

УДК 629.73:656.7

СТОХАСТИЧЕСКОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕСУРСОВ УЗЛОВОГО АЭРОПОРТА

© 2015 В. А. Романенко

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

В стохастической постановке решена задача определения оптимального состава и численности комплектов технологических ресурсов аэропорта, предназначенных для выполнения отдельной операции обслуживания воздушных судов (ВС) и их загрузки. Учтены особенности потоков ВС узлового аэропорта и повышенные требования, предъявляемые к качеству наземного обслуживания в нём. В качестве критерия оптимальности выбран максимум показателя, характеризующего экономичность комплекта ресурсов. Заданы ограничения на уровни производительности комплекта и качества выполнения им операций обслуживания ВС. Описан подход, позволивший установить связь между параметрами ограничений. Оптимизационная задача сведена к задаче стохастического программирования, для решения которой использованы методы численного вероятностного анализа (ЧВА). В качестве иллюстрации приведено решение задачи комплексирования ресурсов функциональной подсистемы узлового аэропорта, предназначенной для выполнения заправки ВС авиатопливом. Результаты решения свидетельствуют о существенном влиянии вероятностного характера аэропортовых процессов на оптимальные характеристики комплектов технологических ресурсов.

Узловой аэропорт, наземное обслуживание, технологические ресурсы, оптимизация, стохастическое программирование, численный вероятностный анализ.

doi: 10.18287/2412-7329-2015-14-4-80-91

Общая постановка задачи

Аэропорт представляет собой сложную стохастическую систему, реализующую технологические процессы наземного обслуживания ВС и их загрузки, в которой по функциональному признаку могут быть выделены подсистемы, специализирующиеся на выполнении одной или нескольких сходных технологических операций. Для выполнения соответствующей операции (или операций) каждая подсистема оснащается технологическими ресурсами, под которыми понимаются средства механизации и автоматизации, производственное оборудование, персонал и т.д. Комплект ресурсов одного назначения, находящийся в распоряжении подсистемы, может включать ресурсы различных типов с различающимися по типам характеристиками.

Важной задачей оптимизации функциональных подсистем аэропорта является оптимальное комплексирование ресурсов, состоящее в определении таких типов

и численности ресурсов, образующих комплект, которые были бы наилучшими в смысле некоторого критерия и удовлетворяли бы заданным ограничениям.

Наиболее актуальна поставленная задача для узловых аэропортов с характерной для них существенной нестационарностью потоков ВС, проявляющейся в циклическом повторении кратких «пиковых» промежутков времени с большим числом почти одновременно поступающих на обслуживание ВС, за которыми следуют длительные паузы со значительно меньшим их количеством. Недостаток ресурсов в течение указанных промежутков, приводящий к задержкам в обслуживании ВС, в конечном итоге может не только вызвать нарушения регулярности движения самолётов по вине служб узлового аэропорта, но также стать причиной деформации и разрушения всей трансферной системы перевозок, организованной на его базе.

Подход к решению задачи оптимального комплексирования должен учитывать наличие неопределённости в исходных данных, обусловленной как стохастичностью аэропортовых процессов, так и возможной неполнотой исходной информации.

Вероятностный характер носят процессы как поступления ВС в подсистемы аэропорта, так и обслуживания их указанными подсистемами. Стохастичность процессов наземного обслуживания ВС связана в первую очередь с наличием индивидуальных особенностей каждой конкретной процедуры наземного обслуживания. Любая технологическая операция наземного обслуживания ВС предполагает выполнение определённых работ, объём которых, как показывает практика, в разных случаях может варьироваться в довольно широких пределах даже при обслуживании одного ВС. Так же широко от случая к случаю может меняться производительность ресурсов одного и того же типа. Поэтому такие параметры, необходимые для решения формулируемой задачи, как потребные объёмы работ и производительности ресурсов правомерно считать случайными величинами (СВ). Вероятностный характер потоков ВС, поступающих на обслуживание в подсистемы, вызван неизбежным наличием отклонений от расписания движения самолётов (РДС) и технологических графиков обслуживания ВС.

Другая причина неопределённости в исходных данных состоит в возможном отсутствии статистической информации, которая требуется для решения оптимизационной задачи при проектировании новой или совершенствовании существующей системы наземного обслуживания ВС и их загрузки (например, при переходе действующего аэропорта к работе по схеме хаба). На этих этапах необходимые для осуществления оптимизации характеристики потоков ВС, поступающих в функциональные подсистемы аэропорта, не могут быть достоверно известны по причине отсутствия сформированного РДС.

Однако можно рассчитывать, что в распоряжении исследователя, решающего задачу, будут иметься характеристики потоков, заданные экспертно с известной долей неопределённости в форме СВ. В этом случае вероятностный характер данных явится следствием разброса мнений экспертов. На указанных этапах экспертно могут быть определены параметры вероятностных распределений случайных характеристик процессов наземного обслуживания ВС. Кроме того, для их определения могут быть использованы результаты обработки производственной статистики, накопленной на этапах работы аэропорта, предшествующих решению оптимизационной задачи. При отсутствии такой статистики возможно использование данных аналогов узлового аэропорта.

