

УДК 629.78

## ВЫБОР ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ РАЗВЕРТЫВАНИЕМ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ С ОГРАНИЧЕНИЕМ НА СКОРОСТЬ ВЫПУСКА ТРОСА

© 2015 С. А. Ишков, Сюй Сяое, Г. А. Филиппов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

В статье рассматривается задача доставки полезного груза в виде спускаемой капсулы на Землю с применением орбитальной тросовой системы. Рассматривается динамический закон управления развёртыванием орбитальной тросовой системы в виде зависимости величины управляющей силы натяжения троса от времени. Показано, что при реализации известной оптимальной (релейной) программы управления силой натяжения троса скорость его выпуска может достигать больших значений. Для уменьшения скорости выпуска троса получена программа управления развёртыванием орбитальной тросовой системы с заданным ограничением на скорость выпуска троса. Для программы управления силой натяжения троса с ограничением на скорость его выпуска выполнено численное моделирование развёртывания орбитальной тросовой системы. Установлено, что введение слишком больших ограничений на скорость выпуска троса не позволяет осуществить доставку полезного груза – спускаемой капсулы – на поверхность Земли. Приведён анализ разброса точек приземления спускаемой капсулы на поверхность Земли, вызванного введением ограничения на скорость выпуска троса.

*Орбитальная тросовая системы, динамический закон управления силой натяжения троса, ограничение на скорость выпуска троса.*

doi: 10.18287/2412-7329-2015-14-4-49-57

Одной из задач, которую можно решить с помощью орбитальной тросовой системы (ОТС), является доставка полезного груза – спускаемой капсулы (СК) – на поверхность Земли без использования тормозного импульса реактивной тяги.

Рассматриваемая ОТС состоит из двух космических аппаратов (КА): базового КА (БКА) и СК, которые соединены тросом (рис. 1).

Общепринято рассматривать развёртывание ОТС в три этапа. На первом этапе происходит отделение СК от БКА и её отведение на безопасное расстояние. На этом этапе происходит выпуск троса на некоторую длину с целью создания разницы в гравитационных ускорениях, действующих на БКА и СК.

Затем следует второй (основной) этап развёртывания ОТС. На этом этапе происходит выпуск троса на его полную длину. При этом СК отклоняется от линии местной вертикали на максимальный угол.

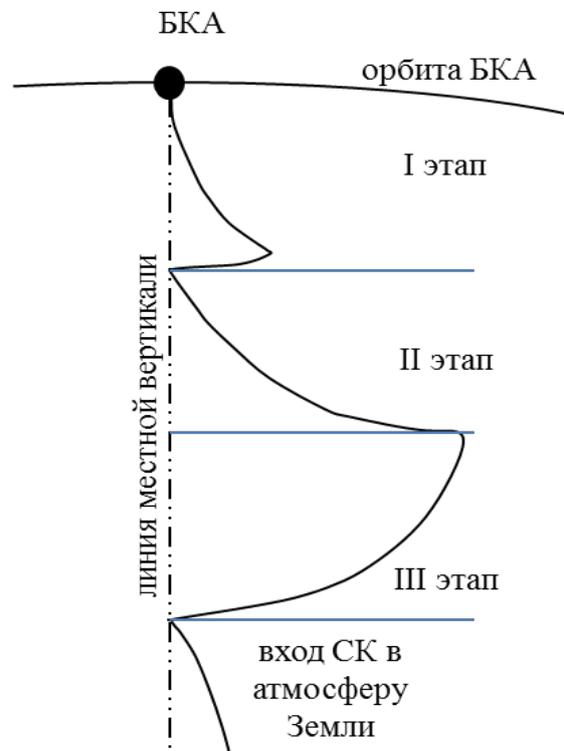


Рис. 1. Развёртывание ОТС в три этапа

В момент времени, соответствующий выпуску троса на его полную длину, происходит «зависание» СК, после чего начинается третий этап развёртывания. На третьем этапе СК совершает свободное маятниковое движение в сторону линии местной вертикали против орбитальной скорости БКА. В момент прохождения линии местной вертикали трос отрезается, СК получает «тормозной импульс» и переходит на эллиптическую орбиту, перигейтр которой находится на высотах менее 120 км (рис. 1).

В результате пассивного движения СК достигает атмосферы и совершает посадку. Подбором точки отсоединения СК от БКА обеспечиваются условия для посадки СК в заданном районе.

