

## ЭФФЕКТИВНЫЙ ОБЪЁМ КОРОТКИХ УГЛЕРОДНЫХ ВОЛОКОН В КОМПОЗИТЕ ИЗ НАРУБЛЕННЫХ ТОНКИХ ЛЕНТ

© 2024

**В. А. Комаров** доктор технических наук, профессор кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [vkomarov@ssau.ru](mailto:vkomarov@ssau.ru)

**Р. Ф. Абдуллаев** аспирант кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [rufat.abdullayev@hotmail.com](mailto:rufat.abdullayev@hotmail.com)

Рассматривается композиционный материал из нарубленных тонких узких полимерных лент, армированных углеродными волокнами, и полимерного связующего. Ставится задача по аналитическому определению упругих и прочностных характеристик композита при известном минимальном наборе основных характеристик компонентов. Предлагается методика последовательного решения задачи на микро- и мезоуровнях. Ключевым моментом в методике является введение в рассмотрение «коэффициента эффективного объёма волокон» в короткой нити и способа его вычисления через критерий «силовой фактор». Приводятся: результаты расчётов модуля Юнга и предела прочности на растяжение образцов материала из частей лент фиксированной длины 6, 12, 18 и 24 мм; сравнение с экспериментальными данными и оценка точности и границ применимости методики.

*Композит; лента; углеродные волокна; полимер; короткая нить; модуль Юнга; прочность*

---

**Цитирование:** Комаров В.А., Абдуллаев Р.Ф. Эффективный объём коротких углеродных волокон в композите из нарубленных тонких лент // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 188-202. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-188-202

### Введение

Высокую удельную прочность и жёсткость тонких углеродных, стеклянных и ряда других подобных волокон удается относительно просто реализовывать в однонаправленных композитных структурах. Примеры тому – сосуды давления [1] и изогридные конструкции [2]. Однако в аэрокосмической промышленности, автомобилестроении, судостроении и других отраслях машиностроения имеется множество технических решений и конструкций, которые также требуют лёгких материалов с высокими механическими свойствами, но в большинстве случаев они имеют сложные формы и много случаев нагружения. Поэтому в области композитов идёт постоянный поиск новых компонентов, структур материалов и производственных технологий. Этим объясняется приверженность конструкторов к квазиизотропным структурам, к использованию высокопрочных волокон и нитей в виде тканей и вязанных структур для изготовления тонкостенных конструкций или даже армирования трёхмерных деталей короткими волокнами. При этом приходится сталкиваться со сложностью решения проблем драпировки и многократным недоиспользованием механических характеристик волокон [3 – 5]. Одним из перспективных путей преодоления этих проблем в последнее время являются исследования в области технологии изготовления и микромеханики композитов из нарубленных узких карбоновых сверхтонких лент [6; 7]. Два принципиальных достоинства этого подхода очевидны. Во-первых, в нарубленных кусочках ленты – *chopped carbon fiber tapes* (будем называть их далее для краткости «петл» от англоязычного «petal» – лепесток) – высокопрочные волокна могут сохранять

прямолинейность или, по крайней мере, не иметь резких перегибов. Во-вторых, используя короткие петли, можно направлять силовые потоки по желаемым траекториям. Для того чтобы проектировать конструкции из петлов, необходимо уметь предсказывать их упругие и прочностные характеристики.

Цель данной статьи – показать возможность использования некоторых идей и результатов концептуальной работы [8] в теории кусочно-армированного композита.

### Материалы и методы

В связи с определённой новизной петл-матриала рассмотрим реферативно [6; 7] особенности его производства и получаемую структуру.

Узкая лента препрега из ультратонкого термоуглепластика нарубается в виде петлов одинаковой длины. Все петлы засыпаются в сосуд с водой. Сосуд имеет плоское дно, сетчатый фильтр на определенной глубине и возможность слива воды вниз. Далее следует ряд технологических операций: вода сливается, осадок из петлов сушится, вакуумируется, подогревается до температур выше комнатных для предварительного слипания, и т.д. На заключительной стадии полученный полуфабрикат подается на пресс с плоским рабочим столом, и происходит формование с нагревом до температур плавления и текучести пластика. Поверхность получаемого продукта напоминает хорошо известные древесно-стружечные плиты. Нетрудно заметить, что данный процесс по своей сути похож на мокрое производство бумаги.

Расчёт упругих и прочностных характеристик композитной петл-плиты, получаемой по описанной технологии из однонаправленных коротких элементов, может быть выполнен с использованием правила смесей [9], но с учётом двух обстоятельств – зон включения волокон и нитей по торцам петлов и случайного распределения петлов в плоскости плиты.

Рассмотрим методику учёта этих факторов на конкретном примере, предложенном С.В. Ломовым, для возможности сравнения результатов расчётов с данными эксперимента [6; 7].

### Исходные данные

В качестве примера выбран петл, армированный углеродными волокнами (рис. 1).

Геометрические размеры:

$$l = 10 \text{ мм}, b = 5 \text{ мм}, h = 0,1 \text{ мм}.$$

Свойства материалов:

модуль Юнга волокна  $E_b = 230 \text{ ГПа}$ ;

прочность – разрушающее напряжение

волокон  $\sigma_b^p = 2000 \text{ МПа}$ ;

объёмная доля волокна  $f_b = 55\%$ ;

матрица – эпоксидная смола

$E_m = 3,78 \text{ ГПа}^*$ ;

коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3^*$ ;

прочность смолы на отрыв  $\sigma_m^p = 54 \text{ МПа}^*$ ;

модуль Юнга пропитанной нити

$E_n = 121 \text{ ГПа}^*$ .