В качестве критерия рассматриваемой задачи, как правило, выбирается максимум показателя, отражающего уровень экономичности проектируемой подсистемы. Ограничения накладываются на уровни производительности комплекта ресурсов и качества выполнения им операций обслуживания ВС. Производительность комплекта должна обеспечивать возможность выполнения в течение заданного времени объёма работ не меньшего, чем объём работ при обслуживании ВС, поступивших в подсистему за то же время. В роли показателей качества обслуживания выступают временные характеристики процесса обслуживания ВС подсистемой: время ожидания ВС обслуживания или время пребывания ВС в подсистеме. Фактические значения названных временных характеристик не должны превышать расчётных, заданных с учётом жёстких требований, предъявляемых нормативными документами международных организаций воздушного транспорта [1] и стандартами отдельных аэропортовых предприятий к технологическим процессам узлового аэропорта. Учитывая стохастичность исходных данных, ограничения следует задавать в вероятностной форме.

Рассматриваемая задача относится к классу задач стохастического программи-

рования – раздела математического программирования, первые работы по которому появились в середине 50-х гг. XX века. Подробный исторический обзор состояния исследований и обобщение результатов, достигнутых в данной отрасли за 20 лет её наиболее бурного развития, дан в [2]. Сводка современных постановок и подходов к решению задач математического программирования с учётом неопределённостей различного характера, в том числе стохастического, приведена в [3]. Задачи комплексирования, сводимые к задачам стохастического программирования, были впервые сформулированы и решены в работе [4] применительно к строительным механизмам. Для аэропортовых систем общие принципы решения задач оптимизации состава и численности средств без учёта влияния вероятностных факторов как задач математического программирования изложены в монографии [5]. К настоящему времени практически отсутствуют как отечественные, так и зарубежные работы по решению в стохастической постановке задач оптимального комплексирования средств в системе наземного обслуживания такого перспективного класса аэропортов, как узловые аэропорты с их ярко выраженными специфическими чертами.

Уточнённая постановка задачи

Рассматривается некоторая функциональная подсистема узлового аэропорта, нацеленная на выполнение отдельной технологической операции. Предположим, что «пиковые» промежутки времени поступления ВС на обслуживание в подсистему настолько непродолжительны, что можно считать, что ВС прибывают группами. Паузы, напротив, настолько длительны, что состояние подсистемы в течение текущего «пика» не зависит от её состояния в течение предыдущего «пика». Типы ВС, которые могут поступить в подсистему в составе группы, известны. Прогнозируемое число ВС каждого типа в группе достоверно неизвестно и рассматривается в качестве СВ с заданным рас-

пределением. Требуемая продолжительность пребывания ВС в подсистеме задана.

Аэропортом решается вопрос о выборе с целью приобретения и использования при выполнении рассматриваемой операции разнотипных ресурсов. Выбор ограничен несколькими типами ресурсов с заданными характеристиками. Согласно практике предполагается, что ресурсы одного типа могут использоваться для обслуживания разнотипных ВС. При этом для выполнения работ по обслуживанию любого ВС могут привлекаться как одна, так и несколько единиц ресурсов из одного комплекта, как одного, так и различных типов. Объём работ при обслуживании ВС и производительность единицы ресурсов предполагаются СВ с заданными распределениями. Параметры распределения первой величины принимаются зависящими от типа обслуживаемого ВС, а второй – как от типа обслуживаемого ВС, так и от типа ресурсов. Число приобретаемых единиц ресурсов каждого типа неизвестно и подлежит определению.

Для формулировки оптимизационной задачи введём следующие обозначения, используя для обозначения СВ прописные буквы:

$t_{\text{преб}}^P$ – расчётная (заданная) продолжительность пребывания ВС в подсистеме;

ψ – число типов ресурсов, имеющих в аэропорту либо доступных для приобретения и использования с целью обслуживания ВС, поступающих в подсистему;

ξ – число типов ВС, которые могут поступить на обслуживание в подсистему в составе группы ВС;

i, j – номер типа ресурсов и типа ВС соответственно, $i = 1, \dots, \psi$, $j = 1, \dots, \xi$;

K_j – число ВС j -го типа, которые могут поступить на обслуживание в подсистему в составе группы ВС, являющееся СВ с заданной функцией распределения $F_{K_j}(k)$, $j = 1, \dots, \xi$;

Q_j – объём работ при обслуживании одного ВС j -го типа, являющийся СВ с заданной функцией распределения $F_{Q_j}(q)$, $j = 1, \dots, \xi$;

R_{ij} – производительность единицы ресурсов i -го типа при обслуживании ВС j -го типа, заданная с учётом затрат времени на подготовительно-заключительные операции, представляющая собой СВ с заданной функцией распределения $F_{R_{ij}}(r)$, $i = 1, \dots, \psi$, $j = 1, \dots, \xi$;

n_{ij} – численность ресурсов i -го типа, используемых при обслуживании всех ВС j -го типа, $n_{ij} \geq 0$, $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$;

n_i – общее число единиц ресурсов i -го типа, $i = 1, \dots, \psi$;

z_i – заданные приведённые годовые затраты на приобретение, содержание и эксплуатацию, оплату труда обслуживающего персонала единицы ресурсов i -го типа, рассматриваемые как заданная фиксированная величина для всех $i = 1, \dots, \psi$.

