ББК 65.271
УДК 368.025

АНАЛИЗ ВЗАИМОСВЯЗИ НАДЁЖНОСТИ СТРАХОВЩИКА, ОБЪЁМА ЕГО ПОРТФЕЛЯ И ТАРИФНОЙ СТАВКИ

© 2011Е.П. Ростова

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Представлен анализ взаимосвязи объёма однородного страхового портфеля, вероятности разорения страховщика и величины тарифной ставки на предоставляемые страховые услуги. Показан характер влияния количества договоров в портфеле и относительной рисковой надбавки на надёжность страховой компании. Также получена формула, связывающая объём портфеля, вероятность разорения и относительную рисковую надбавку, позволяющая определять один из перечисленных параметров при других известных.

Страхование, вероятность разорения, надёжность, тарифная ставка, рисковая надбавка, объём портфеля, страховщик.

Любая страховая компания заинтересована в повышении уровня финансовой устойчивости и надёжности осуществляемых операций. Эти вопросы освещаются с разной степенью детализации в некоторых учебниках по актуарной математике. Наиболее подробно они рассмотрены у Корнилова А.И. [1], однако в данном источнике не рассмотрена связь надёжности и тарифной ставки, а также не показана непосредственно связь объёма портфеля и тарифной ставки. Поскольку тарифная ставка является своего рода показателем деятельности страховщика, по которому ориентируются потенциальные страхователи, целесообразно показать связь ставки и надёжности страховщика.

С целью повышения надёжности страховой компании формируется определённый резерв, предназначенный для выплат возмещений страхователям, подавшим в соответствующем порядке заявление о наступлении страхового случая. Однако необдуманное увеличение резерва имеет некоторые негативные последствия для страховщика. Страховая компания с целью повышения своего резервного фонда вынуждена будет поднять тарифную ставку по определенному виду страхования либо по всем видам страховых услуг, предоставляемых ею, что, в свою очередь, негативно скажется на её конкурентоспособности и, как следствие приведет к снижению количества потенциальных клиентов.

Страховая компания, выступающая на рынке страховых услуг, заинтересована в привлечении как можно большего числа клиентов. Для достижения этой цели могут быть использованы различные методы, например такие, как снижение тарифной ставки и повышение надёжности страховых операций и т.д. Однако любое из этих действий должно основываться на точных расчётах, поскольку у каждого из них есть как положительные стороны, так и отрицательные. Снижение тарифных ставок ведет к уменьшению страхового фонда компании, что сказывается на качестве предоставляемых услуг и уменьшении финансовой устойчивости компании. Повышение надёжности компании возможно за счёт увеличения резерва путём повышения тарифной ставки, что негативно отразится на конкурентоспособности страховщика.

Далее рассмотрена структура тарифной ставки для рисковых видов страхования. Тарифная ставка Tst или брутто-ставка $T_Б$ состоит из нетто-ставки $T_Н$ и нагрузки H_0 (в %) [2]:

$$Tst = T_Б = \frac{T_H}{1 - H_0} 100\%. \qquad (1)$$

Нетто-ставка в свою очередь состоит из рисковой премии T_0 и рисковой надбавки, которая может быть как абсолютной T_P, так и относительной $\theta = \frac{T_P}{T_0}$[1]:

$$T_H = T_0 + T_P = T_0(1+\theta). \qquad (2)$$

Рисковая премия обеспечивает эквивалентность обязательства сторон и, как правило, равна математическому ожиданию ущерба страховщика [1]:

$T_0 = M(Y)$.

Рисковая надбавка создается для выплат возмещения, незначительно превышающего среднее, она отвечает за гарантию безопасности: $T_P = t\sigma$ [4]. Параметр t отвечает за надёжность страховой компании, σ – среднее квадратическое отклонение.

Нагрузка H_0 предназначена для покрытия расходов на ведение дела, проведение мероприятий, снижающих риск, создание запасов, получение прибыли. Можно сказать, что она не связана непосредственно со статистическими характеристиками страховых договоров.

Формулу тарифной ставки (1) можно написать более детально:

$$Tst = \frac{T_0 + T_P}{1 - H_0} 100\%. \qquad (3)$$

Как видно из последней записи, те элементы тарифной ставки, вычисление которых основывается на вероятностных характеристиках договоров страхования, находятся в числителе и входят в формулу линейно, следовательно, их увеличение повлечёт за собой увеличение тарифной ставки. Причём рисковая премия T_0 зависит от вероятности наступления страхового случая и количества договоров в однородном портфеле, а рисковая надбавка T_P ещё и от надёжности компании. Таким образом, в качестве инструментов регулирования размера тарифной ставки можно выделить количество договоров в портфеле, вероятностные характеристики договоров и уровень надёжности страховщика.