\* – взято из базы ANSYS

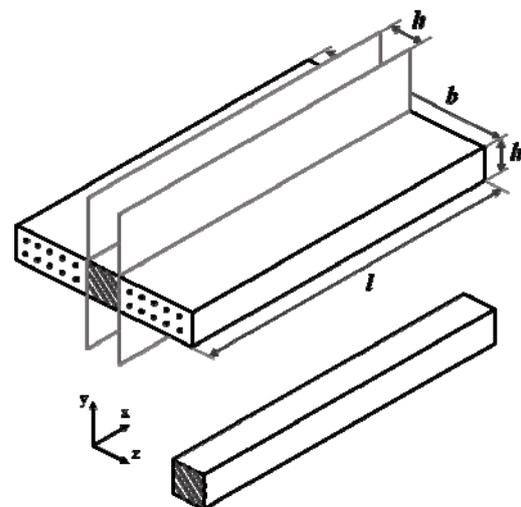


Рис. 1. Отрезок армированной ленты «петл» и виртуальная нить

Допущения.

1. Волокна внутри петла имеют одинаковое направление и их можно считать прямолинейными.
2. Петлы расположены внутри плиты и случайно, но равновероятно ориентированы в её плоскости.
3. Волокна на торцах петлов будем считать ненагруженными в связи с относительно малой прочностью матрицы на отрыв.

### Методика расчёта эффективного объёма волокон

Включение армирующих волокон в силовую работу плиты при её деформациях под нагрузкой обеспечивается касательными напряжениями в контактных поверхностях (верхней и нижней) раздела матрицы и петла. Поэтому не весь объём волокон может работать эффективно с высокими напряжениями, и это обстоятельство должно учитываться в прочностных расчётах. С этой целью введём коэффициент эффективного объёма волокон в короткой нити  $k_{\text{эkn}}$ . Этот коэффициент по определению меньше или равен единице, и его величина зависит от скорости включения нити в силовую работу.

Для вычисления  $k_{\text{эkn}}$  используем МКЭ-моделирование следующим образом. Образуем виртуальную нить парой секущих плоскостей  $xy$  с расстоянием между ними 0,1 мм, как показано на рис. 1. При этом заштрихованная на торце нить имеет размеры  $10 \times 0,1 \times 0,1$  мм. Введём в рассмотрение пластину из эпоксидной смолы с разбиением на мембранные элементы размером  $0,1 \times 0,1 \times 0,1$  мм с рабочим полем  $300 \times 41$  элемент. Нить длиной 10 мм (100 элементов) разместим в центре рабочего поля. Нить описывалась цепочкой армированных элементов, по концам нити размещалось по одному элементу с нулевой жёсткостью. Остальные мембранные элементы описывали жесткостные характеристики эпоксидной матрицы. Контакт пластины и нити в данной модели определяется общими узлами на поверхностях раздела. В качестве нагрузки на нить рассматривалось растяжение пластины в направлении нити (рис. 2).

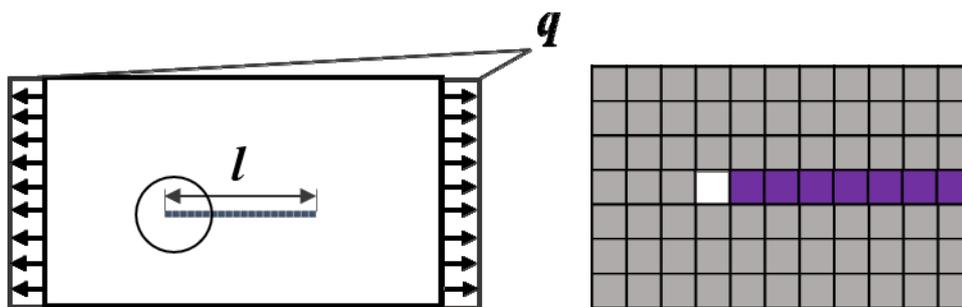


Рис. 2. Схема растяжения пластины с нитью равномерной нагрузкой  $q = 10$  н/мм и МКЭ модель

По результатам расчёта получено распределение касательных напряжений в контакте и осевых напряжений в нити (рис. 3, 4).

Результат расчётов вполне ожидаемый, как по характеру распределения касательных напряжений в контакте полимера с нитью с острым максимумом на конце нити [17], так и с пологим экстремумом напряжений в её середине.

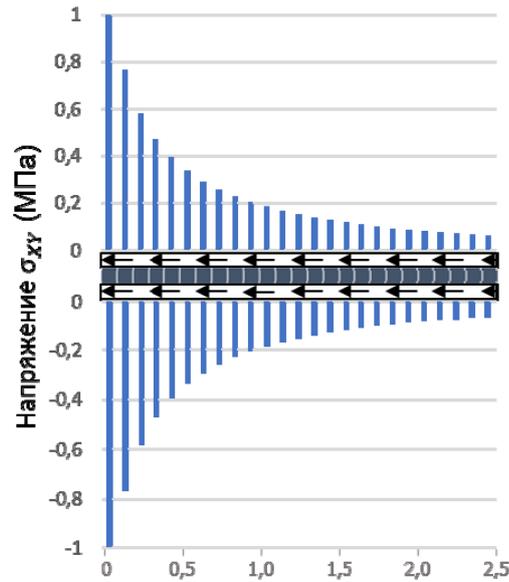


Рис. 3. Распределение касательных напряжений в контакте полимера с верхней и нижней поверхностями нити на концевом участке длиной 2,5 мм

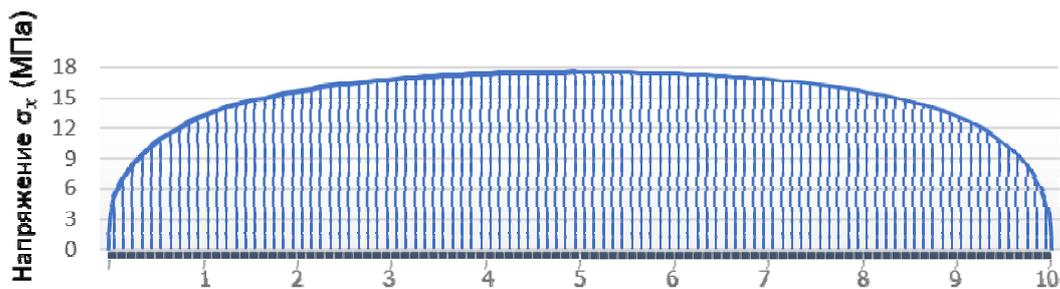


Рис. 4. Распределение осевых напряжений ( $\sigma_x$ , МПа) в элементах нити длиной 10 мм

Рассмотрим как на основе расчётов по МКЭ получить коэффициент эффективного объёма волокон в короткой нити  $k_{\text{эКН}}$ . Для этой цели представляется целесообразным использовать в качестве критерия силовой фактор  $G$ , который выражает одновременно величину внутренних усилий в конструкции и протяжённость их действия [10 – 13]. Например, для стержневых систем

$$G = \sum_{i=1}^n |N_i| l_i, \quad (1)$$

где  $|N_i|$  – модуль усилия в  $i$ -м стержне;  $l_i$  – длина стержня;  $n$  – количество стержней. Размерность силового фактора – Ньютонметр (Нм).

