

УДК 536.248+629.7

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ РАБОЧЕГО ТЕЛА ВИХРЕВОЙ ТРУБЫ ДЛЯ ТЕРМОСТАТИРОВАНИЯ

© 2011 В. П. Алексеенко, В. В. Бирюк

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Приведён анализ теоретических исследований по энергетическому разделению газа, используемого в качестве рабочего тела при термостатировании бортового оборудования аэрокосмической техники.

*Вихревая труба, термостатирование, вихревой эффект, гипотеза взаимодействия вихрей.*

Энергоперенос в газе обусловлен взаимодействием двух энергетических потоков: потока кинетической энергии, направленного от осевых слоев к периферийным, и потока тепла, имеющего противоположное направление. В связи с тем, что поток кинетической энергии превосходит тепловой, наблюдается понижение температуры торможения осевых слоев и повышение периферийных.

Соотношение энергий и перепада температур выражается [1]:

$$\frac{dE_k}{dQ_r} = 2P_r^* ; \quad (1)$$

$$\frac{(\Delta T)_{\max}}{\Delta T_s} = 1 - 0,5 \cdot P_r^* . \quad (2)$$

В настоящее время наиболее убедительно отражает сущность физических явлений и позволяет полно математически описывать характеристики закрученных потоков теория, основанная на гипотезе взаимодействия вихрей, выдвинутая А. П. Меркуловым и получившая развитие в работах его учеников и последователей. Она обобщила весь имеющийся теоретический и экспериментальный материал. На основании этой гипотезы появилась возможность рассчитать предельные характеристики вихревого эффекта в предположении, что в сопловом сечении

полностью завершён теплообмен между свободным и вынужденным вихрями.

Суть этой теории сводится к следующему: после истечения из тангенциальных сопел поток газа образует свободный вихрь, который распространяется до определённого радиуса и смещается вдоль оси трубы к дросселю. Свободный вихрь является устойчивым к силам внутреннего трения и не разрушается ими. Вихрь может начать разрушаться только на своих радиальных границах за счёт трения о стенку и взаимодействия с приосевыми элементами. Интенсивность его закрутки при этом падает из-за снижения окружных скоростей при движении вихря вдоль трубы к дросселю, уменьшается радиальный градиент статического давления в вихревом потоке и вихрь все ближе распространяется к оси.

Уменьшение радиального градиента, в свою очередь, вызывает осевой градиент статического давления, который вынуждает попавший в приосевую область газ изменять своё первоначальное направление осевого движения на противоположное и двигаться к сопловому сечению. В процессе перехода в приосевую область элементы газа интенсивно турбулизируются. Высокая турбулентная вязкость вынуждает приосевую область вращаться по закону твёрдого тела. Обратный приосевой поток по мере продвижения к сопло-

вому сечению закручивается все более интенсивным свободным вихрем.

Кроме передачи кинетической энергии вращения от свободного к вынужденному вихрю между ними происходит интенсивный турбулентный теплообмен при высоком градиенте статического давления, нормального к средней скорости движения потока.

Радиальное перемещение турбулентного элемента газа происходит за счёт радиальной турбулентной пульсационной скорости. Попадая при этом в зоны более высокого или низкого давления, элемент будет адиабатно сжиматься или расширяться.

Если после перемещения температура элемента газа окажется отличной от температуры окружающих его элементов, то произойдёт нагревание или охлаждение их, т.е. турбулентные элементы совершают холодильные циклы, отдавая тепло периферийным слоям, источником механической энергии является турбулентность [1].

