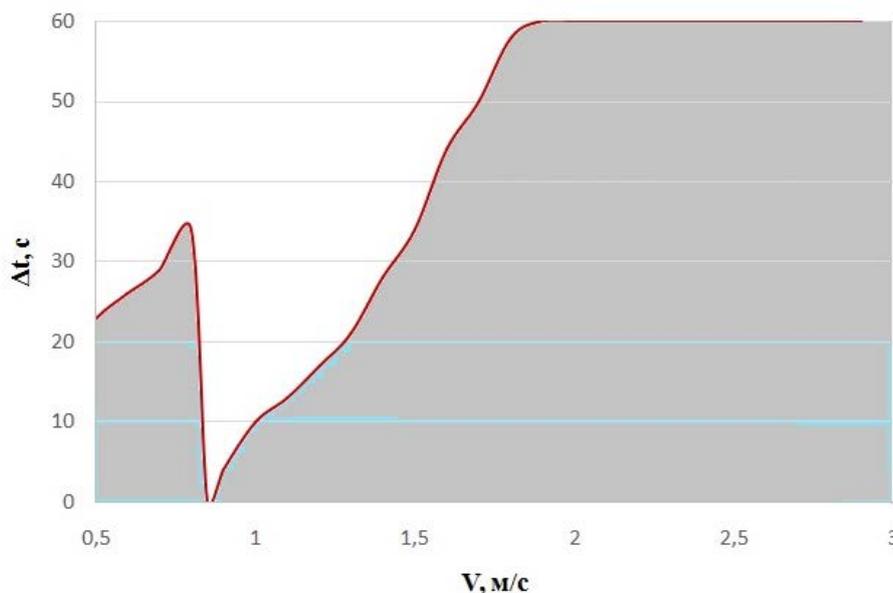


Рис. 6. Область безопасных параметров отделения НС

Закрашенная область на рис. 6 показывает параметры отделения НС, при которых они с вероятностью 0,997 с ОС не попадают в область сближения.

Условие непревышения заданного расстояния между НС – на протяжении двух витков после отделения расстояние между НС $r(t^*)$ не должно принимать значения, больше допустимого r_{\max} :

$$r(t^*) \leq r_{\max}. \quad (10)$$

Здесь
 $r(t) = r_1(t) + r_{1-2}(t)$;
 $r_1(t) = \sqrt{9\sigma_{\Delta x}^2 + 9\sigma_{\Delta y}^2 + 9\sigma_{\Delta z}^2}$ – средне-
 квадратическое отклонение расстояния
 между НС;
 $r_{1-2}(t) = \sqrt{m_{\Delta x}^2 + m_{\Delta y}^2 + m_{\Delta z}^2}$ – математи-
 ческое ожидание расстояний между НС;

$\sigma_{\Delta x}, \sigma_{\Delta y}, \sigma_{\Delta z}$ – среднеквадратическое от-
 клонение разности координат НС;
 $m_{\Delta x}, m_{\Delta y}, m_{\Delta z}$ – математическое ожидание
 разности координат НС.

Проведено исследование разлёта двух НС при различных параметрах отде-
 ления.

В качестве примера на рис.7 изобра-
 жена область параметров отделения
 двух НС, обеспечивающая выполнение
 условий (9) и (10).

Приняты следующие начальные
 условия:

- высота орбиты – 200 км;
- $r_{\min} = 100$ м;
- время прогнозируемого полёта – 2 вит-
 ка;
- $r_{\max} = 10$ км;
- время отделения первого НС после от-
 деления ПН составляет 5 секунд.

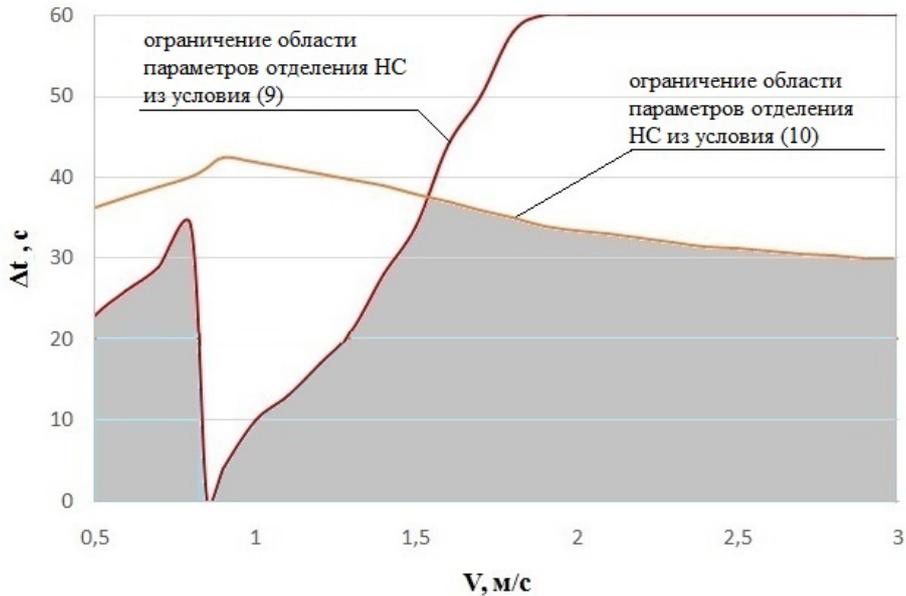


Рис. 7. Область параметров отделения НС

Таким образом, получены выраже-
 ния для определения математического
 ожидания и дисперсии начальных условий
 отделения НС от ОС и выражения для
 определения математического ожидания и
 дисперсии координат положения НС.
 Определена область допустимых пара-
 метров отделения наноспутников, исклю-
 чающих возможность опасного сближе-

ния двух НС как с ОС, так и друг с дру-
 гом, а также исключаящих превышение
 расстояния между НС свыше 10 км на
 протяжении двух витков полёта.