Введём допущения о том, что центр масс ОТС совпадает с центром масс БКА; нерастяжимый трос аппроксимирован прямой, всегда натянутой нитью, не имеющей массы; развёртывание происходит в плоскости орбиты БКА.

С учётом допущений используем следующую математическую модель развёртывания ОТС [1]:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= V_{\theta}, \\ \dot{V}_{\theta} &= -2 \cdot \frac{V_r}{r} \cdot (V_{\theta} + \omega) - 3 \cdot \frac{\omega^2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{1 + e \cdot \cos \vartheta} - \dot{\omega}, \\ \dot{r} &= V_r, \\ \dot{V}_r &= r \cdot \left( (V_{\theta} + \omega)^2 + \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot \cos^2 \theta - 1}{1 + e \cdot \cos \vartheta} \right) - \frac{T}{m_A}, \\ \dot{\vartheta} &= \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} \cdot (1 + e \cdot \cos \vartheta)^2, \\ \dot{\omega} &= -2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{e \cdot \sin \vartheta}{1 + e \cdot \cos \vartheta}, \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\theta$  – угол разворота СК в плоскости орбиты;  $V_{\theta}$  – скорость изменения угла разворота СК;  $r$  – длина троса;  $V_r$  – скорость выпуска троса;  $\omega$  – угловая скорость движения БКА;  $T$  – сила натяжения троса;  $\vartheta$  – угол истинной аномалии БКА;  $p, e$  – соответственно фокальный параметр и эксцентриситет орбиты БКА;

$m_A$  – масса СК;  $\mu$  – гравитационный параметр Земли.

Рассмотрим управление развёртыванием ОТС. На первом этапе развёртывания ОТС происходит отстрел спускаемой капсулы от БКА и выпуск троса на определённую длину. Используется динамический закон управления силой натяжения троса [1]:

$$T = m_A \cdot \omega^2 \cdot \left( 4,6 \cdot r + 3,5 \cdot \frac{V_r}{\omega} - 1,6 \cdot r_{к1} \right), \quad (2)$$

где  $r_{к1}$  – программная длина троса на первом участке.

В [2, 3] была получена релейная программа управления силой натяжения троса на втором участке развёртывания ОТС. Она содержит два участка: участок развёртывания ОТС с минимальной силой натяжения троса, обусловленной трением троса о механизм его выпуска, и участок торможения с максимальной силой натяжения троса.

Программа управления силой натяжения троса имеет вид:

$$T = T_1 \cdot \left( \frac{1 + \text{sign}(r_{п} - r)}{2} \right) + T_2 \cdot \left( \frac{1 + \text{sign}(r - r_{п})}{2} \right), \quad (3)$$

где  $r$  – текущая длина троса;  $r_{п}$  – длина троса, при которой происходит «переключение» натяжения;  $T_1$  и  $T_2$  – соответственно силы натяжения троса до и после «переключения». Натяжение до «переключения» задано и определяется величиной силы трения троса об элементы механизма его выпуска.

Для подбора величин  $r_{п}$  и  $T_2$  необходимо решить параметрическую краевую задачу при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} t = 0, \quad \theta_0 = 0, \quad r_0 = r_{к1}, \quad V_{r0} = 0, \quad V_{\theta 0} = 0, \\ t = t_k, \quad \theta_k = \text{var}, \quad r_k = r_{к2}, \quad V_{rk} = 0, \quad V_{\theta k} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Для программы управления силой натяжения троса (3), (4) характерен рост скорости выпуска троса до величин порядка 28 м/с, что является неприемлемым с точки зрения безопасного развёртывания ОТС.

Для снижения скорости выпуска троса на втором этапе развёртывания ОТС предлагается введение участка, на котором скорость выпуска троса будет постоянной величиной. Тогда программа управления силой натяжения троса на втором этапе развёртывания ОТС будет состоять из трёх участков.

На первом участке происходит выпуск троса с минимальной силой натяжения  $T_{\min}$ , обусловленной трением троса о механизм выпуска.

