

УДК 621.9.02

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ ПРЕРЫВИСТОМ РЕЗАНИИ

© 2011 Д. Ю. Колодяжный

ОАО «УК «Объединённая двигателестроительная корпорация»

Рассмотрены вопросы снижения амплитуды вынужденных колебаний при прерывистом резании заготовок зубчатых колес на основе решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

Машиностроение, двигателестроение, эффективность, технологические процессы, металлообработка.

Современные тенденции повышения эффективности технологических процессов изготовления зубчатых колес показывают, что одним из важных мероприятий, направленных на повышение эффективности машиностроительного производства, является снижение расхода металла за счёт применения прогрессивных методов получения заготовок. Отходы металла при изготовлении деталей машин резанием составляют примерно 20–40 % общего объёма потребляемого металла, а в некоторых отраслях машиностроения отходы металла в 3–4 раза превышают массу готовых изделий. Применительно к изготовлению заготовок зубчатых колес со сформированными зубьями используются различные методы литья и обработки металлов давлением [1, 2].

При обработке поверхности вершин зубьев таких зубчатых колес на токарном станке возникает внешняя периодическая сила, вследствие которой появляются вынужденные колебания в системе. Наличие внешней периодической силы в нашем случае обусловлено прерывистой поверхностью зубчатых колес.

Одним из основных направлений, способствующих уменьшению уровня колебаний, является уменьшение возмущающих сил, действующих на технологическую систему [3, 4]. Для реализации этой идеи предложен специальный резец с двумя режущими пластинами, расположенными на разной высоте относительно

оси заготовки. Одна из пластин расположена по центру, другая ниже центра. При этом реализуется принцип разделения припуска, что приводит к уменьшению периодически изменяющейся силы резания.

Для полного описания происходящих процессов при резании зубчатых колес на токарном станке изучены варианты обработки одним обычным резцом и предложенным специальным двойным резцом. При этом сравнивались возникающие периодические возмущения в обоих случаях.

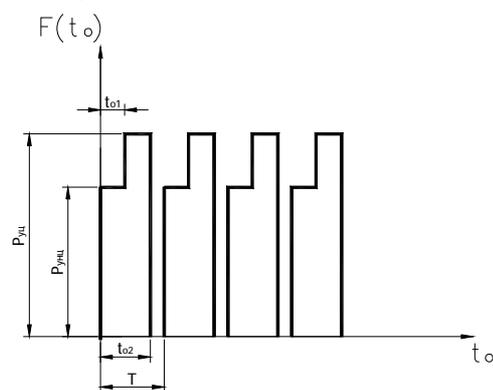


Рис. 1

При прерывистом резании зубчатых колес двумя резцами внешняя периодическая сила (рис. 1) выражается в следующем виде:

$$F(t_0) = \begin{cases} P_{y_ц}, & 0 < t_0 < t_{01}; \\ P_{y_{н.ц}}, & t_{01} < t_0 < t_{02}; \\ 0, & t_{02} < t_0 < T. \end{cases}$$

Здесь t_{01} — время окончания резания резцом, находящимся по центру заготовки в каждом цикле; t_{02} — время окончания резания резцом, находящимся ниже центра заготовки в каждом цикле; T - период внешней периодической силы; $P_{y_ц}$ - составляющая силы резания для резца, установленного по центру; $P_{y_{н.ц}}$ - составляющая силы резания для резца, установленного ниже центра.

Движение технологической системы с одной степенью свободы, находящейся под действием внешней периодической силы, описывается неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка:

$$m\ddot{y} + h\dot{y} + jy = P_y + F(t_0).$$

Для аналитического решения в работе характеристика составляющей силы резания P_y аппроксимировалась линейной зависимостью

$$P_y = P_{y_0} + H_1 y,$$

где P_{y_0} — сила резания при отсутствии колебательного движения; H_1 — крутизна характеристики составляющей силы резания.