В общем случае сложных гетерогенных конструкций, описываемых конечными элементами, силовой фактор определяется как

$$G = \sum_{i=1}^n \sigma_i^{\text{ЭКВ}} V_i, \quad (2)$$

где  $\sigma_i^{\text{ЭКВ}}$  – среднее эквивалентное напряжение в  $i$ -м элементе;  $V_i$  – объём элемента.

В рассматриваемом примере силовой фактор отдельно взятой короткой нити  $G_{\text{кн}}$  вычисляется как сумма напряжений  $\sigma_{xi}$  по всем элементам нити с точностью до множителя  $V_i = 0,1 \times 0,1 \times 0,1 = 10^{-3}$  (мм<sup>3</sup>) – объёма элемента нити:

$$G_{\text{кн}}^n = \sum_{i=1}^n \sigma_{xi} V_i = V_i \sum_{i=1}^n |\sigma_{xi}|, \quad (3)$$

где  $n$  – количество элементов нити, которое одновременно выражает её длину в безразмерном виде и удлинение как отношение  $l/h$  (рис. 1). В формуле (3) и далее предполагается использование конечных элементов с одинаковыми объёмами и линейными размерами на протяжении всей нити.

Введём понятие «референтный» силовой фактор короткой нити  $G_{\text{кн}}^{\text{реф } n}$  и будем вычислять его как произведение максимального напряжения в нити  $\sigma_{x \text{ max}}^n$  на её объём  $V_{\text{кн}}$ , предполагая, что нить работает идеально, и все её элементы имеют одинаковые относительные деформации и напряжения в соответствии с гипотезой монолитности композита:

$$G_{\text{кн}}^{\text{реф } n} = \sigma_{x \text{ max}}^n \sum_{i=1}^n V_i = \sigma_{x \text{ max}}^n n V_i = \sigma_{x \text{ max}}^n V_{\text{кн}}. \quad (4)$$

Коэффициент  $k_{\text{эkn}}$  предлагается определять как отношение

$$k_{\text{эkn}}^n = G_{\text{кн}}^n / G_{\text{кн}}^{\text{реф } n}. \quad (5)$$

Обоснование такого определения вытекает из физического смысла силовой работы нити, так как выражает количественно способность нити внутри петля участвовать в передаче внешней нагрузки через волокна композита. Коэффициент  $k_{\text{эkn}}^n$  показывает, на какую величину целесообразно снижать паспортную (или получаемую из экспериментов) объёмную долю волокон в прочностных расчётах композитов из петлов.

По результатам МКЭ расчётов средних напряжений  $\sigma_{xi}$  в каждом из элементов нити длиной 10 мм ( $n = 100$ ), представленным на рис. 4, по (3) можно получить значения суммы абсолютных величин напряжений в рассматриваемой нити  $\sum_{i=1}^{100} |\sigma_{xi}| = 1510$  МПа, и с учётом величины объёма конечного элемента в м<sup>3</sup>, значение силового фактора этой короткой нити

$$G_{\text{кн}}^{100} = 10^{-12} \text{ м}^3 \times 1510 \times 10^6 \text{ Нм}^{-2} = 1510 \times 10^{-6} \text{ Нм}.$$

Референтное значение силового фактора данной нити определяется по (4) через максимальное напряжение в ней  $\sigma_{x \text{ max}}^{100} = 17,54$  МПа (рис. 4) и объём всей нити  $V_{\text{кн}}^{100} = 10^{-3} \text{ мм}^3 \times 100 = 10^{-10} \text{ м}^3$  следующим образом:

$$G_{\text{кн}}^{\text{реф}100} = 17,54 \times 10^6 \text{ Нм}^{-2} \times 10^{-10} \text{ м}^3 = 17,54 \times 10^{-4} \text{ Нм},$$

или, для единообразия

$$G_{\text{кн}}^{\text{реф}100} = 1754 \times 10^{-6} \text{ Нм}.$$

Подстановка полученных значений силовых факторов – фактического по (3) и реферативного по (4) в (5) даёт искомый безразмерный коэффициент эффективного объёма волокон в короткой нити  $k_{\text{эkn}}^{100} = 0,86$ , соответствующий исходным данным:

$$k_{\text{эkn}}^{100} = \frac{G_{\text{кн}}^{100}}{G_{\text{кн}}^{\text{реф}100}} = \frac{1510 \times 10^{-6}}{1754 \times 10^{-6}} = 0,86.$$

### Результаты расчёта модуля упругости и прочности петл-композита

Модуль упругости однонаправленного композита  $E_0$ , образованного отрезками углеволокнуистой ленты – петлами, ориентированными по одной оси, будем рассчитывать с использованием правила смесей [9], в котором объёмная доля волокна  $f_v$  корректируется коэффициентом  $k_{\text{эkn}}^n$  следующим образом:

$$E_0 = E_v f_v k_{\text{эkn}}^n + E_m (1 - f_v). \quad (6)$$

В рассматриваемой задаче с использованием исходных данных и полученного ранее значения  $k_{\text{эkn}}^n$  вычисления по (6) дают следующее значение модуля упругости:

$$E_0 = 230 \times 0,55 \times 0,86 + 3,78 \times (1 - 0,55) = 107,5 + 1,7 = 110,5 \text{ ГПа}. \quad (7)$$