В качестве критерия оптимальности решения рассматриваемой задачи принят минимум суммы приведённых годовых затрат:

$$Z = \sum_i n_i z_i \rightarrow \min. \quad (1)$$

Предполагается, что параметры оптимизации n_{ij} могут принимать дробные значения, отражая тем самым возможности аэропорта по маневрированию ресурсами в процессе обслуживания ВС, прибывших в составе одной группы. Однако очевидно, что общее число ресурсов любого типа, имеющееся в распоряжении аэропорта, может быть только целым. Поэтому для определения n_i используется выражение

$$n_i = \left[\sum_j n_{ij} \right], \quad i = 1, \dots, \psi,$$

где $[\cdot]$ – оператор округления до ближайшего большего целого числа.

Вероятностное ограничение на производительность ресурсов, обеспечивающих обслуживание всех ВС j -го типа, требует, чтобы с заданной надёжностью p_Q^3 суммарный объём работ Q_j^H при обслуживании всех одновременно поступающих в подсистему ВС рассматриваемого типа, не превосходил суммарного (располагаемого) объёма работ Q_j^P , который способны произвести за время $t_{преб}^P$ ресурсы всех типов при обслуживании указанных ВС:

$$P[Q_j^H \leq Q_j^P] \geq p_Q^3, \quad j = 1, \dots, \xi, \quad (2)$$

где $P[Q_j^H \leq Q_j^P]$ – вероятность выполнения условия: $Q_j^H \leq Q_j^P$. Выражения для определения Q_j^H и Q_j^P с использованием введённых выше обозначений запишутся в виде

$$Q_j^H = Q_j K_j, \quad Q_j^P = \sum_i R_{ij} t_{преб}^P n_{ij}. \quad (3)$$

Вероятностное ограничение на качество обслуживания ВС требует, чтобы фактическое время пребывания $T_{преб}$ в подсистеме любого ВС с заданной надёжностью p_T^3 не превышало расчётного времени $t_{преб}^P$ пребывания:

$$P[T_{преб} \leq t_{преб}^P] \geq p_T^3. \quad (4)$$

Таким образом, стохастическая задача оптимального комплексирования технологических ресурсов узлового аэропорта состоит в определении таких значений n_{ij} числа единиц ресурсов, которые для заданного набора параметров функциональной подсистемы узлового аэропорта, включающего $t_{преб}^P$, K_j , Q_j , R_{ij} , z_i ($i = 1, \dots, \psi$, $j = 1, \dots, \xi$), минимизировали бы сумму приведённых годовых затрат Z (1) и удовлетворяли бы ограничениям по производительности ресурсов (2) и качеству обслуживания ВС (4).

Подход к решению задачи

Решение задачи (1)-(4) предполагает необходимость определения вероятностных распределений одних СВ по заданным распределениям других СВ. Так, в частности, расчёт величины $P[Q_j^H \leq Q_j^P]$ предполагает наличие известных вероятностных распределений Q_j^H и Q_j^P , которые, в свою очередь, предварительно должны быть определены по заданным функциям $F_{K_j}(k)$, $F_{Q_j}(q)$, $F_{R_{ij}}(r)$, $i = 1, \dots, \psi$, $j = 1, \dots, \xi$. Традиционно при решении задач стохастического программирования для формирования вероятностных распределений СВ [2, 3] используется метод имитационного моделирования, который в рассматриваемом случае позволяет определять вероятности $P[Q_j^H \leq Q_j^P]$ и $P[T_{\text{проб}} \leq t_{\text{проб}}^P]$. Наряду с известными преимуществами, имитационное моделирование обладает существенным недостатком, состоящим в необходимости выполнения большого объёма вычислений. Поэтому, начиная с 1990-х годов [6], и особенно в последнее время [7, 8] для решения задач стохастического программирования получили распространение методы ЧВА, представляющие в определённых случаях альтернативу имитационному моделированию и позволяющие существенно сократить объём вычислений при сохранении точности.

ЧВА – раздел вычислительной математики, предметом которого является решение задач со стохастическими неопределённостями в данных с использованием численных операций над плотностями и функциями распределения СВ и их функций. Рассматриваются системы случайных величин (X_1, X_2, \dots, X_M) и функциональные зависимости вида $Y = g(X_1, X_2, \dots, X_M)$, где X_1, X_2, \dots, X_M – независимые СВ, которые представляются не обычным образом – посредством своих плотностей $f_{X_1}(x_1), f_{X_2}(x_2), \dots, f_{X_M}(x_M)$ или функций $F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_M}(x_M)$ распределений, а с помощью гистограмм.