На втором участке трос выпускается с силой натяжения, обеспечивающей постоянство скорости выпуска. В этом слу-

чае сила натяжения троса может быть найдена из условия:

$$\dot{V}_r = 0. \quad (5)$$

Подставив в (5) правую часть уравнения для скорости выпуска троса (четвёртое уравнение системы (1)), получим:

$$r \cdot \left( (V_\theta + \omega)^2 + \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot \cos^2 \theta - 1}{1 + e \cdot \cos \vartheta} \right) - \frac{T}{m_A} = 0. \quad (6)$$

Из (6) определим:

$$T^* = m_A \cdot r \cdot \left[ (V_\theta + \omega)^2 + \frac{\omega^2 \cdot (3 \cdot \cos^2 \theta - 1)}{1 + e \cdot \cos \vartheta} \right]. \quad (7)$$

На третьем участке (участке торможения) трос будет выпускаться с максимальной силой натяжения  $T_{\max}$ .

Таким образом, программа управления силой натяжения троса на втором этапе примет вид:

$$T = \begin{cases} T_{\min}, & t < t_1, \\ T_{\text{mid}} = m_A \cdot r \cdot \left[ (V_\theta + \omega)^2 + \frac{\omega^2 \cdot (3 \cdot \cos^2 \theta - 1)}{1 + e \cdot \cos \vartheta} \right], & t_1 \leq t \leq t_2, \\ T_{\max}, & t > t_2. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь  $t_1$  – время достижения заданной скорости выпуска троса;  $t_2$  – время начала участка торможения;  $T_{\text{mid}}$  – сила натяжения троса при ограничении скорости.

Для программы управления силой натяжения троса с ограничением на скорость его выпуска (8) решается парамет-

рическая краевая задача с граничными условиями (4).

После выпуска троса на его полную длину СК совершает маятниковое движение в сторону линии местной вертикали. В момент её прохождения трос отрезается и СК переходит на орбиту, параметры которой могут быть определены по формулам:

$$p^{\text{СК}} = \mu^{-1} \cdot \left( (R^{\text{БКА}} - l \cdot \cos \theta)^2 + l^2 \cdot \sin^2 \theta \right) \cdot (V_u^{\text{БКА}} - l \cdot V_\theta \cdot \cos \theta)^2, \quad (9)$$

$$\vartheta^{\text{СК}} = \arctg \frac{V_r^{\text{БКА}} - l \cdot V_\theta \cdot \sin \theta}{V_u^{\text{БКА}} - \sqrt{\frac{\mu}{p^{\text{К}}}} - l \cdot V_\theta \cdot \cos \theta}, \quad (10)$$

$$e^{\text{СК}} = \frac{V_r^{\text{БКА}} - l \cdot V_\theta \cdot \sin \theta}{\sin \vartheta^{\text{К}}} \cdot \sqrt{\frac{p^{\text{К}}}{\mu}}, \quad (11)$$

$$u^{СК} = u^{БКА} + \arctg \frac{l \cdot \sin \theta}{\sqrt{(R^{БКА} - l \cos \theta)^2 + l^2 \sin^2 \theta}} \tag{12}$$

Здесь  $p^{СК}, \vartheta^{СК}, e^{СК}, u^{СК}$  – соответственно фокальный параметр, угол истинной аномалии, эксцентриситет и аргумент широты орбиты СК;  $V_r^{БКА}$  и

$V_u^{БКА}$  – соответственно радиальная и тангенциальная составляющие скорости БКА в момент отрезания троса.

Расчёты проводились для ОТС с параметрами, приведёнными в табл. 1.

Таблица 1. Параметры ОТС

Параметр	Величина
Высота перицентра орбиты БКА, км	343
Высота апоцентра орбиты БКА, км	362
Наклонение орбиты БКА, град	51
Длина троса, км	30
Масса БКА, кг	8500
Масса СК, кг	20
Диаметр СК сферической формы, м	0,4
Угол истинной аномалии БКА, при котором начинается развёртывание ОТС, град	263

Значение угла истинной аномалии БКА подобрано для обеспечения посадки СК в заданную точку.

Принимается, что отстрел СК происходит по линии местной вертикали в сторону Земли, начальное значение угла  $\theta$  на первом участке равно нулю. На рис. 2, 3 показаны соответственно зависимость силы натяжения троса от времени и зависимость скорости выпуска троса от времени на втором этапе развёртывания ОТС.

Ограничение на скорость выпуска троса обозначено как  $V_r^{lim}$ .