Далее рассматривается и анализируется влияние перечисленных элементов на тарифную ставку и друг на друга. Пусть n – количество клиентов страховой компании, m – количество наступивших страховых случаев, о которых в соответствующем порядке было сообщено страховщику, p – вероятность наступления страхового случая в одном из n договоров, q – вероятность ненаступления страхового случая в одном из договоров q=1 - p, ε – вероятность разорения компании (под разорением понимается ситуация, при которой компания не может выплатить страховое возмещение по причине нехватки денежных средств).

Утверждение 1. Повышение вероятности неразорения компании достигается за счёт увеличения рисковой надбавки в структуре тарифной ставки.

Доказательство.

Если рассматривать только такие виды страхования, в основе распределения вероятности наступления страховых случаев которых лежит биномиальный закон, то тогда среднее количество наступивших страховых случаев составит np, среднее квадратическое отклонение будет равно $\sqrt{npq}$[5].

Страховая компания заинтересована в оценке вероятности разорения, что может быть рассмотрено как превышение (3) числа страховых случаев определенного значения. Для подобной оценки используется интегральная теорема Лапласа [6]:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \le \varepsilon\right) \approx \Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right). \qquad (4)$$

Пусть аргумент функции Лапласа $\Phi(x)$ обозначается t:

$$t = \varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}} \text{ тогда } \varepsilon = t\sqrt{\frac{pq}{n}}.$$

Тогда формула (4) с учётом новых обозначений:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \le t\sqrt{\frac{n}{pq}}\right) \approx \Phi(t). \qquad (5)$$

Можно преобразовать (5):

$$P\left(\left|m - np\right| \le t\sqrt{npq}\right) \approx \Phi(t). \qquad (6)$$

Если обозначить $t\sqrt{npq}. = k$, тогда

$$P\left(\left|m-np\right|\le k\right)\approx \Phi(t)=\Phi\left(\frac{k}{\sqrt{npq}}\right). \qquad (7)$$

С помощью формулы (7) страховщик может определить, с какой вероятностью количество реально произошедших страховых случаев отклонится от среднего их числа на величину, не превышающую число k. Иначе говоря, можно определить вероятность того, что

$$np-k\le m\le np+k.$$

В зависимости от количества договоров k, превышающих среднее их число, вероятность $\Phi(t)$ также меняется в силу (7). Несложно увидеть, что с увеличением значения k вероятность $P(np-k\le m\le np+k)$ будет также возрастать в силу свойств функции Лапласа $\Phi(t)$:

$$\forall k_1,k_2 \mid k_1<k_2 : P(|m-np|\le k_1)<$$
$$<P(|m-np|\le k_2).$$

Смысловая интерпретация данного вывода заключается в том, что чем большее число страховых случаев, превышающих среднее значение, страховщик планирует обеспечить резервными средствами, тем больше вероятность неразорения данного страховщика.

Подставим в формулу для рисковой надбавки выражение для t:

$$T_P=t\sigma=t\sqrt{npq}=\frac{k\sqrt{npq}}{\sqrt{npq}}=k.$$

Поскольку число k есть количество страховых случаев, превышающих среднее значение, используемое страховщиком при расчёте резервного фонда, то видно, что с увеличением данного числа возрастает и рисковая надбавка.

Таким образом, было показано, что для повышения вероятности выживания компании требуется увеличить рисковую надбавку в структуре тарифа.

Утверждение доказано.

Однако увеличение рисковой надбавки повлечет за собой увеличение тарифной ставки и, следовательно, возможность уменьшения числа страхователей в будущем. Возможно ли уменьшить данный эффект, повысив рисковую надбавку незначительно и добившись при этом некоего требуемого уровня надёжности компании? Для ответа на этот вопрос далее анализируется относительная рисковая надбавка и её взаимосвязь с вероятностью разорения страховщика ε и объёмом портфеля n.

В (6) показана вероятность события, заключающегося в том, что количество наступивших страховых случаев превысит их среднее число на величину, не превышающую наперед заданную, с вероятностью $\Phi(t)$. По сути, это вероятность неразорения компании, но в данном выражении присутствует двойное неравенство:

$$np-k\le m\le np+k.$$

На самом деле страховщика интересует только правая часть последнего неравенства, поскольку для страховой компании представляет опасность ситуация, когда количество наступивших страховых случаев m превышает заранее определенное число $np+k$. Следовательно, вероятность разорения компании ε будет составлять половину от вероятности события, противоположного событию $np-k\le m\le np+k$:

$$\varepsilon=\frac{1-\Phi(t)}{2}. \qquad (8)$$

Утверждение 2. При одной и той же вероятности разорения ε страховая компания, обладающая более крупным однородным портфелем n_2, может иметь более низкую рисковую надбавку по сравнению с компанией, обладающей малым однородным портфелем n_1:

$$\forall \varepsilon=\varepsilon_1=\varepsilon_2, \text{при } n_1<n_2 : T_{P_1}>T_{P_2}.$$

Доказательство.