Вводится понятие гистограммной СВ, которой называется СВ X с плотностью распределения, заданной гистограммой – кусочно-постоянной функцией $f'_X(x)$, определяемой множеством $\{x_i : x_i \in R, i = 0, \dots, N\}$, элементы которого подчиняются условию $x_{i-1} < x_i, i = 1, \dots, N$. На отрезке $[x_{i-1}, x_i]$ гистограмма принимает постоянное значение f'_{X_i} , которое представляет собой усреднённое на $[x_{i-1}, x_i]$ значение плотности вероятности $f_X(x)$ и связано с $f_X(x)$ и $F_X(x)$ соотношением

$$f'_{X_i} = \frac{\int_{x_{i-1}}^{x_i} f_X(x) dx}{x_i - x_{i-1}} = \frac{F_X(x_i) - F_X(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}.$$

Ставится задача определения в гистограммной форме СВ Y на множестве $\{y_j : y_j \in R, j = 0, \dots, K\}$,

$$y_{j-1} < y_j, j = 1, \dots, K.$$

Усреднённое на отрезке $[y_{j-1}, y_j]$ значение плотности вероятности определяется как

$$f'_{Y_j} = \frac{P(y_{j-1} < Y < y_j)}{y_j - y_{j-1}},$$

где $P(y_{j-1} < Y < y_j)$ – вероятность попадания СВ Y на отрезок $[y_{j-1}, y_j]$. Если

X_1, X_2, \dots, X_M независимы, то эта вероятность приближённо определяется в результате численного вычисления следующего интеграла:

$$P(y_{j-1} < Y < y_j) = \int_{\Omega_j} \dots \int f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_M}(x_M) dx_1 dx_2 \dots dx_M,$$

где

$$\Omega_j = \{(x_1, x_2, \dots, x_M) : y_{j-1} < g(x_1, x_2, \dots, x_M) < y_j\}.$$

При этом вместо f_{X_i} используются гистограммно заданные усреднённые плотности $f'_{X_i}, i = 1, \dots, M$.

Для системы независимых случайных величин (X, Y) вероятность $P(X < Y)$ того, что одна СВ (Y) превосходит другую (X), приближённо рассчитывается по формуле

$$P(X < Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_x^{\infty} f_X(x) f_Y(y) dx dy \quad (5)$$

с использованием вместо $f_X(x)$ и $f_Y(y)$ гистограммно заданных усредненных плотностей $f'_X(x)$ и $f'_Y(y)$ случайных величин X и Y соответственно.

Как следует из представленного описания, использование гистограммного подхода ограничено задачами с аналитически заданными функциями $y = g(x_1, x_2, \dots, x_M)$. В рассматриваемом случае на основе (3) путём выполнения последовательности операций гистограммного суммирования и перемножения определяются вероятностные распределения величин Q_j^H и Q_j^P . Следовательно, также гистограммно с использованием (5) определяется величина $P[Q_j^H \leq Q_j^P]$.

Гистограммный подход однако не может быть применён для расчётов величины $P[T_{\text{преб}} \leq t_{\text{преб}}^P]$, поскольку невозможно аналитически задать связь между временем пребывания ВС в рассматриваемой подсистеме и характеристиками подсистемы. Единственно возможным подходом для определения значения $P[T_{\text{преб}} \leq t_{\text{преб}}^P]$ остаётся имитационное дискретно-событийное моделирование.

Необходимость одновременного учёта ограничений по производительности и качеству обслуживания, не позволяющая применить для решения задачи (1)-(4) методы ЧВА, приводит к усложнению оптимизирующего алгоритма, который должен обеспечивать проведение имитационных экспериментов на каждом шаге процедуры оптимизации, что может сделать неприемлемыми затраты машинного времени на решение задачи.

Необходимо отметить и ещё одно затруднение, связанное с ограничением по производительности. Оно заключается в

отсутствии значений величины p_Q^3 среди параметров, задаваемых нормативной аэропортовой документацией, которой регламентируются характеристики очереди ВС на обслуживание при выполнении наземных операций. Обычно задаётся предельное время ожидания или пребывания на обслуживании, к которому в отдельных случаях добавляется надёжность (на уровне 0.85-0.99) выполнения ограничения по указанному параметру.