Температуру элемента за счёт изотропного расширения или сжатия в поле сил давления можно записать следующим образом:

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_s = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{T}{p} \cdot \frac{dp}{dr}. \quad (3)$$

Здесь выражение для пульсационной температуры запишется в виде

$$T' = L \left[ \frac{dT}{dr} - \left(\frac{dT}{dr}\right)_s \right]. \quad (4)$$

В этом случае  $L$  – длина пути смешения. По теории турбулентности Прандтля удельный тепловой поток будет:

$$q = C_p \cdot \rho \cdot V' \cdot T' \quad (5)$$

Предположив турбулентность изотропной, пульсацию скорости можно определить так:

$$V' = \frac{dV\tau}{dr} L. \quad (6)$$

Удельный тепловой поток определится:

$$q = C_p \cdot \rho \cdot L^2 \cdot \frac{dV\tau}{dr} \left( \frac{dT}{dr} - \frac{k-1}{k} \cdot \frac{T}{p} \cdot \frac{dp}{dr} \right), \quad (7)$$

т.е. можно отметить, что турбулентный перенос тепла в круговом потоке будет иметь место всегда, если есть радиальное распределение температуры.

Турбулентный перенос тепла прекратится ( $q=0$ ) при достижении изотропного распределения температуры по радиусу:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{T}{p} \cdot \frac{dp}{dr}. \quad (8)$$

Эта гипотеза позволяет оценивать предельные возможности вихревого эффекта в предположении, что в сопловом сечении полностью завершился энергообмен между вихрями.

Используя законы распределения скоростей по радиусу для свободного и вынужденного вихрей, условия механического равновесия газа, изотропного распределения статической температуры по радиусу вынужденного вихря, механической и тепловой сопряженности вихрей, можно получить выражения для распределения параметров по радиусу соплового сечения, а при заданной геометрии – определить среднеинтегральную температуру холодного и горячего потоков вихревой трубы как функцию от основных параметров вихревой трубы (ВТ). Для относительной температуры холодного и горячего потоков вихревой трубы эти зависимости таковы [1]:

$$\Theta_x = \Theta(\pi, \mu, \bar{F}_c, \bar{d}_\theta); \quad \Theta_r = \Theta'(\pi, \mu, \bar{F}_c, \bar{d}_\theta). \quad (9)$$

Они дают качественное соответствие с экспериментальными характеристиками ВТ, а также описывают явление реверса ВТ ( $\Theta_x > 1$  при  $\mu \rightarrow 0$ ) и указывают на возможность получения охлаждения при  $\mu=1$  в охлаждаемых ВТ или при  $\mu > 1$  в двухконтурных ВТ. Однако действительные характеристики ВТ отличаются от предельных в силу неизотропности процесса (турбулентное трение между вихрями) и геометрических особенностей различных конструкций.

Для уточнения характеристик ВТ возможно учесть потери полного давления газа при его истечении через сопловой вввод (газодинамический расчёт), а также регенерацию тепла при противоточном движении охлажденного и подогретого периферийного потоков газа в камере энергетического разделения (термодинамический анализ). В основу газодинамического расчёта ВТ положено предположение гипотезы взаимодействия вихрей о существовании двух вихрей: свободного с потенциальным течением [1]

$$V_{\tau} = V_{\tau 1} \frac{r_1}{r} \quad (10)$$

и вынужденного

$$V_{\tau} = V_{\tau 1} \frac{r_1 \cdot r}{r_2^2}, \quad (11)$$

сопряженных друг с другом на радиусе разделения вихрей  $r_2$ .

Проинтегрировав уравнение количества движения для невязкого газа

$$\frac{dp}{dr} = \rho \cdot \frac{V_{\tau}^2}{r}, \quad (12)$$

получим законы изменения параметров газа  $p, T, \rho$  по радиусу ВТ.

Граничное условие при решении этого уравнения относительно  $p$  определяется из решения уравнения расхода для сечения диафрагмы, которое лежит в сопловом сечении ВТ:

$$mG_1 = \int_0^{r_0} r \cdot V_z \cdot 6,28 \cdot r \cdot dr. \quad (13)$$

Здесь  $\mu$  – доля охлажденного потока газа;  $r_0$  – радиус отверстия диафрагмы;  $V_z$  – осевая скорость в отверстии диафрагмы;  $G_1$  – массовый расход газа через ВТ.

Осевая скорость, в свою очередь, определится из выражения

$$V_z = \pm \sqrt{\frac{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{1 - \left( \frac{p_x}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}}}}, \quad (14)$$

где  $p_1$  – давление на периферии камеры энергоразделения.