С учётом мгновенной глубины резания $t_i = t - y$ известная степенная зависимость составляющей силы P_y от режимных параметров выглядит следующим образом:

$$P_y = C_p \cdot (t - y)^{x_p} \cdot S^{y_p} \cdot V^{-n_p} + H_1 y.$$

После разложения $(t - y)^{x_p}$ по формуле Ньютона и подстановки результата в дифференциальное уравнение получим:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + h\dot{y} + jy &= C_p \cdot t^{x_p} \cdot S^{y_p} \cdot V^{-n_p} - \\ &- C_p \cdot x_p \cdot t^{x_p-1} \cdot S^{y_p} \cdot V^{-n_p} \cdot y + \\ &+ \frac{1}{2} C_p \cdot x_p (x_p - 1) \cdot t^{x_p-2} \cdot S^{y_p} \cdot V^{-n_p} \cdot y^2 - \\ &- \frac{1}{6} C_p \cdot x_p (x_p - 1)(x_p - 2) \cdot t^{x_p-3} \cdot S^{y_p} \times \\ &\times V^{-n_p} \cdot y^3 + \dots + H_1 y + F(t_0). \end{aligned}$$

После ввода обозначений:

$$\tilde{N}_0 = (h - H_1)/m; \quad w_k^2 = \frac{j_k}{m} = \frac{j + C_p x_p t^{x_p-1} S^{y_p} V^{-n_p}}{m};$$

$$a = \frac{-C_p x_p (x_p - 1) t^{x_p-2} S^{y_p} V^{-n_p}}{2m};$$

$$g = \frac{-C_p x_p (x_p - 1)(x_p - 2) t^{x_p-3} S^{y_p} V^{-n_p}}{6m};$$

$$B_0 = \frac{C_p t^{x_p} S^{y_p} V^{-n_p}}{m}$$

дифференциальное уравнение примет вид

$$\ddot{y} + C_0 \dot{y} + w_k^2 y + a \cdot y^2 + g \cdot y^3 - B_0 = \frac{F(t_0)}{m}.$$

Пренебрегая квадратичными и кубическими степенями по перемещению, получаем:

$$\ddot{y} + C_0 \dot{y} + w_k^2 y - B_0 = \frac{F(t_0)}{m}.$$

После разложения периодической функции $F(t_0)$ в ряд Фурье уравнение примет вид

$$\begin{aligned} \ddot{y} + C_0 \dot{y} + w_k y &= \frac{1}{m} \left\{ \frac{1}{T} [P_{y_ц} t_{01} + P_{y_{н.ц}} (t_{02} - t_{01})] + \right. \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{T} \left[\frac{P_{y_ц}}{k w_B} \sin k w_B t_{01} + \frac{P_{y_{н.ц}}}{k w_B} \sin k w_B (t_{02} - t_{01}) \right] \times \\ &\times \cos k w_B t + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{T k w_B} \times \\ &\times [P_{y_ц} (1 - \cos k w_B t_{01}) + P_{y_{н.ц}} (\cos k w_B t_{01} - \cos k w_B t_{02})] \times \\ &\times \sin k w_B t \}. \end{aligned}$$

Решением этого уравнения является следующее выражение:

$$y = \frac{a_0}{2J_k} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k \cos(k w_B t_0 - j_k) + b_k \sin(k w_B t_0 - j_k)}{m \sqrt{(w_k^2 - k^2 w_B^2)^2 + (2C_0 k w_B)^2}}$$

Амплитуда вынужденных колебаний подсистемы:

$$A = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}}{m \sqrt{(w_k^2 - k^2 w_B^2)^2 + (2C_0 k w_B)^2}}.$$

Сдвиг по фазе

$$j_k = \arctg \frac{2C_0 k w_B}{w_k^2 - k^2 w_B^2}.$$

Учитывая, что технологическая система токарной обработки характеризуется высокими диссипативными силами, расчёт АЧХ производился с учётом только первой гармоники $k = 1$.

Формула амплитуд вынужденных колебаний в технологической системе примет следующий вид:

$$A = \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{m\sqrt{(w_1^2 - w_B^2)^2 + (2C_0 w_B)^2}},$$

где коэффициенты a_1 и b_1 равны:

$$a_1 = \frac{2}{T w_B} [P_{y_0} \sin w_B t_0 + P_{y_{i,0}} \sin w_B (t_{0_2} - t_{0_1})];$$

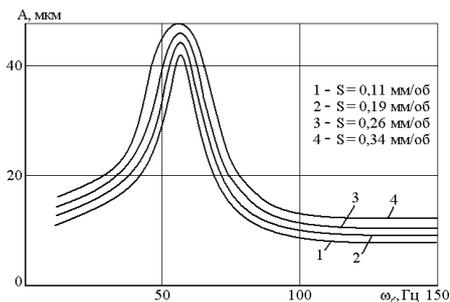
$$b_1 = \frac{2}{T w_B} [P_{y_0} (1 - \cos w_B t_{0_1}) + P_{y_{i,0}} (\cos w_B t_{0_1} - \cos w_B t_{0_2})] V = 0,48 \text{ К } 3,03 \text{ м/с}.$$