Исследование выполнено при фи-
 нансовой поддержке Российского фонда
 фундаментальных исследований (грант
 РФФИ № 16-31-00278-мол_а).

Библиографический список

1. Иванов Д.С., Овчинников М.Ю. Математическое моделирование управляемого движения многоэлементной системы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2008. № 72. С. 1-32.

2. Белоконов И.В., Круглов Г.Е., Трушляков В.И., Юдинцев В.В. Оценка возможности управляемого схода с орбиты верхней ступени РН «Союз» за счёт использования остатков топлива в баках // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2010. № 2 (22). С. 105-111.

3. Belokonov I., Storozh A., Timbay I. Modes of motion of Soyuz orbital stage after payload separation at carrying out of the short-term research experiments // Advances in the Astronautical Sciences. 2012. V. 145. P. 99-107.

4. Аваряскин Д.П. Стохастические модели движения наноспутника при отделении от орбитальной ступени ракеты-носителя // Сборник трудов XVI Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Часть III. Самара: Самарский научный центр РАН, 2013. С. 3-7.

Информация об авторах

Аваряскин Денис Петрович, аспирант межвузовской кафедры космических исследований, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: avaryaskind@gmail.com. Область научных интересов: динамика полёта, наноспутники, относительное движение.

Щербakov Михаил Сергеевич, аспирант межвузовской кафедры космических исследований, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: sherbakov.m.s@mail.ru. Область научных интересов: динамика полёта, наноспутники, относительное движение.

SELECTION OF A NANOSATELLITE GROUP SEPARATION PROGRAM FOR CLUSTER LAUNCHING FROM THE «SOYUZ» LAUNCH VEHICLE ORBITER

© 2016 D. P. Avaryaskin, M. S. Shcherbakov

Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

The problem of selecting the parameters of nanosatellite separation from the launch vehicle orbital stage is formulated. The possibility of hazardous proximity of the nanosatellites to each other and to the orbiter of the "Soyuz" launch vehicle is analyzed. Expressions for determining the mathematical expectation and dispersion of the initial conditions of nanosatellites' separation from the orbital stage are obtained as well as expressions for determining the mathematical expectation and dispersion of the nanosatellites' position coordinates. The region of permissible parameters of nanosatellites' separation that eliminate the risk of dangerous approaching of two nanosatellites both with the orbital stage and with each other is defined. The region of separation parameters eliminating the possibility of nanosatellites flying apart from each other to a distance of over 10 km in the course of two orbit flights is also determined. Recommendations on the choice of initial conditions of nanosatellite separation are given.

Orbital stage, non-oriented flight, nanosatellite group, separation program, stochastic analysis, motion simulation, cluster launching.

Citation: Avaryaskin D.P., Shcherbakov M.S. Selection of a nanosatellite group separation program for cluster launching from the «Soyuz» launch vehicle orbiter. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2016. V. 15, no. 1. P. 9-17. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-9-17

References

1. Ivanov D.S., Ovchinnikov M.Yu. Mathematical Modeling of Multilink System Controlled Motion. *Keldysh Institute Preprints*. 2008. No. 72. P. 1-32. (In Russ.)
2. Belokonov I.V, Kruglov G.E., Trushlyakov V.I., Yudinsev V.V. Analysis of possibility of residual propellant utilization in Soyuz orbital stage for controllable descent. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2010. № 2 (22). P. 105-111. (In Russ.)
3. Belokonov I., Storozh A., Timbay I. Modes of motion of Soyuz orbital stage after payload separation at carrying out of the short-term research experiments. *Advances in the Astronautical Sciences*. 2012. V. 145. P. 99-107.
4. Avaryaskin D.P. Stokhasticheskie modeli dvizheniya nanosputnika pri otdelenii ot orbital'noy stupeni rakety-nositelya. *Sbornik trudov XVI Vserossiyskogo seminara po upravleniyu dvizheniem i navigatsii letatel'nykh apparatov*. Part III. Samara: Samarskiy nauchnyy tsentr RAN Publ., 2013. P. 3-7. (In Russ.)

About the authors

Avaryaskin Denis Petrovich, postgraduate student, Department of Space Research, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. E-mail: avaryaskind@gmail.ru. Area of Research: flight dynamics, nanosatellites, relative motion.

Shcherbakov Mikhail Sergeevich, postgraduate student, Department of Space Research, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. E-mail: sherbakov.m.s@mail.ru. Area of Research: flight dynamics, nanosatellites, relative motion.