Для анализа взаимосвязи количества договоров n и вероятности разорения страховой компании ε необходимо обратиться к такому элементу тарифной ставки, как относительная рисковая надбавка θ:

$$\theta=\frac{T_P}{T_0}. \qquad (9)$$

Если подставить в (9) формулы для соответствующих элементов тарифной ставки, то получится

$$\theta=\frac{t\sqrt{npq}}{np}. \qquad (10)$$

В (10) за вероятность разорения ε отвечает аргумент функции Лапласа (в силу зависимости (8)). При фиксированном значении t видно, что чем больше количество заключенных договоров n, тем меньше относительная рисковая надбавка θ: $\forall t = t_1 = t_2$, при $n_1 < n_2$:

$$\theta_1 = \frac{t\sqrt{n_1 pq}}{n_1 p} > \frac{t\sqrt{n_2 pq}}{n_2 p} = \theta_2.$$

Соотношение, действующее для относительных рисковых надбавок $\theta_1 > \theta_2$, действует и для абсолютных рисковых надбавок $T_{P_1} > T_{P_2}$.

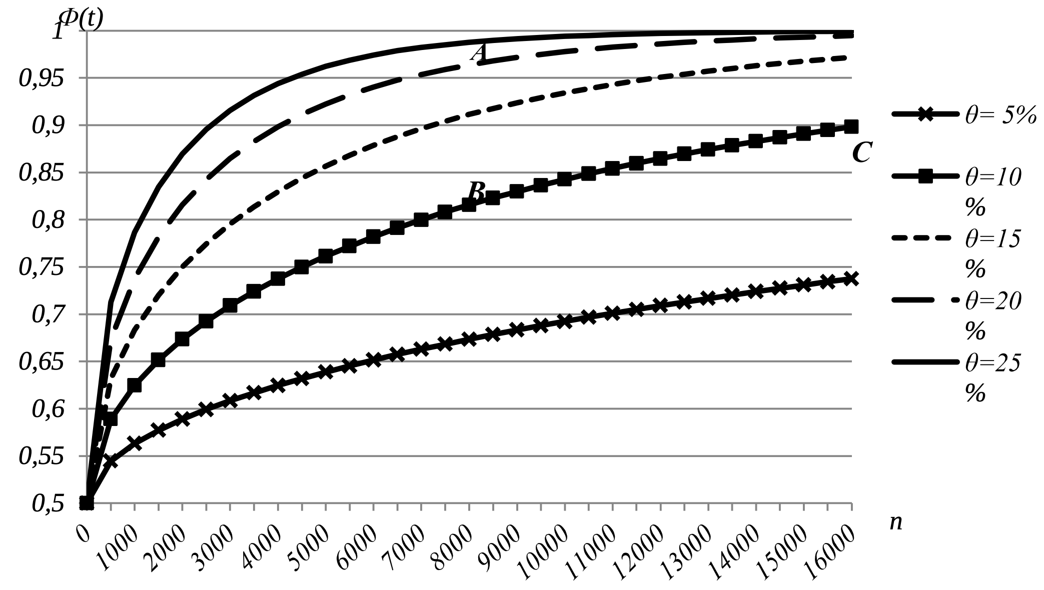

Рис. 1. Зависимость вероятности (6) от количества договоров n

Как видно из рисунка 1, увеличение объёма страхового портфеля ведет к возрастанию устойчивости компании. При более высокой относительной надбавке (θ=25%) показатель надёжности компании возрастает быстрее, и вероятность правильно предсказать количество страховых случаев, чья величина будет отклоняться от среднего, приближается к 1 примерно при 8000 договоров (точка A).

При наиболее низкой относительной надбавке (θ=5%)данная вероятность также возрастает, но гораздо медленнее и при 8000 договоров достигает только вероятности 0,67 (точка B). То есть при прочих равных условиях страховщик добьётся большей надёжности при более высокой рисковой надбавке.