Направление движения газа и знак выражения  $V_z$  определяются в зависимости от соотношения величин давления газа  $p$  и давления среды  $p_x$ , в которую вытекает охлажденный газ.

Значение  $p_1$  получается при условии адиабатичности распределения статических параметров газа по радиусу в виде следующего выражения:

$$p_1 = \frac{mG_1 RT_1}{6,28 \cdot \left[ \int_{r_a}^{r_0} \left( \frac{p_x}{p_1} \right)^{1/k} V_z r dr - \int_0^{r_a} \left( \frac{p}{p_1} \right)^{1/k} V_z r dr \right]}. \quad (15)$$

Здесь  $r_a$  – радиус, на котором осевая составляющая скорости  $V_z$  меняет свой знак. Граничное условие в уравнении относительно температуры газа на радиусе камеры энергоразделения  $r=r_1$  находится из уравнения энергии для потока газа в свободном вихре вблизи стенки камеры:

$$T_1 = \frac{T_1^*}{1 + \frac{k-1}{2} (M_1^2 + M_z^2)}. \quad (16)$$

Тангенциальная скорость  $M_1$  на периферии камеры энергоразделения выражается через отношение давлений:

$$M_1 = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{p_k^*}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] - M_z^2}. \quad (17)$$

Относительная осевая скорость  $M_z$  находится из уравнения сохранения расхода через область свободного вихря в предположении постоянства осевой скорости по радиусу:

$$M_z = \frac{G_1}{\sqrt{kRT_1} \cdot 6,28 \cdot \int_{r_2}^{r_1} r dr}. \quad (18)$$

Полное давление газа на стенки камеры энергоразделения  $p_k^*$  находится с учётом потерь давления в тангенциальном сопле:

$$p_k^* = p_1^* \cdot \left( \frac{\alpha_c}{\varphi_c} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (19)$$

где коэффициент скорости  $\varphi_c$  находится по коэффициенту расхода  $\alpha_c$  из выражения

$$\frac{\alpha_c}{j_c} = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} I_c^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} j_c^2 I_c^2}. \quad (20)$$

В последнее выражение входит относительная скорость газа в выходном сечении тангенциального соплового ввода. Она связана с тангенциальной составляющей скорости газа на периферии камеры энергоразделения. Зависимость  $\lambda_c$  от  $M_1$  получается из уравнения сохранения момента количества движения:

$$I_c = \frac{M_1}{\sqrt{\frac{2}{k+1} \cdot \frac{k-1}{k+1} \cdot (M_1^2 + M_z^2)}} \cdot \frac{r_1}{r_c}. \quad (21)$$

Расход газа  $G_I$  определяется с учётом коэффициента расхода  $\alpha_c$  по относительной скорости  $\lambda_c$ :

$$G_I = \alpha_c \frac{p_1^* \cdot F_c \cdot \sqrt{k} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} q(I_c)}{\sqrt{RT_1^*}}, \quad (22)$$

где газодинамическая функция расхода по средней скорости в сопле

$$\bar{q}(\lambda_c) = \frac{\int_0^h q(\lambda_c) b dh}{F_c}. \quad (23)$$

Последней неопределённой величиной, необходимой для замыкания системы уравнений, является радиус разделения

вихрей  $r_2$ , который предлагается определять из вариационного принципа максимума энтропии потока:

$$G_I R \ln \frac{p_1^*}{p_k^*} = \max. \quad (24)$$

В системе присутствует эмпирическая величина – коэффициент расхода тангенциального соплового ввода, для определения которого получена следующая экспериментальная зависимость:

$$\alpha_c = 1 - \frac{1,63}{\text{Re}^{0,25}} (1,03 - \lambda_c^4). \quad (25)$$

Решением уравнений (13)-(24) методом итераций определяют расход газа через ВТ, распределение параметров газа по радиусу в сопловом сечении и осреднённую полную температуру газа в сечении диафрагмы (так называемая предельная теоретическая температура).