На рис. 4 приведены зависимости величины угла  $\theta$  отклонения СК от линии местной вертикали от ограничения на скорость выпуска троса  $V_r^{lim}$  для различных длин троса  $r$ .

В табл. 2 приведены параметры орбиты, на которую СК перешла после отрезания троса.

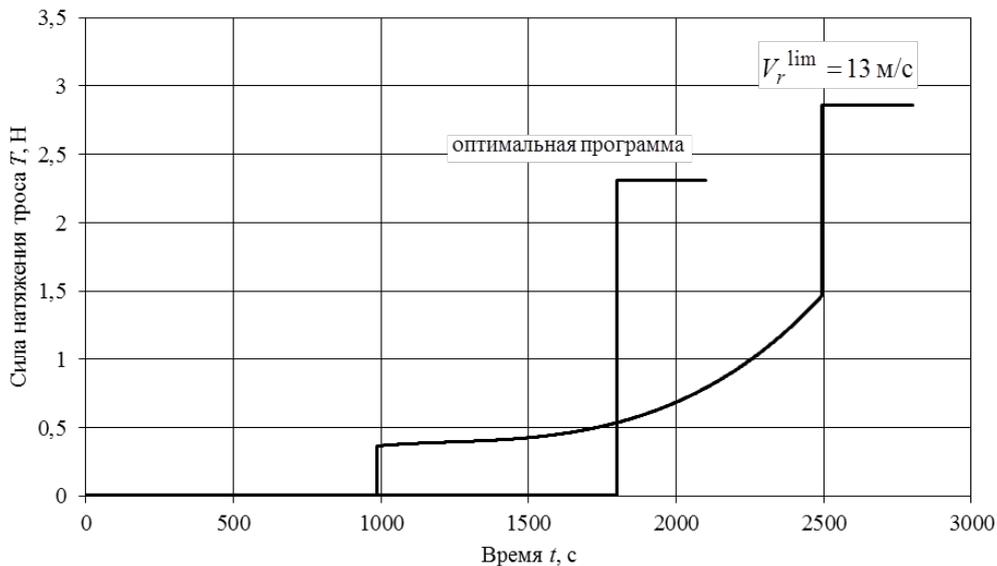


Рис. 2. Зависимость силы натяжения троса от времени

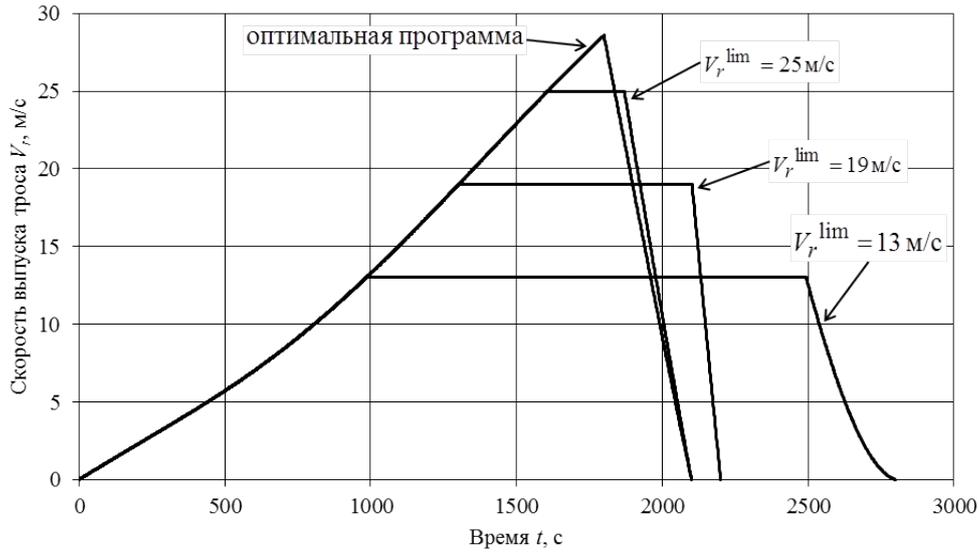


Рис. 3. Зависимость скорости выпуска троса от времени

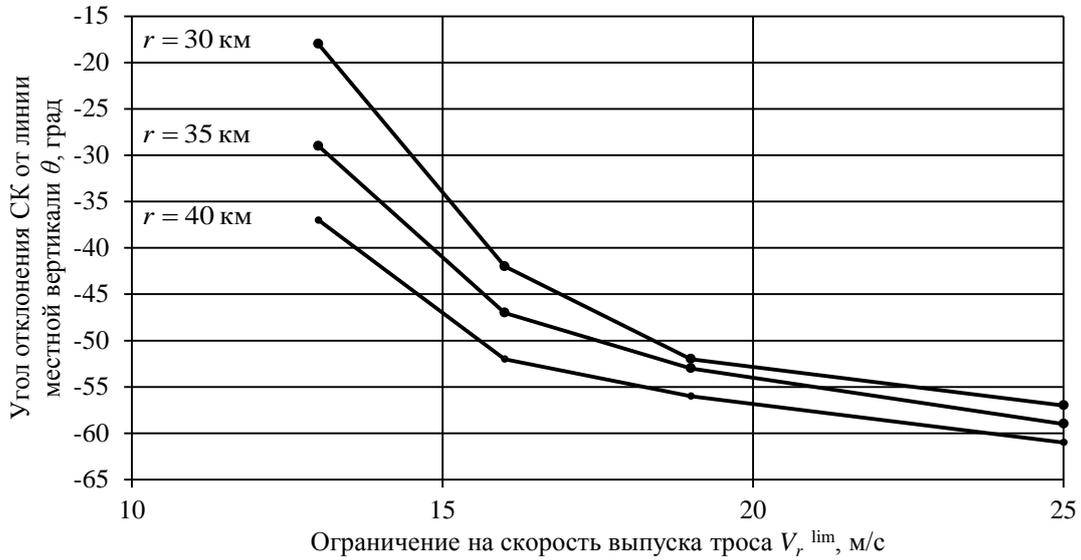


Рис. 4. Зависимость величины угла отклонения от ограничения на скорость выпуска троса

Таблица 2. Параметры орбиты СК после отрезания троса

Параметр	Численное значение						
	10	13	16	19	22	25	0
Ограничение на скорость выпуска троса, м/с	10	13	16	19	22	25	0
Фокальный параметр, км	6627	6600	6582	6579	6578	6577	6578
Угол истинной аномалии, град	176,26	177,65	175,17	178,72	178,78	178,81	178,85
Эксцентриситет	0,0111	0,0152	0,0166	0,0184	0,0185	0,0186	0,0188
Высота перигея, км	183,46	130,47	104,16	88,99	87,17	86,16	85,14
Высота апогея, км	330,79	331,09	322,88	331,59	331,62	331,64	331,78
Угол входа в атмосферу, град	-	-	-0,52	-0,70	-0,74	-0,76	-0,78