Также из рисунка 1 видно, что страховщик может достигнуть большего значения вероятности (6) при фиксированном θ за счёт величины страхового портфеля. Кроме того, точки B и C на рисунке 1 находятся на одной линии уровня, соответствующей относительной рисковой надбавке θ=5%, однако страховой портфель C отличается большим значением вероятности (3) за счёт большего количества договоров n_C =16 000 > n_B = 8 000. Значит, добиться высокого значения вероятности $\Phi(t)$ можно либо за счёт повышения n, либо за счёт увеличения θ. Однако следует отметить, что увеличение относительной надбавки θ влечет за собой и увеличение тарифной ставки по договорам страхования соответствующей группы, что негативно отражается на конкурентоспособности данного вида страхования, в частности, и страховой компании в целом и ведёт к уменьшению клиентов в будущем. Увеличение одновременно обоих параметров n и θ не рассматривается, поскольку, как только что было показано, увеличение θ и n одновременно невозможно.

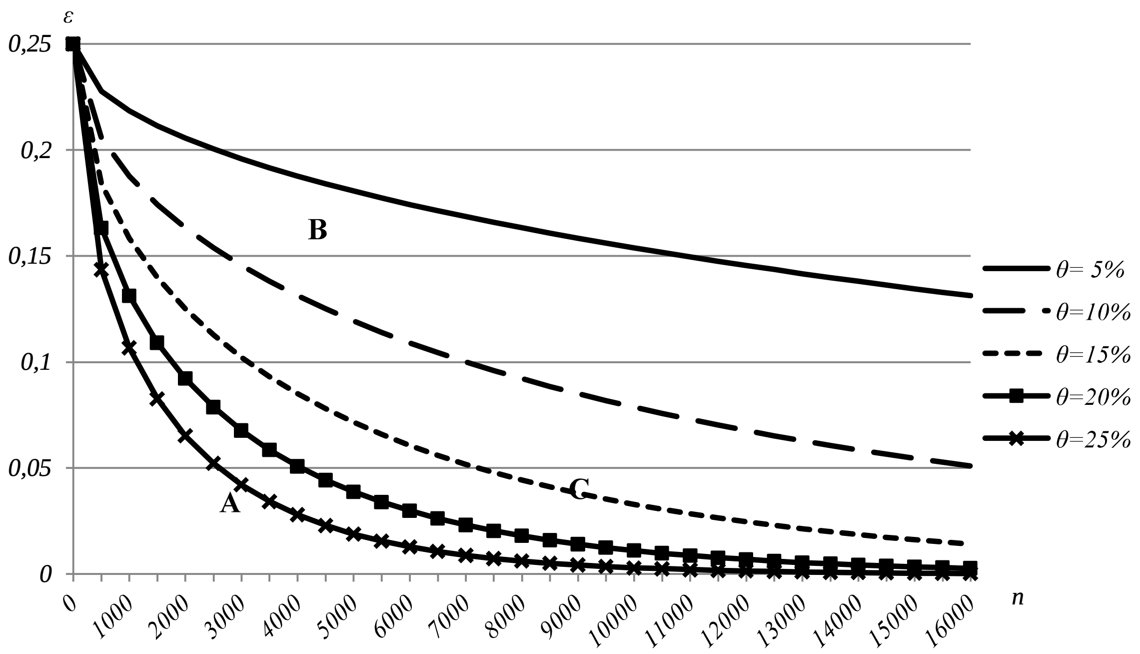

Рис. 2. Зависимость вероятности разорения от количества договоров

Таким образом, показано, что чем крупнее однородный страховой портфель, тем ниже рисковая надбавка, позволяющая обеспечить необходимый уровень надёжности.

Утверждение доказано.

Для анализа графической связи между тремя показателями: n, θ, ε далее построены линии уровня на основе формул (10) и (6). Если зафиксировать значение относительной надбавки θ и изменять объём портфеля, то можно построить графики, показывающие изменение вероятности $P(np-k \le m \le np+k)$ от количества договоров n.

Далее рассматривается график, непосредственно показывающий связь между количеством договоров и вероятностью разорения страховой компании. Для этого используется два страховых портфеля объёмом 3000 договоров. Портфель *A* имеет вероятность разорения ε=0,04 при наибольшей относительной надбавке θ=15%. Портфель *B,* в свою очередь, имеет вероятность разорения ε=0,2 при относительной надбавке θ=15%. Из чего можно сделать вывод о том, что большая относительная надбавка в структуре страхового тарифа позволяет снизить вероятность разорения компании путем формирования большего страхового фонда, однако, как отмечалось выше, это неблагоприятно сказывается на конкурентоспособности страховщика.