Расчётная температура охлаждённого газа определяется по выражению

$$\tilde{T}_{xm} = \frac{\int_0^{r_2} r V_z \left( T + \frac{V_z^2}{2C_p} \right) r dr}{\int_0^{r_2} r V_z r dr}. \quad (26)$$

Для определения давления подогретого газа используется полуэмпирическая формула

$$p_2 = \frac{1}{2} \left[ (p_{oc} + p_2) + \mu (p_1 - p_{oc}) \right], \quad (27)$$

предполагающая линейный характер зависимости доли холодного потока газа от давления подогретого газового потока и связывающая величину давления на характерных радиусах ( $r_{oc}=0$ ,  $r=r_2$ ,  $r=r_1$ ) соплового сечения.

Термодинамический анализ работы ВТ заключается в определении температуры охлаждённого и подогретого газа путём отыскания и учёта условий, приводящих к адиабатному распределению статических параметров газа по радиусу со-

плового сечения. Учтя эти условия, можно найти связь температуры  $T_{xm}$ , вычисляемой по формуле (26), с температурой охлажденного газа  $T_x$  в идеализированном процессе, приближенно описывающем процесс передачи тепла в ВТ.

Идеализация процесса передачи тепла в ВТ заключается в предположении, что этот процесс происходит по регенеративной схеме и осуществляется следующим образом. Газ, входящий в ВТ, движется по периферии камеры энергоразделения к дросселю ВТ и получает от приосевых слоев газа некоторое количество тепла  $q$ , нагреваясь до температуры  $T_2$ . У дросселя газ делится на две части: одна его доля  $(1-\mu)$  выходит через дроссель в виде подогретого потока с температурой  $T_2$ , а другая его доля  $\mu$ , двигаясь к диафрагме, отдает тепло  $q$  по пути периферийным слоям газа, охлаждаясь до температуры  $T_x$ . При этом давление приосевых слоев газа понижается от  $p_2$  вблизи дросселя до  $p_x$  за диафрагмой. Это первый термодинамический процесс в ВТ.

Не рассматривая механизм переноса тепла, можно рассчитать температуры  $T_2$  и  $T_x$ , сделав некоторые допущения и используя метод термодинамического анализа.

Считаем, что адиабатное распределение параметров в сопловом сечении достигается при отводе от периферийных слоев такого количества тепла, которое подводится к ним в действительном процессе в ВТ от приосевых слоев.

В другом термодинамическом процессе газ с расходом  $G_1$ , двигаясь к дросселю, приобретает от приосевых слоев тепло  $q$  и нагревается до температуры подогретого газа  $T_2$  в реальном процессе энергоразделения. От этого газового потока изобарически отводится наружу количество тепла  $q$ , при этом температура потока снижается от  $T_2$  до некоторой температуры  $T_z$ . Часть газа с расходом  $\mu G_1$  формирует приосевую зону и, двигаясь противоточно периферийному потоку, от-

даёт ему тепло  $q$  за счёт вихревого эффекта.

Температура этой части газа снижается от величины  $T_z$  до теоретической температуры  $T_{xm}$ . При этом давление газа снижается от давления подогретого газа  $p_2$  до давления охлажденного  $p_x$ . Это второй рассматриваемый термодинамический процесс.

Тепло, отведённое в единицу времени наружу от периферийного потока, с учётом изобаричности процесса определится по уравнению

$$q = -G_1 C_p (T_2 - T_z). \quad (28)$$

С другой стороны, тепло, переданное от приосевых слоев газа периферийному, равно

$$q' = G_x \int_{S_z}^{S_{xm}} T dS \quad (29)$$

или приближённо описывается выражением

$$q' = G_x \frac{T_z + T_{xm}}{2} R \ln \left[ \frac{p_r \left( \frac{T_{xm}}{T_z} \right)^{\frac{k}{k-1}}}{p_x \left( \frac{T_z}{T_x} \right)^{\frac{k}{k-1}}} \right] \quad (30)$$