Подход, позволяющий обойти указанное затруднение, состоит в исключении ограничения (4) из набора ограничений оптимизационной задачи за счёт предварительного определения таких значений p_Q^3 , которые обеспечивают необходимые уровни как производительности, так и качества обслуживания. Очевидно, что полное игнорирование ограничения (4) может привести к решению, лишённому практической ценности, поскольку найденная при этом численность ресурсов, обеспечивающая необходимую производительность, может оказаться недостаточной для обслуживания ВС за время, приемлемое с точки зрения требований, предъявляемых к узловому аэропорту. Чтобы исключить риск получения таких решений, примем во внимание сходный характер влияния численности ресурсов на $P[Q_j^H \leq Q_j^P]$ и $P[T_{\text{преб}} \leq t_{\text{преб}}^P]$: рост численности приводит к росту значений обеих вероятностей. Логично предположить, что задавая достаточно высокие требования по надёжности p_Q^3 выполнения требований к производительности, будем получать такие значения численности ресурсов, которые обеспечивают реализацию приемлемого уровня качества обслуживания. Таким образом, возникает отдельная задача определения таких значений p_Q^3 , которые всегда или в подавляющем большинстве случаев соответствовали бы выполнению нормативных ограничений (4) по качеству обслуживания.

Определение параметров ограничений задачи

Для определения обоснованных значений p_Q^3 предлагается подход, основанный на сравнительном анализе зависимостей величин $P[Q_j^H \leq Q_j^P]$ и $P[T_{\text{преб}} \leq t_{\text{преб}}^P]$ от численности ресурсов функциональной подсистемы. Рассматривается подсистема аэропорта с упрощённой структурой, в которой все ресурсы и все обслуживаемые ВС предполагаются однотипными, а их число – фиксированным.

При заданном числе n единиц ресурсов потребный Q^H и располагаемый Q^P объёмы работ в подсистеме определяются с помощью гистограммных вычислений согласно (3), принимающим в результате упрощения вид:

$$Q^H = Qk, \quad Q^P = Rt_{\text{преб}}^P n,$$

где k – фиксированное число ВС в группе; Q – объём работ при обслуживании одного ВС – СВ с заданной функцией распределения $F_Q(q)$; R – производительность единицы ресурсов с учётом затрат времени на подготовительно-заключительные операции – СВ с заданной функцией распределения $F_R(r)$. Как и ранее, методами ЧВА с использованием (5) определяется вероятность $P[Q^H \leq Q^P]$ выполнения условия: $Q^H \leq Q^P$.

Поскольку методы ЧВА неприменимы к расчёту $P[T_{\text{преб}} \leq t_{\text{преб}}^P]$, то для определения оценки $P^*[T_{\text{преб}} \leq t_{\text{преб}}^P]$ этой величины используется имитационное моделирование. Для формирования имитационной модели вводятся дополнительные допущения, не противоречащие как ранее введённым допущениям, так и имеющейся практике. Предполагается, что для обслуживания каждого ВС должно выделяться столько единиц ресурсов, сколько необходимо для того, чтобы его обслуживание продлилось не дольше $t_{\text{преб}}^P$. Если число потребных для обслуживания некоторого

ВС единиц ресурсов превышает число свободных (не занятых обслуживанием) единиц ресурсов, то выделяются все свободные ресурсы. Если же в момент принятия решения о численности выделяемых для обслуживания рассматриваемого ВС ресурсов свободные ресурсы отсутствуют, то поступивший на обслуживание ВС вынужден ожидать.

Имитационный эксперимент включает единственное решение модели, охватывающее интервал модельного времени продолжительностью t_{Π} , разбитый на множество подынтервалов одинаковой продолжительности Δt . Начало каждого подынтервала соответствует моменту прилёта в аэропорт очередной группы ВС. Продолжительность подынтервала определяется по результатам серии предварительных экспериментов из условия достаточности гарантированного завершения обслуживания всех ВС данной группы за время Δt . Это позволяет исключить взаимную зависимость статистики, собираемой в течение различных подынтервалов.

Инструментальным средством программной реализации имитационной модели служит система имитационного моделирования GPSS World. Динамическим элементом модели GPSS является заявка, в роли которой выступает ВС, поступающее в подсистему на обслуживание. Логика имитационной модели отражена в виде следующей последовательности блоков, по которым в процессе моделирования осуществляется продвижение заявок.

1. Блок создания заявок, генерирующий в начальный момент каждого (s -го, $s = 1, \dots, s_{\Pi}$) подынтервала группу заявок с фиксированной численностью k и поочередно, в порядке возрастания номеров $k = 1, \dots, k$ направляющий заявки в следующий блок.

2. Блок определения потребного объёма работ Q_{sk} и производительности ресурсов R_{sk} при обслуживании k -й заявки из группы, поступившей в начале s -го подынтервала времени. Реализации Q_{sk} и

R_{sk} случайных величин Q и R определяются на основании их заданных распределений $F_Q(q)$ и $F_R(r)$ соответственно.

3. Блок определения числа n_{sk}^{nomp} единиц ресурсов, потребного для обслуживания (s,k) -й заявки:

$$n_{sk}^{nomp} = \left\lceil \frac{Q_{sk}}{R_{sk} t_{nреб}^P} \right\rceil.$$

4. Блок проверки наличия свободных от обслуживания ресурсов. Если в момент поступления заявки в блок число n^{ce} свободных единиц ресурсов равно нулю, то заявка задерживается в блоке до появления свободных ресурсов. В момент освобождения любого числа единиц ресурсов заявка направляется в следующий блок.