Рассчитаем траекторию движения СК в атмосфере. Для этого воспользуемся следующими уравнениями движения [6]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\sigma_x \cdot \rho \cdot V^2 - g \cdot \sin \theta, \\ V \cdot \frac{d\theta}{dt} &= \frac{V^2}{R+h} \cdot \cos \theta - g \cdot \cos \theta, \\ \frac{dh}{dt} &= V \cdot \sin \theta, \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{V \cdot R \cdot \cos \theta}{R+h}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $V$  – скорость;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $h$  – геоцентрическая высота,  $L$  – продольная дальность;  $\sigma_x = C_{xa} \cdot \frac{S_m}{2 \cdot m}$  – баллистический коэф-

фициент;  $C_{xa}$  – коэффициент силы лобового сопротивления;  $S_m$  – площадь миделевого сечения;  $m$  – масса;  $\rho$  – плотность атмосферы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $R$  – радиус Земли.

По уравнениям (13) выполнен расчёт пассивного движения СК с  $\sigma_x = 0,007 \text{ м}^2/\text{кг}$  после отрезания троса при различных ограничениях на скорость выпуска  $V_r^{\text{lim}}$  (рис. 5).

На рис. 6 показаны географические координаты точки посадки СК при реализации оптимальной (релейной) программы управления силой натяжения троса  $T$  и отклонения от этой точки при введении ограничений на скорость выпуска троса  $V_r^{\text{lim}}$ .