Модуль упругости квазиизотропного композита  $E_{\text{км}}$ , образованного случайно ориентированными петлами в одной плоскости, определялся как  $1/3 E_0$ :

$$E_{\text{км}} = \frac{1}{3} E_0 = 36,8 \text{ ГПа}. \quad (8)$$

Множитель  $1/3$  получен из сравнения величины относительной деформации  $\varepsilon_{13} = 0,750$  в стержне 1-3 в шестистержневой конструкции при  $L=1$ ,  $P=1$  и  $E=1$  с одинаковым единичным объёмом материала на каждом из четырёх направлений стержней и суммарным объёмом  $V=4$  (рис. 5, а) и в конструкции только из одного стержня (рис. 5, б) с объёмом  $V=4$ . Показанная на рис. 5, а структура, заимствованная из [8], может рассматриваться как представительная ячейка [14] квазиизотропного композита, набранного из однонаправленных препрегов по формуле  $(0^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ)_{2S}$  и однонаправленного композита с такой же суммарной толщиной (рис. 5, б). Отношение  $\varepsilon_{\text{изотр}} / \varepsilon_0 = 0,75 / 0,25 = 3/1$  даёт  $E_{\text{изотр}} / E_0 = 1/3$ . Заметим также, что соотношение  $1/3$  наблюдается в экспериментах по определению как модулей упругости, так и прочности композитов из однонаправленных препрегов, например в [15; 16].

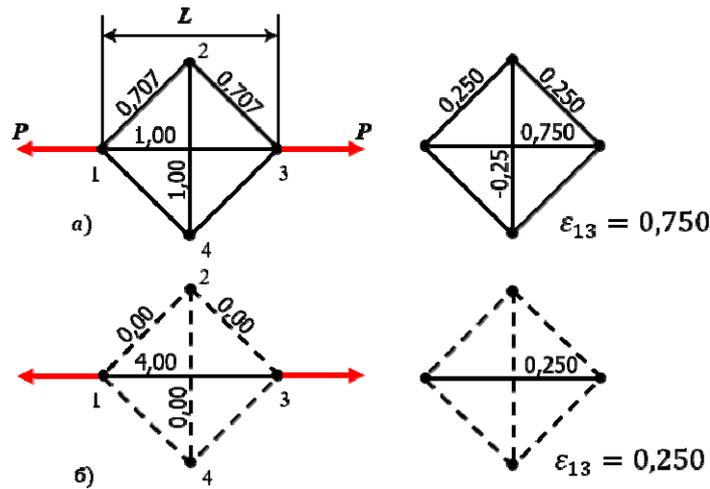


Рис. 5. Плоская конструкция из шести стержней.  
 Распределение материала и относительных деформаций  $\epsilon$ :  
 а – квазиизотропная структура; б – однонаправленная

Прочность однонаправленного композита из петлов оценивалась по соотношению

$$\sigma_0^p = \sigma_B^p f_B k_{\text{ЭКН}}^n + \sigma_M^{\text{БП}} (1 - f_B), \quad (9)$$

где  $\sigma_B^p$  – прочность волокна;  $\sigma_M^{\text{БП}}$  – напряжение в матрице в момент разрушения волокна:

$$\sigma_M^{\text{БП}} = \sigma_B^p \frac{E_M}{E_B}. \quad (10)$$

В соответствии с исходными данными:

$$\sigma_0^p = 2000 \cdot 0,55 \cdot 0,86 + 32,9(1 - 0,55) = 960,8 \text{ МПа}. \quad (11)$$

Прочность квазиизотропного композита  $\sigma_{\text{КМ}}^p$  из петлов оценивалась также, как и в (8) с коэффициентом  $1/3$ , т.е.

$$\sigma_{\text{КМ}}^p = 1/3 \sigma_0^p = 320 \text{ МПа}. \quad (12)$$

Полученные значения модуля упругости и прочности композита из петлов  $l = 10$  мм сравнивались с экспериментальными данными, приведёнными в [6] (табл. 1).

Таблица 1. Сравнение вычислений с экспериментом

$l_n = 10$ мм	Эксперимент	Расчёт $k_{\text{ЭКН}}^{100} = 0,86$	$\Delta$ %	Расчёт $k_{\text{ЭКН}} = 1,0$	$\Delta$ %
1	2	3	4	5	6
Модуль	33 ГПа	37 ГПа	12%	43 ГПа	30%
Прочность	320 МПа	320 МПа	0%	371 МПа	16%

Результаты, на наш взгляд, можно признать удовлетворительными, что оправдывает использование в методике определения коэффициента  $k_{\text{эКН}}^n$  ряда упрощений и гипотез. Для оценки значимости учёта  $k_{\text{эКН}}^n$  в табл. 1 в столбцах 5 и 6 приведены результаты расчёта модуля упругости и прочности при  $k_{\text{эКН}} = 1$ . Они отличаются от экспериментальных соответственно на 30 и 16%.

### Анализ границ применимости методики

Рассмотрим границы применимости предлагаемой методики и возможности повышения её достоверности и точности, опираясь на экспериментальные данные [6] по образцам пластин из петлов различной длины: 6, 12, 18 и 24 мм. С этой целью выполнен вычислительный эксперимент, в котором по (3) определялись силовые факторы коротких нитей  $G_{\text{кН}}^n$  для всех указанных и ряда других близких размеров петлов. Референтные значения силового фактора  $G_{\text{кН}}^{\text{реф } n, m}$  определялись по (4) с определённым расширением (13), которое предполагает вычисление  $\sigma_{\text{max}}^m$  для одной длины нити – « $m$ » и далее применение этой величины для вычисления  $k_{\text{эКН}}^{n, m}$  другой нити с длиной « $n$ »:

$$G_{\text{кН}}^{\text{реф } n, m} = \sigma_{x \text{ max}}^m n V_i, \quad (13)$$

$$k_{\text{кН}}^{n, m} = \frac{G_{\text{кН}}^n}{G_{\text{кН}}^{\text{реф } n, m}}, \quad (14)$$

где  $nV_i$  – объём нити длиной  $n$  элементов.