5. Блок определения фактического числа единиц ресурсов, занимаемых заявкой. Согласно введённому выше предположению фактическое число $n_{sk}^{факт}$ занятых обслуживанием (s,k) -й заявки единиц ресурсов может отличаться от потребного числа n_{sk}^{nomp} и определяется блоком как

$$n_{sk}^{факт} = \begin{cases} n_{sk}^{nomp}, & n_{sk}^{nomp} \leq n^{ce}, \\ n^{ce}, & n_{sk}^{nomp} > n^{ce}. \end{cases}$$

6. Блок занятия заявкой ресурсов, уменьшающий при прохождении через него (s,k) -й заявки число n^{ce} свободных единиц ресурсов на $n_{sk}^{факт}$.

7. Блок расчёта фактической продолжительности $t_{sk}^{обсл.факт.}$ обслуживания (s,k) -й заявки:

$$t_{sk}^{обсл.факт.} = \frac{Q_{sk}}{R_{sk} n_{sk}^{факт.}}$$

8. Блок задержки продвижения заявки на время $t_{sk}^{обсл.факт.}$, имитирующий пребывание её на обслуживании.

9. Блок освобождения заявкой ресурсов, увеличивающий при прохождении через него (s,k) -й заявки число n^{ce} свободных единиц ресурсов на $n_{sk}^{факт}$.

10. Блок сбора статистики по пребыванию заявок в модели. Модельное время

поступления (s,k) -й заявки в блок представляет собой модельное время её пребывания в системе $T_{nреб sk}$, сохраняемое моделью.

11. Блок удаления заявок из модели.

Оценка искомой вероятности события $T_{nреб} \leq t_{nреб}^P$ определяется по окончании имитационного эксперимента на основе накопленного множества значений $T_{nреб sk}$, $s=1, \dots, s_{II}$, $k=1, \dots, k$ по выражению

$$P^* [T_{nреб} \leq t_{nреб}^P] = N_{T_{nреб} < t_{nреб}^P} / N_{\Sigma},$$

где $N_{T_{nреб} < t_{nреб}^P}$ – число процедур обслуживания ВС, для которых $T_{nреб} \leq t_{nреб}^P$; N_{Σ} – общее число процедур обслуживания ВС, заданное равным $N_{\Sigma} = 200000$ из условия обеспечения статистической погрешности результатов эксперимента в пределах 0.5%.

Описанная выше имитационная модель использована при решении широкой серии задач определения величины $P^* [T_{nреб} \leq t_{nреб}^P]$ для различных наборов исходных данных. Параллельно для тех же наборов с помощью модели ЧВА определены величины $P [Q^II \leq Q^P]$. Сравнение выявило близость значений обеих вероятностей в областях, соответствующих высокой насыщенности подсистемы технологическими ресурсами. Так, при $P [Q_j^II \leq Q_j^P] \geq 0.8$ можно считать, что $P [Q_j^II \leq Q_j^P] \approx P [T_{nреб} \leq t_{nреб}^P]$ и использовать это равенство при решении задачи комплексования, полагая при задании ограничений $p_Q^3 \approx p_T^3$. Этот вывод подтверждают и носящие иллюстративный характер данные табл. 1, в которой воспроизведены некоторые результаты названной серии задач, полученные для наборов исходных данных, включающих, помимо параметров k и $t_{nреб}^P$, величины математического ожидания $M [Q]$ и $M [R]$ и среднего квадратического отклонения σ_Q^2 и

σ_R^2 для распределений случайных величин Q и R соответственно. Величины Q и R приняты нормально распределёнными, что соответствует характеристикам целого ряда ключевых аэропортовых технологических операций. Результаты содержат значения потребной численности ресурсов n_Q и n_T , первое из которых получено с помощью модели ЧВА, а второе – с помощью имитационной модели. Число ресурсов n_Q представляет собой наименьшее число, обеспечивающее выполнение условия: $Q^P \leq Q^P$ с вероятностью не ниже

p_Q^3 . Аналогично n_T есть наименьшее число ресурсов, обеспечивающее выполнение условия: $T_{преб} \leq t_{преб}^P$ с вероятностью не ниже p_T^3 . Из приведённых в табл. 1 данных следует, что для одинаковых p_Q^3, p_T^3 , таких, что $p_Q^3 = p_T^3 \geq 0.8$, значения n_T и n_Q можно считать близкими. Таким образом, эти данные также позволяют сделать вывод о возможности принятия допущения $p_Q^3 \approx p_T^3$ при $p_T^3 \geq 0.8$ для задания ограничений задачи комплексирования.