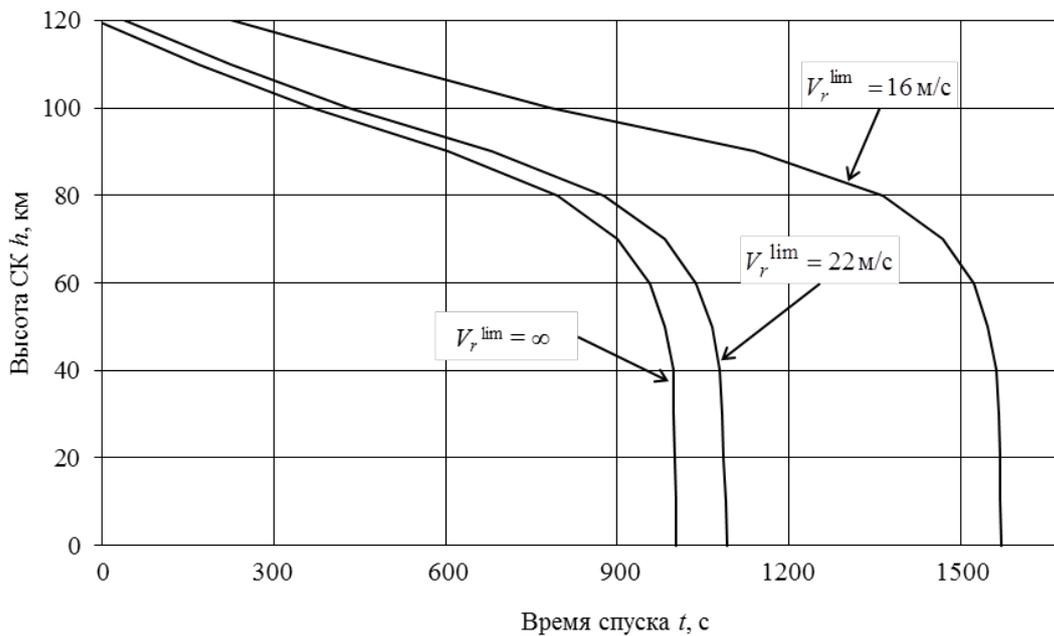


Рис. 5. Изменение высоты СК от ограничения на скорость выпуска троса

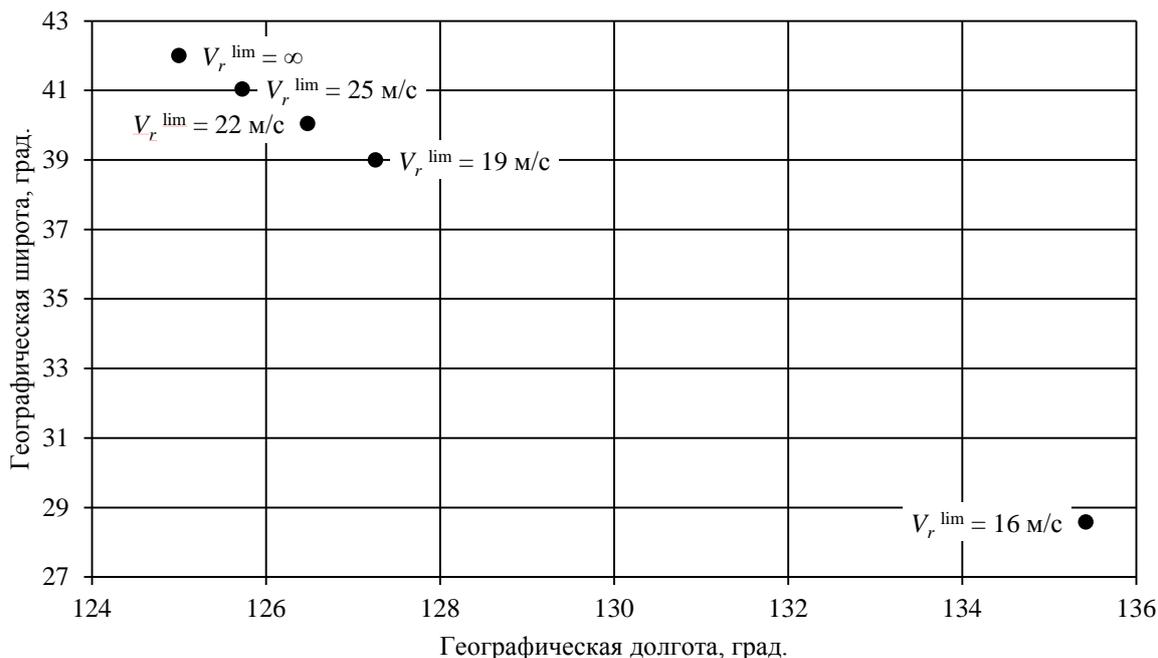


Рис. 6. Географические координаты точки посадки СК

Результаты расчётов показали следующее. Установлено, что при реализации оптимальной (релейной) программы управления силой натяжения троса скорость выпуска троса достигает 28 м/с, что является неприемлемым. Полученная программа управления силой натяжения троса, ограничивающая скорость его выпуска, позволяет снизить скорость выпуска троса до заданной величины (рис. 3).