Частота вынужденных колебаний в Гц рассчитывалась по формуле

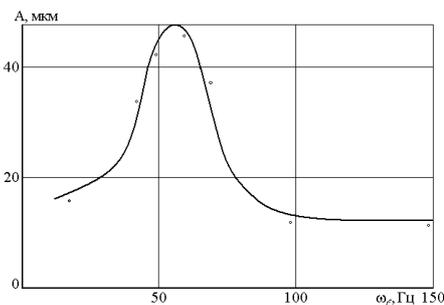
$$w_f = \frac{n \cdot z}{60}.$$

Разработка рассмотренной математической модели и ее решение выполнены по принятой в теории колебаний методике [5, 6, 7].

По полученным зависимостям были рассчитаны АЧХ технологической системы для двух вариантов обработки зубчатого колеса: из стали 40ХН и стали 30. В первом случае заготовка обрабатывалась одним резцом с глубиной резания 2 мм, а в другом - двумя резцами с глубиной резания 1 мм на каждом из них. При этом скорость резания изменялась от 0,48 до 3,06 м/с, а подача варьировалась от 0,11 до 0,34 мм/об.



а



б

Рис.2

В качестве примера на рис.2, а приведена АЧХ технологической системы при точении двумя резцами наружной поверхности зубчатого колеса с глубиной резания 1 мм на каждом резце.

На рис.2, б приведены расчётные и экспериментальные АЧХ для одного из условий (сталь 40ХН, обработка двумя резцами с глубиной резания $t=1$ мм на каждом из них, $S=0,34$ мм/об, $V=0,48 \text{ К } 3,03$ м/с).

Экспериментальная проверка подтвердила правильность выбранной математической модели и расчётных значений амплитуды в зависимости от частоты вынуждающей силы и режимов обработки. Среднее отклонение опытных и расчётных значений амплитуды не превышало 12–18 %.

Сравнение результатов обработки одним и двумя резцами показало, что амплитуда колебаний во втором случае примерно на 40% ниже, чем при обработке одним резцом.

Библиографический список

1. Технология машиностроения. Колебания и точность [Текст] / Э. Л. Жуков, И. И. Козарь, С. Л. Мурашкин [и др.] - СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2008.- 280 с.
2. Мурашкин, Л. С. Прикладная нелинейная механика станков. [Текст] / Л. С. Мурашкин, С. Л. Мурашкин. - Л.: Машиностроение, 1977. – 192 с.
3. Колодяжный, Д. Ю. Колебания и точность технологических систем при прерывистой обработке резанием [Текст] / Д. Ю. Колодяжный //Фундаментальные исследования в технических университетах: материалы X Всерос. конф. по проблемам науки и высшей школы.- СПб. Изд-во СПбГПУ, 2006. - С. 317-318.
4. Колодяжный, Д. Ю. Устойчивость движения технологических систем при прерывистой обработке резанием [Текст] / Д.Ю. Колодяжный // Научно-технические ведомости СПбГТУ. - СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2006.-№ 2.- С. 91-97.

5. Каудерер, Г. Нелинейная механика [Текст] / Г. Каудерер; пер. с нем. - М.: Изд-во иностр. лит., 1961.- 777 с.

6. Стокер, Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических сис-

темах [Текст] / Дж. Стокер; пер. с англ. - М.: Изд-во иностр. лит., 1953.- 256 с.

7. Хаяси, Т. Нелинейные колебания в физических системах [Текст] / Т. Хаяси; пер. с англ. - М.: Мир, 1968.- 432 с.

FUNCTIONAL ANALYSIS OF PERIODIC DISTURBANCES DURING INTERMITTENT CUTTING

© 2011 Dmitry Kolodyazhny

JSC United engine corporation

The paper deals with the problems of reducing the amplitude of forced oscillations during intermittent cutting of gear wheel billets on the basis of solving an inhomogeneous second-order equation.

Mechanical engineering, engine construction, efficiency, technological processes, metal working.

Сведения об авторе

Колодяжный Дмитрий Юрьевич, управляющий директор ОАО «Управляющая компания «Объединенная двигателестроительная корпорация». Область научных интересов: техника, двигатели для аэрокосмической промышленности. E-mail: kolod@uk-odk.ru.

Kolodyazhny Dmitry Yuryevitch, Deputy General Director JSC United engine corporation. Area of research: engineering, engines in the aerospace industry. E-mail: kolod@uk-odk.ru.