В данной работе для моделирования напряжённого состояния нитей различной длины используется линейная последовательность конечных элементов размером в плане  $0,1 \times 0,1$  мм (рис. 2). Поэтому нити длиной  $l = 6$  мм ставится в соответствие значение индекса  $n = 60$  и т.д.

При описании стратегий вычисления  $k_{\text{эКН}}$  целочисленные значения безразмерных индексов будем понимать как длину нити, выраженную в количестве элементов. Например, референтное значение силового фактора короткой нити  $G_{\text{кН}}^{\text{реф } 100, 240}$  означает, что оно вычислено по максимальному напряжению  $\sigma_{\text{max}}^{240}$  в нити длиной 240 элементов (24 мм) и отнесено к нити длиной 100 элементов (10 мм), т.е.  $G_{\text{кН}}^{\text{реф } 100, 240} = \sigma_{\text{max}}^{240} \times 100$ . Вычисленные значения  $\sigma_{x \text{ max}}^n$  в зависимости от длины нити показаны на рис. 6 штрихпунктирной линией.

Рассматривались три стратегии вычисления  $k_{\text{эКН}}^{n, m}$ :

Стратегия I.  $k_{\text{эКН}}^{n, m}$  – для каждой длины нити вычислялся силовой фактор  $G_{\text{кН}}^n$  по (3) и референтное значение  $G_{\text{кН}}^{\text{реф } n, n}$  по (12) для  $m = n$ , т.е. для каждой длины петла выбиралось «свое» референтное значение  $\sigma_{\text{max}}^n$ .

Стратегия II.  $k_{\text{эКН}}^{n, 100}$  – для каждой длины нити в качестве референтного значения выбиралось  $\sigma_{\text{max}}^{100}$ , т.е. единая величина  $\sigma_{\text{max}}$  из расчёта петла с длиной  $l_{100}$ .

Стратегия III.  $k_{\text{эКН}}^{n,240}$  – в качестве референтного значения  $\sigma_{\text{max}}^{240}$  выбиралась максимальная величина из расчёта петля с длиной  $l_{240}$ .

Результаты расчётов значений  $k_{\text{эКН}}$  по трём стратегиям представлены на рис. 7.

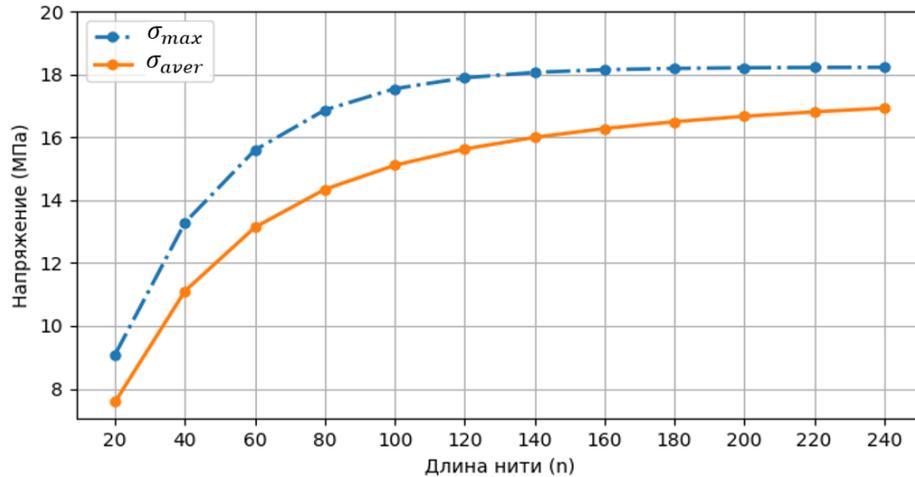


Рис. 6. Зависимости  $\sigma_{\text{max}}$  и среднего напряжения в нити  $\sigma_{\text{aver}}$  от её длины

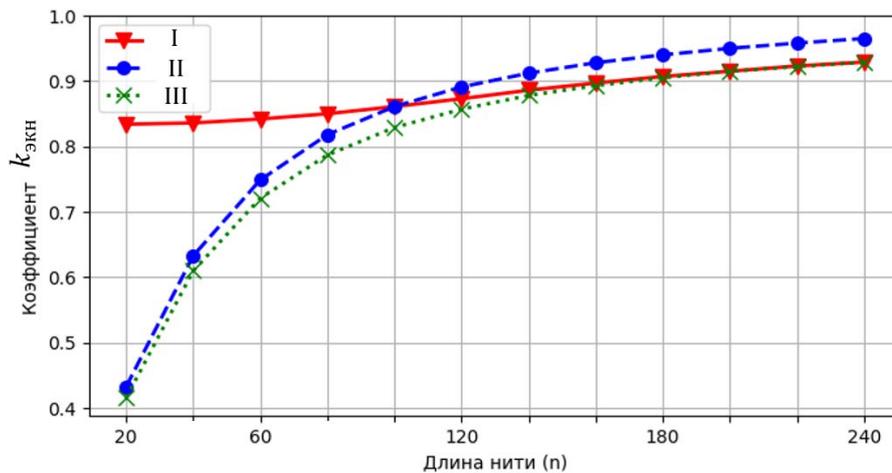


Рис. 7. Результаты расчётов  $k_{\text{эКН}}$  по стратегиям I, II и III

На рис. 8, 9 представлены вычисленные по соответствующим  $k_{\text{эКН}}^{n,m}$  значения модулей упругости и пределов прочности в сопоставлении с экспериментальными данными для образцов петл-материала, отформованного под давлением 10 МПа [6]. Дополнительными горизонтальными линиями показаны максимальные значения этих характеристик, вычисленные при  $k_{\text{эКН}} = 1,0$  (табл. 1).