Температуру  $T_z$  можно найти методом итераций из баланса энтальпий для второго термодинамического процесса:

$$G_1 C_p T_1 - G_2 C_p T_2 - G_x C_p T_{xm} + q' = 0. \quad (31)$$

Из равенства  $q$  и  $q'$  определяется температура горячего потока  $T_2$  во втором термодинамическом процессе, которая равна температуре горячего потока газа в первом термодинамическом процессе:

$$T_2 = T_z + \frac{k-1}{2k} m (T_z + T_{xm}) \ln \left[ \frac{p_2 \left( \frac{T_{xm}}{T_z} \right)^{\frac{k}{k-1}}}{p_x \left( \frac{T_z}{T_x} \right)^{\frac{k}{k-1}}} \right]. \quad (32)$$

Температура охлажденного газа  $T_x$  первого термодинамического процесса определится из уравнения баланса его энтальпий:

$$G_1 C_p T_1 - G_2 C_p T_2 - G_x C_p T_x = 0. \quad (33)$$

Предложенный метод расчёта  $T_x$  по осреднённой температуре  $T_{xm}$  позволяет достичь хорошего совпадения величины температуры охлаждённого газа с опытными значениями (рис.1) при использовании предположения адиабатного распределения параметров газа по радиусу ВТ.

Приведённый выше термодинамический анализ можно применить и к более сложным случаям реализации вихревого эффекта, например, для охлаждаемой ВТ, появления реверса и введения дополнительного потока в ВТ.

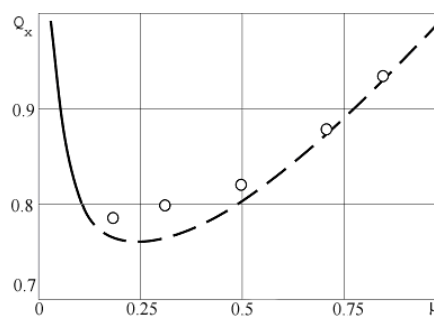


Рис.1. Температурная характеристика ДВТ:  
 - - - - - расчёт по методу авторов;  
 o – эксперимент при  $\pi=5$

### Библиографический список

1. Вихревые системы термостатирования авиационного оборудования [Текст]: монография / В. П. Алексеенко, В. В. Бирюк, Г. И. Леонович, С. В. Лукачев. - Самара: Самарский научный центр РАН, 2005. -196 с.

## ENERGY DIVISION OF VORTEX TUBE WORKING BODY FOR THERMOSTATTING

© 2011 V. P. Alekseenko, V. V. Biryuk

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
 (National Research University)

In this paper it is shown analysis and results of theoretical research of energy division of thermostating aerospace engineering.

*Vortex pipe, thermostating, vortex effect, vortex theory.*

### Информация об авторах

**Бирюк Владимир Васильевич**, доктор технических наук, профессор, заместитель заведующего кафедрой теплотехники и тепловых двигателей, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), [teplotex\\_ssau@bk.ru](mailto:teplotex_ssau@bk.ru). Область научных интересов: тепломассообмен, термодинамика.

**Алексеенко Василий Павлович**, кандидат технических наук, доцент кафедры теплотехники и тепловых двигателей, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), [teplotex\\_ssau@bk.ru](mailto:teplotex_ssau@bk.ru). Область научных интересов: тепломассообмен, термодинамика.

**Biryuk Vladimir Vasilevich**, doctor of engineering science, professor, deputy head of the department of thermotechnics and heat engines, Samara State Aerospace University named by academician S. P. Korolyov, [teplotex\\_ssau@bk.ru](mailto:teplotex_ssau@bk.ru). Area of scientific interests: teplomassoobmen, thermodynamics.

**Alekseenko Vasily Pavlovich**, lector, deputy head of the department of thermotechnics and heat engines, Samara State Aerospace University named by academician S. P. Korolyov, [teplotex\\_ssau@bk.ru](mailto:teplotex_ssau@bk.ru). Area of scientific interests: teplomassoobmen, thermodynamics.