Таблица 1. Результаты определения потребной численности ресурсов

Исходные данные	$M[Q], 1/\text{мин}$		50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50		
	$\sigma_Q^2, 1/\text{мин}$		10	10	10	10	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	
	$M[R], 1/\text{мин}$		1	1	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
	$\sigma_R^2, 1/\text{мин}$		0.1	0.1	0.1	0.1	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	
	κ		6	6	10	10	6	6	10	10	6	6	10	10	6	6	10	
	$t_{преб}^P, \text{мин}$		60	30	30	15	60	30	30	15	60	30	30	15	60	30	30	
Результаты моделирования при заданной надёжности	p_Q^3, p_T^3		n_Q	n_T	n_Q	n_T	n_Q	n_T	n_Q	n_T	n_Q	n_T	n_Q	n_T	n_Q	n_T		
	0.70		6	5	11	10	19	16	38	30	2	1	3	3	5	4	10	8
	0.80		6	6	12	11	20	18	40	33	2	2	3	3	5	5	10	9
	0.90		7	7	13	13	22	20	44	37	2	2	4	3	6	5	10	10
	0.95		7	8	14	14	24	22	47	40	2	2	4	3	6	5	10	11
	0.99		8	9	15	15	27	23	50	42	2	2	4	4	6	6	12	12

Модельный пример решения задачи

Рассматривается функциональная подсистема аэропорта, отвечающая за выполнение операции заправки ВС авиатопливом. Ресурсами подсистемы являются авиатопливозаправщики (АТЗ), представляющие собой мобильные средства заправки ВС авиационным топливом. Пусть для приобретения и использования аэропортом доступны АТЗ четырёх типов. Приведённые годовые затраты по типам в некоторых относительных единицах равны: $z_1 = 1.0, z_2 = 1.5, z_3 = 2.0, z_4 = 3.3$. Предполагается, что в аэропорт в «пиковые» промежутки могут поступать ВС семи типов, при этом малая продолжительность промежутков позволяет принять допущение о групповом характере поступления ВС. Число ВС j -го типа

($j = 1, \dots, 7$) в составе группы – дискретная случайная величина, распределённая по закону Пуассона с математическим ожиданием $M[K_j]$, приведённом в табл. 2.

Величины объёма заправляемого в одно ВС j -го типа авиатоплива Q_j и производительности АТЗ i -го типа при заправке ВС j -го типа R_{ij} приняты нормально распределёнными с одинаковым коэффициентом вариации, равным 0.25, и математическими ожиданиями $M[Q_j]$ и $M[R_{ij}]$ соответственно (табл. 2, 3).

Для решения задачи оптимального комплексирования достаточно возможностей табличного процессора Microsoft Excel, поскольку, благодаря использованию методов ЧВА, исключается необходимость в проведении имитационного моделирования. Затраты машинного времени

на решение задачи с приведёнными исходными данными при использовании современной персональной вычислительной техники не превысили 3-5 мин.

Результаты оптимизации для нескольких наборов исходных данных с раз-

личными p_Q^3 и $t_{преб}^P$ приведены в табл.4. Для сравнения в этой же таблице даны результаты решения задачи в детерминированной постановке.

Таблица 2. Характеристики потока ВС узлового аэропорта

j	1	2	3	4	5	6	7
$M[K_j]$	1	3	6	3	4	1	1
$M[Q_j], \text{м}^3$	5.0	6.0	8.0	1.1	1.6	42.0	51.0

Таблица 3. Производительность ресурсов $M[R_{ij}]$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7
1	0.32	0.34	0.40	0.40	0.45	0.45	0.45
2	0.48	0.50	0.70	0.64	0.70	0.70	0.70
3	0.49	0.55	0.71	0.65	0.72	0.72	0.72
4	0.90	0.85	1.40	1.40	1.50	1.60	1.60

Таблица 4. Результаты оптимизации

p_Q^3	Детерминированная постановка		0.6		0.8		0.9		0.95	
$t_{преб}^P, \text{мин}$	30	40	30	40	30	40	30	40	30	40
n_1	3	2	3	2	7	5	8	6	9	7
n_2	7	5	7	6	7	5	7	5	7	6
n_3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
n_4	2	2	3	2	3	2	3	2	3	2
Z	19.5	15.5	22.5	17.0	26.5	18.5	27.5	19.5	30.5	24.0

Результаты решения оптимизационной задачи, полученные с учётом стохастичности процессов заправки ВС, существенно отличаются от результатов задачи в детерминированной постановке. С ростом уровня требований, предъявляемых к надёжности выполнения условия по производительности, заметно возрастают оптимальная численность средств заправки и суммарные приведённые годовые затраты на их приобретение, содержание, эксплуатацию и на оплату труда персонала. Так, величина суммарных затрат, определённая с учётом стохастичности на уровне надёжности $p_Q^3 = 0.6$, незначительно превышает аналогичную величину, найденную без учёта стохастичности. Однако при $p_Q^3 = 0.95$ превышение первой из

названных величин над второй, вызванное различиями в численности АТЗ, достигает 55%. Это свидетельствует о необходимости учёта влияния вероятностных факторов на производственный процесс аэропорта при решении задачи оптимизации состава и численности комплектов аэропортовых технологических ресурсов.