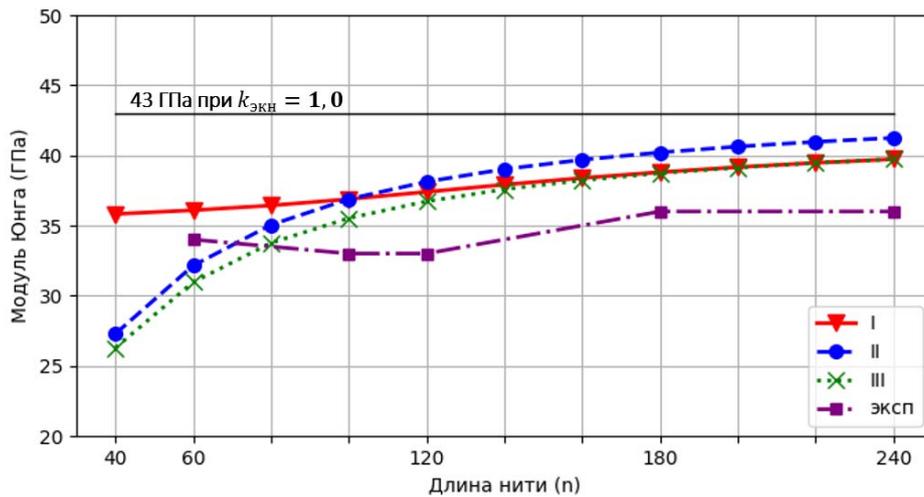


Рис. 8. Результаты расчётов модуля Юнга петл-материала по стратегиям I, II, III и сравнение с экспериментом

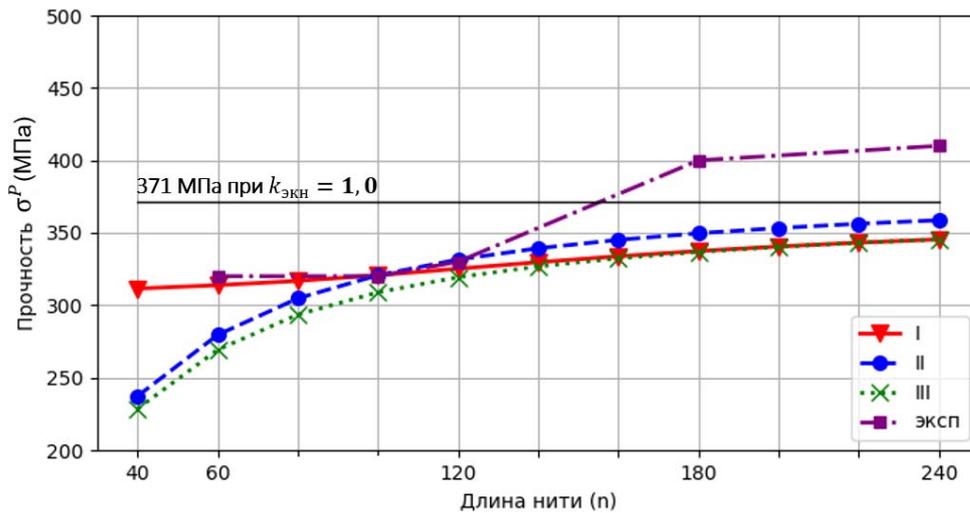


Рис. 9. Результаты расчётов прочности на растяжение петл-материала по стратегиям I, II, III и сравнение с экспериментом

Из полученных результатов (рис. 7) следует, что в диапазоне относительных длин нитей от 100 до 240 единиц все три стратегии вычисления  $k_{\text{экн}}$  дают близкие результаты.

Обратим внимание на почти линейную зависимость  $k_{\text{экн}}$  от  $n$ , вычисленную по стратегии I на всем рассмотренном диапазоне длин нитей от 20 до 240 единиц, а также на прогрессивное отклонение от неё величин соответствующих коэффициентов при вычислении их по стратегиям II и III в диапазоне длин от 100 до 20 единиц. Кроме того, в этом диапазоне из физических соображений следует ожидать значительное уменьшение  $k_{\text{экн}}^n$ , которое не улавливает стратегия I. Для объяснения этих результатов перепишем (5) подстановкой в него (3) и (4) следующим образом:

$$k_{\text{ЭКН}}^{n,n} = \frac{V_i \sum_{i=1}^n |\sigma_{xi}|}{n V_i \sigma_{x \max}} = \frac{\sum_{i=1}^n |\sigma_{xi}|}{n \sigma_{x \max}}. \quad (15)$$

При этом заметим, что сумма всех напряжений в элементах нити с одинаковыми объёмами, деленная на число элементов, есть не что иное, как среднее (average) напряжение в нити. Обозначим его  $\sigma_{x \text{ aver}}^n$ :

$$\sigma_{x \text{ aver}}^n = \frac{\sum_{i=1}^n |\sigma_{xi}|}{n}. \quad (16)$$

Зависимость среднего напряжения в нити от её длины показана на рис. 6. С учётом (15) и (14) вычисление  $k_{\text{ЭКН}}^{n,n}$  приобретает удобный для анализа вид

$$k_{\text{ЭКН}}^{n,n} = \frac{\sigma_{x \text{ aver}}^n}{\sigma_{x \max}^n}. \quad (17)$$

Из рис. 6 следует, что с уменьшением длины нити значения её среднего и максимального напряжений сближаются и могут давать даже увеличение  $k_{\text{ЭКН}}$ , что и наблюдается в расчётах по стратегии I. Математически и физически это объясняется тем, что сумма так называемых «неэффективных длин волокна» [17] с двух концов нити может быть близкой к её длине.

При рассмотрении распределения напряжений вдоль более длинных нитей (от 100 до 240 единиц) приходим к выводу, что интенсивное включение нитей в работу происходит примерно на 10-20 элементах с каждого конца, и это число увеличивается с ростом длины нити. Поэтому стратегию I нецелесообразно использовать для вычисления  $k_{\text{ЭКН}}$  нитей короче 60 единиц.

Сравнение вычисленных значений модуля упругости с использованием  $k_{\text{ЭКН}}$ , полученным по всем трём стратегиям в диапазоне длин от 60 до 240 единиц, показывает хорошее согласование с данными эксперимента с максимальным отклонением в пределах 10% (рис. 8).