При больших ограничениях на скорость выпуска троса (малых  $V_r^{\text{lim}}$ ) невозможно перевести СК на траекторию, входящую в плотные слои атмосферы Земли (табл. 2). С увеличением ограничения на скорость выпуска троса (уменьшении  $V_r^{\text{lim}}$ ) увеличивается отклонение от точки посадки, полученной при оптимальной программе управления (рис. 6).

### Библиографический список

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 329 с.
2. Ишков С.А., Наумов С.А. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2006. № 1(9). С. 77-85.
3. Ишков С.А., Шейников И.В. Определение параметров орбитальной тросовой системы, предназначенной для спуска малых капсул с орбиты // Известия Самарского научного центра РАН. 2009. Т. 11, № 5. С. 208-215.

### Информация об авторах

**Ишков Сергей Алексеевич**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры космического машиностроения,

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследователь-

ский университет). E-mail: [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru). Область научных интересов: управление развёртыванием орбитальных тросовых систем.

**Сюй Сяоэ**, аспирант кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов:

управление развёртыванием орбитальных тросовых систем.

**Филиппов Григорий Александрович**, аспирант кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: [grigory\\_ssau@mail.ru](mailto:grigory_ssau@mail.ru). Область научных интересов: моделирование динамических систем.

## CHOOSING A PROGRAM FOR CONTROLLING THE DEPLOYMENT OF AN ORBITAL TETHER SYSTEM WITH DEPLOYMENT SPEED LIMITATIONS

© 2015 S. A. Ishkov, Xu Xiaoye, G. A. Filippov

Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

The problem of delivering payload in the form of a descent capsule using an orbital tether system is discussed in the paper. The dynamic law of controlling the deployment of an orbital tether system in the form of time dependence of the tether tension force is considered. It is shown that if a previously obtained optimal (relay) program of controlling the tether tension force is implemented the speed of tether deployment can reach high values. To reduce the speed of tether deployment a program of controlling the deployment of an orbital tether system, with prescribed limitations on tether deployment speed is obtained. Numerical simulation of orbital tether system deployment is carried out for the program of controlling the tether tension force with limitations on tether deployment speed. It is established that introducing too tight limitations on the speed of tether deployment does not make it possible to deliver the payload – a descent capsule - to the Earth surface. The dispersion of the points of landing of the capsule on the Earth surface caused by introducing limitations on tether deployment speed is analyzed.

*Orbital tether system, dynamic control program for tether tension, limitation on tether deployment speed.*

### References

1. Beleckiy V.V., Levin Ye.M. *Dinamika kosmicheskikh trosovykh system* [Dynamics of space tether systems]. Moscow: Nauka Publ., 1990. 329 p.
2. Ishkov S.A., Naumov S.A. Control over orbital tether system unfolding. *Vestnik of the Samara State Aerospace University* 2006. No. 1 (9). P. 77-85. (In Russ.)
3. Ishkov S.A., Sheynikov I.V. Orbital tether system aimed on small capsules deorbiting parameters definition. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN*. 2009. V. 11, no. 5. P. 208-215. (In Russ.)

### About the authors

**Ishkov Sergey Alekseevich**, Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department of Space Engineering, Samara State Aerospace University, Samara,

Russian Federation. E-mail: [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru). Area of Research: control of deployment of orbital tether systems.

**Xu Xiaoye**, postgraduate student of the Department of Space Engineering, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. Area of Research: control of deployment of orbital tether systems.

**Filippov Gregory Aleksandrovich**, postgraduate student of the Department of Space Engineering, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. E-mail: [grigory\\_ssau@mail.ru](mailto:grigory_ssau@mail.ru). Area of Research: modeling of dynamic systems.