У портфелей *A* и *C* одинаковая вероятность разорения ε=0,04, но достигается это при различных значениях n и θ. Портфель *C* является более выгодным для страховщика, поскольку за счёт большего количества договоров (n= 9000) позволяет при низкой относительной надбавке θ=15% достичь вероятности разорения ε=0,04. Портфель *A* по сравнению с портфелем *C* менее приемлем для страховщика, поскольку по причине малого количества договоров (n= 3000) страховщику для поддержания необходимого уровня надежности приходится повышать страховой тариф.

Получается, что крупная страховая компания либо компания с большим портфелем однородных договоров изначально в более выгодном положении по сравнению с конкурентом, обладающим меньшим портфелем. Крупной компании не требуется излишне повышать относительную рисковую надбавку с целью достичь необходимого уровня надежности. Страховщик, обладающий малым портфелем однородных договоров, вынужден пожертвовать либо надёжностью в пользу снижения страхового тарифа, либо конкурентоспособностью в пользу более высокой вероятности выживания компании.

Если объединить (8) и (10) в одну формулу, то получится

$$\varepsilon = 0,5\left(1-\Phi\left(\theta\sqrt{\frac{np}{q}}\right)\right). \quad (11)$$

Последняя формула позволяет определить один из необходимых параметров n, θ, ε, зная два других либо задавая значение, достижение которого является целью страховой компании. Например, зная требуемый уровень надёжности компании, можно определить количество договоров, необходимое для его достижения, при этом в качестве значения относительной рисковой надбавки рекомендуется брать среднерыночную. Либо, зная объём существующего портфеля и действующую рисковую надбавку, возможно определить вероятность разорения компании и сопоставить её значение с требуемым. Также из (11) можно определить значение рисковой надбавки с целью сравнения её со среднерыночной. Если θ страховщика больше среднерыночной, ему надо добиваться её снижения, в обратном случае страховщик может снизить рисковую надбавку без ущерба для надёжности компании, тем самым снизив и тарифную ставку.

Заключение. В статье показана взаимосвязь между такими показателями деятельности страховой компании, как надёжность (вероятность неразорения), рисковая надбавка, характеризующая размер тарифной ставки, и объём страхового портфеля, выраженный в количестве заключённых договоров. Выявлены рычаги, влияющие на рисковую надбавку, участвующую в формировании тарифной ставки. Кроме того, в формуле (11) объединены показатель вероятности разорения компании, количество договоров и относительная рисковая надбавка, что позволяет определять необходимый параметр и отслеживать его изменение с учётом изменения влияющих на него факторов.

Библиографический список

1. Корнилов, А.И. Основы страховой математики: учебн. пособие для ВУЗов/ А.И. Корнилов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 400 с.
2. Страхование и актуарные расчеты: учебник/ В.И. Рябикин, С.Н. Тихомиров, В.Н. Баскаков/ под ред. д-ра экон. наук, проф. В.И. Рябикина, д-ра экон. наук, проф. Н.П. Тихомирова. – М.: Экономистъ, 2006. – 459 с.
3. Никулина, А.Г. Актуарные расчеты в страховании / А.Г. Никулина, А.М. Эришвили. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2011. – 136 с.
4. Дручек, О.В. Страхование: учебн. пособие для ВУЗов / О.В. Дручек. – М.: Академия Издательский Центр, 2009. – 64 с.
5. Айвазян, С.А. Основы эконометрики: Учебник для вузов: в 2 т. 2-е изд. испр. – Т.1: Теория вероятностей и прикладная статистика / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
6. Сайт «Прикладная математика» Справочник математических формул: http://www.pm298.ru/verstat3.php.

THE ANALYSIS OF INTERRELATION BETWEEN THE INSURER'S RELIABILITY, THE VOLUME OF ITS PORTFOLIO AND THE TARIFF RATE

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov
(national research university)

The paper presented the analysis of interrelation between the volume of a homogeneous insurance portfolio, the probability of the insurer's ruin and the size of the tariff rate for the rendered insurance services.The character of influence of the number of contracts in a portfolio and the relative risk premium on the insurance company's reliability is shown.The formula relating the volume of the portfolio, the probability of ruin and the relative risk premium is also given, which makes is possible to define one of the listed parameters, the other ones being known.

Insurance, probability of ruin, reliability, tariff rate, risk premium, portfolio volume, the insurer.

Информация об авторе:
Ростова Елена Павловна, кандидат экономических наук, доцент кафедры математических методов в экономике СГАУ, el_rostova@mail.ru; область научных интересов – страхование, анализ устойчивости страховой компании, формирование страхового портфеля, тарифной политики.

Information about author:
Rostova Elena Pavlovna, Candidate of Economics (PhD), associate professor of SSAU, el_rostova@mail.ru; area ofresearch: insurance, the analysis of the stability of an insurance company, formation of the insurance portfolio, tariff policy.