Сравнение по прочности (рис. 9) показывает практически полное совпадение с данными эксперимента значений, вычисленных с использованием  $k_{\text{ЭКН}}$ , полученных по I стратегии для длин нитей 60, 100 и 120 единиц. Сравнение расчётных и экспериментальных данных для нитей 180 и 240 не производилось, так как экспериментальные данные превышают теоретический максимум для  $k_{\text{ЭКН}} = 1$ . Возможная причина повышения прочности – анизотропия образцов.

Выполненное исследование показывает следующее.

1. Использование правила смесей с корректировкой объёмного содержания волокон в материале с помощью введённого коэффициента эффективного объёма волокон короткой нити –  $k_{\text{ЭКН}}$  – позволяет получать адекватные упругие и прочностные характеристики композиционного петл-материала.

2. Сравнение расчётных и экспериментальных данных показывает применимость для практических расчётов I и III стратегий вычисления  $k_{\text{ЭКН}}^n$  коротких нитей, начиная с

длины 60 единиц и более. Причём в диапазоне длин 60...100 определённое предпочтение имеет III стратегия, так как она даёт (по исходным данным) на 15% меньшую величину  $k_{\text{эkn}}$  и на 10% меньшие значения модуля упругости и прочности для нити 60.

### Заключение

Поставленная в работе задача – определить механические характеристики коротко армированного композиционного материала по минимальному набору сведений о компонентах – представляется достаточно сложной, если пытаться создать единую адекватную математическую модель. Поэтому в работе использован двухуровневый подход с использованием стержневого моделирования и некоторых методов и результатов [8], который позволил успешно найти решение в частном случае и выработать достаточно простые методики для использования в других подобных задачах.

На микроуровне предложена математическая модель виртуальной короткой нити, принадлежащей однонаправленному слою композита с предположением о нагрузке связующим только с двух сторон – сверху и снизу – по отношению к слою, что позволило свести задачу о включении короткой нити к плоской задаче теории упругости, легко и наглядно решаемой с использованием МКЭ. Для оценки объёма волокон, эффективно работающих внутри нити с учётом её концов, предложена, возможно впервые, модель изолированного стержня, нагруженного только поверхностными силами. В качестве интегральной оценки эффективности работы волокон предложено использовать простой критерий – силовой фактор, который в данном случае представляет собой сумму осевых напряжений в элементах нити, умноженных на их объём. Заметим, что такой подход позволяет сразу получать необходимую поправку  $k_{\text{эkn}}$  к объёмной доле волокна с учётом длины нити, в отличие от методов, в которых анализируется длина «неэффективной» зоны волокна на одном конце [17].

На мезоуровне механические характеристики определены последовательно. Сначала – рассмотрение однонаправленного композита из петлов с использованием правила смесей с коррекцией объёмной доли волокна. Полученные таким образом механические характеристики однонаправленного композита присваивались с коэффициентом 1/3 композиционному материалу, образованному из случайно, но равномерно ориентированных петлов в плоскости плиты. Это соотношение известно для квазиизотропных структур, которые могут быть образованы множеством способов из 3, 4 и более направлений ориентации однонаправленных слоёв. При достаточно большом числе петлов плита должна быть квазиизотропной и поэтому подчиняться соотношению 1/3. Это соотношение показано наглядно из рассмотрения стержневой квазиизотропной конструкции.

В данной работе выполнен вычислительный эксперимент по определению механических характеристик композитов из петлов различных, имеющих практическое значение, длин в 6, 12, 18 и 24 мм и проведено сравнение результатов с опубликованными данными натуральных экспериментов соответствующих образцов на растяжение, которое подтверждает работоспособность ряда использованных упрощений и гипотез и методики в целом.

Авторы благодарят проф. Ломова С.В. за предложение применить стержневое моделирование к анализу свойств композита из нарубленных тонких лент и за ряд полезных советов.

### Библиографический список

1. Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1977. 144 с.
2. Азаров А.В. Проблема проектирования аэрокосмических сетчатых композитных конструкций // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. 2018. № 4. С. 85-93. DOI: 10.31857/S057232990000700-0
3. Павлов А.А. Конструкторско-технологическое проектирование деталей из слоистого тканевого композита // Онтология проектирования. 2022. Т. 12, № 3 (45). С. 393-404. DOI:10.18287/2223-9537-2022-12-3-393-404
4. Schirmaier F.J., Weidenmann K.A., Karget L., Henning F. Characterization of the draping behavior of unidirectional non-crimp fabrics // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2016. V. 80. P. 28-38. DOI: 10.1016/j.compositesa.2015.10.004
5. Kurkin E., Spirina M., Barcenos O., Kurkina E. Calibration of the PA6 short-fiber reinforced material model for 10% to 30% carbon mass fraction mechanical characteristic prediction // Polymers. 2022. V. 14, Iss. 9. DOI: 10.3390/polym14091781
6. Wan Y., Takahashi J. Tensile and compressive properties of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics with different fiber lengths and molding pressures // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2016. V. 87. P. 271-281. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.05.005
7. Wan Y., Straumit I., Takahashi J., Lomov S.V. Micro-CT analysis of internal geometry of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2016. V. 91. P. 211-221. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.10.013
8. Комаров В.А. Конструкция и материал // Онтология проектирования. 2023. Т. 13, № 2 (48). С. 175-191. DOI: 10.18287/2223-9537-2023-13-2-175-191
9. Новицкий В.В. Прочность и проектирование конструкций из композиционных материалов. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1988. 299 с.
10. Комаров А.А. Основы проектирования силовых конструкций. Куйбышев: Куйбышевское книжное издательство, 1965. 88 с.
11. Optimal design. Theory and applications to materials and structures / ed. by V.V. Vasiliev, Z.G. Gürdal. CRC Press, 1999. 330 p.
12. Комаров В.А. Весовой анализ авиационных конструкций: теоретические основы // Полёт. Общероссийский научно-технический журнал. 2000. № 1. С. 31-39.
13. Перельмутер А.В. Задачи синтеза в теории сооружений (краткий исторический обзор) // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 2 (55). С. 70-106.
14. Lomov S.V., Ivanov D.S., Verpoest I., Zako M., Kurashiki T., Nakai H., Molimard J., Vautrin A. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites // Composites Part A: Applied science and manufacturing. 2008. V. 39, Iss. 8. P. 1218-1231. DOI: 10.1016/j.compositesa.2007.09.011
15. Биткин В.Е., Жидкова О.Г., Комаров В.А. Выбор материалов для изготовления размеростабильных несущих конструкций // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 1. С. 100-117. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-100-117
16. Жидкова О.Г. Конструкторско-технологическое проектирование терморазмеростабильных композитных корпусов космических телескопов. Дис. ... канд. техн. наук. Самара, 2020. 175 с.
17. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твёрдого тела: учеб. пособие. М.: Наука, 1988. 712 с.