Представленные результаты подтверждают правомерность стохастической постановки задачи оптимального комплексования технологических ресурсов аэропорта, сводимой к задаче стохастического программирования. Использование методов ЧВА даёт возможность использовать для решения общедоступное прикладное программное обеспечение и избежать значительных временных затрат, связанных с необходимостью выполнения

имитационного моделирования. Предложенный подход к определению параметров ограничений оптимизационной задачи

позволяет решать её в отношении такой перспективной группы аэропортов как региональные и международные хабы.

Библиографический список

1. Airport Development Reference Manual, 10th ed., Montreal: International Air Transport Association, 2014.

2. Юдин Д.Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. М.: Сов. радио, 1974. 400 с.

3. Лю Б. Теория и практика неопределённого программирования. М.: БИНОМ, 2005. 416 с.

4. Гаркави Н.Г. Методика расчёта оптимальных параметров землеройных машин // Сборник статей «Горные, строительные и дорожные машины». Киев: Техника, 1968.

5. Русинов И.Я. Механизация наземного обслуживания воздушных перевозок. М.: Транспорт, 1971. 252 с.

6. Герасимов В.А., Добронез Б.С., Шустров М.Ю. Численные операции гистограммной арифметики и их применения // Автоматика и телемеханика. 1991. № 2. С. 83-88.

7. Добронез Б.С., Попова О.А. Численные операции над случайными величинами и их приложения // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика. 2011. Т. 4, № 2. С. 229-239.

8. Li W., Hym J. Computer arithmetic for probability distribution variables // Reliability Engineering and System Safety. 2004. V. 85, Iss. 1-3. P. 191-209.

doi: 10.1016/j.res.2004.03.012

Информация об авторе

Романенко Владимир Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королёва

(национальный исследовательский университет). E-mail: vla_rom@mail.ru. Область научных интересов: оптимизация и моделирование систем обслуживания перевозок аэропортов.

STOCHASTIC OPTIMAL INTEGRATION OF HUB AIRPORT TECHNOLOGICAL RESOURCES

© 2015 V. A. Romanenko

Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

The problem of defining the optimum structure and number of sets of airport technological resources intended for the performance of an individual operation of aircraft servicing and its loading is solved in a stochastic setting. The peculiarities of aircraft flows of a hub airport and strict requirements imposed upon the quality of hub airport ground service are considered. The maximum of the parameter that characterizes the efficiency of a set of resources is chosen as the optimality criterion. Limits are imposed on the productivity levels of the set and the quality of its ground handling operations. The approach that made it possible to establish the connection between the constraint parameters is described. The optimization problem is reduced to a stochastic programming problem that can be solved by methods of numerical probabilistic analysis. The solution of the problem of integration of resources of a hub airport's functional subsystem intended for refueling airplanes is presented as an illustration. The results of the solution testify to essential influence of the stochastic character of airport processes on optimum characteristics of sets of technological resources.

Hub airport; ground handling; technological resources; optimization; stochastic programming; numerical probabilistic analysis.

References

1. Airport Development Reference Manual, 10th ed., Montreal: International Air Transport Association, 2014.
2. Yudin D.B. *Matematicheskie metody upravleniya v usloviyakh nepolnoy informatsii* [Mathematical methods of control in conditions of incomplete information]. Moscow: Sov. radio Publ., 1974. 400 p.
3. Liu B. Theory and Practice of Uncertain Programming, Physica-Verlag, Heidelberg, 2002.
4. Garkavi N.G. Metodika rascheta optimal'nykh parametrov zemleroynykh mashin. *Sbornik statey «Gornye, stroitel'nye i dorozhnye mashiny»*. Kiev: Tekhnika Publ., 1968.
5. Rusinov I.Ya. *Mekhanizatsiya nazemnogo obsluzhivaniya vozdushnykh perevozok* [Mechanization of air service ground handling]. Moscow: Transport Publ., 1971. 252 p.
6. Gerasimov V.A., Dobronets B.S., Shustrov M.Yu. Numerical operations for histogram arithmetic and their applications. *Automation and Remote Control*. 1991. V. 52, no. 2, part 1. P. 208-212.
7. Dobronets B.S., Popova O.A. Numerical operations with random variables and their application. *Journal of Siberian Federal University. «Mathematics & Physics»*. 2011. V. 4, no. 2. P. 229-239. (In Russ.)
8. Li W., Hym J. Computer arithmetic for probability distribution variables. *Reliability Engineering and System Safety*. 2004. V. 85, Iss. 1-3. P. 191-209. doi: 10.1016/j.ress.2004.03.012

About the author

Romanenko Vladimir Alekseevich, Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Assistant Professor of the Department of Organization and Management of Transportations, Samara State Aerospace

University, Samara, Russian Federation. E-mail: vla_rom@mail.ru. Area of Research: optimization and simulation of hub airport transportation service systems.