## EFFECTIVE VOLUME OF SHORT CARBON FIBERS IN A COMPOSITE FROM CHOPPED THIN TAPES

© 2024

**V. A. Komarov** Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [vkomarov@ssau.ru](mailto:vkomarov@ssau.ru)

**R. F. Abdullayev** Postgraduate Student, Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [rufat.abdullayev@hotmail.com](mailto:rufat.abdullayev@hotmail.com)

This paper discusses a composite material from chopped thin narrow polymer tapes reinforced with carbon fibers and a polymer binder. The problem is posed to analytically determine the elastic and strength characteristics of the composite with a known minimum set of basic characteristics of the components. A methodology for sequential solving of the problem at the micro- and meso-levels is proposed. The key point in the methodology is the introduction of the “effective fiber volume factor” in the short filament and the way to calculate it using the “load-carrying factor” criterion. The following are presented: the results of calculating Young’s modulus and tensile strength of material samples from parts of tapes with fixed lengths (6, 12, 18 and 24 mm); comparison with the experimental data and evaluation of accuracy and limits of the applicability of this methodology.

*Composite; tape; carbon fibers; polymer; short filament; Young’s modulus; strength*

---

**Citation:** Komarov V.A., Abdullayev R.F. Effective volume of short carbon fibers in a composite from chopped thin tapes. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 188-202. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-188-202

### References

1. Obratsov I.F., Vasil'ev V.V., Bunakov V.A. *Optimal'noe armirovanie obolochek vrashcheniya iz kompozitsionnykh materialov* [Optimal reinforcement of rotational shells made of composite materials]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1977. 144 p.
2. Azarov A.V. The problem of designing aerospace mesh composite structures. *Mechanics of Solids*. 2018. V. 53, Iss. 4. P. 427-434. DOI: 10.3103/S0025654418040088
3. Pavlov A.A. Technological design of parts using layered fabric composite. *Ontology of Designing*. 2022. V. 12, no. 3 (45). P. 393-404. (In Russ.). DOI:10.18287/2223-9537-2022-12-3-393-404
4. Schirmaier F.J., Weidenmann K.A., Karget L., Henning F. Characterization of the draping behavior of unidirectional non-crimp fabrics. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2016. V. 80. P. 28-38. DOI: 10.1016/j.compositesa.2015.10.004
5. Kurkin E., Spirina M., Barcenos O., Kurkina E. Calibration of the PA6 short-fiber reinforced material model for 10% to 30% carbon mass fraction mechanical characteristic prediction. *Polymers*. 2022. V. 14, Iss. 9. DOI: 10.3390/polym14091781
6. Wan Y., Takahashi J. Tensile and compressive properties of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics with different fiber lengths and molding pressures. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2016. V. 87. P. 271-281. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.05.005
7. Wan Y., Straumit I., Takahashi J., Lomov S.V. Micro-CT analysis of internal geometry of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2016. V. 91. P. 211-221. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.10.013
8. Komarov V.A. Design and material. *Ontology of Designing*. 2023. V. 13, no. 2 (48). P. 175-191. (In Russ.). DOI: 10.18287/2223-9537-2023-13-2-175-191

9. Novitskiy V.V. *Prochnost' i proektirovanie konstruktsiy iz kompozitsionnykh materialov* [Strength and design of structures made of composite materials]. Moscow: Zhukovsky Air Force Engineering Academy Publ., 1988. 299 p.

10. Komarov A.A. *Osnovy proektirovaniya silovykh konstruktsiy* [Fundamentals of designing load-bearing units]. Kuybyshev: Kuybyshevskoe Knizhnoe Izdatel'stvo Publ., 1965. 88 p.

11. Optimal design. Theory and applications to materials and structures / ed. by V.V. Vasiliev, Z.G. Gürdal. CRC Press, 1999. 330 p.

12. Komarov V.A. Weight analysis of aircraft structures: theoretical foundations. *Polyot. All-Russian Scientific and Technical Journal*. 2000. No. 1. P. 31-39. (In Russ.)

13. Perel'muter A.V. Synthesis problems in the theory of structures (brief historical review). *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2016. No. 2 (55). P. 70-106. (In Russ.)

14. Lomov S.V., Ivanov D.S., Verpoest I., Zako M., Kurashiki T., Nakai H., Molimard J., Vautrin A. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*. 2008. V. 39, Iss. 8. P. 1218-1231. DOI: 10.1016/j.compositesa.2007.09.011

15. Bitkin V.E., Zhidkova O.G., Komarov V.A. Choice of materials for producing dimensionally stable load-carrying structures. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 1. P. 100-117. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-100-117

16. Zhidkova O.G. *Konstruktorsko-tekhnologicheskoe proektirovanie termorazmerostabil'nykh kompozitnykh korpusov kosmicheskikh teleskopov. Dis. ... kand. tekhn. nauk* [Design and engineering of thermo-dimensionally stable composite bodies of space telescopes. Dissertation for the Candidate Degree(Engineering)]. Samara, 2020. 175 p.

17. Rabotnov Yu.N. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela: ucheb. posobie* [Mechanics of deformable solid bodies]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 712 p.