

ИССЛЕДОВАНИЕ КРОМОЧНОГО ЭФФЕКТА В КОМПОЗИТАХ ПРИ ПОМОЩИ ПРОГРАММЫ ANSYS В ДВУХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

© 2023

Ю. В. Скворцов кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения;
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва;
yu.v.skvortsov@gmail.com

М. А. Евтушенко магистрант;
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва;
m.evtushenko.a@yandex.ru

Рассматривается возможность применения универсальной программы ANSYS для исследования концентрации межслоевых напряжений вблизи свободных кромок слоистых композитов в двухмерной конечно-элементной постановке. При этом выполняется моделирование сечения прямоугольной четырёхслойной композитной пластины конечной ширины со свободными боковыми кромками, находящейся под действием однородной осевой деформации. Для её создания предлагается оригинальный приём, состоящий в использовании температурного нагружения. Представленные результаты расчётов хорошо согласуются с результатами других авторов.

Слоистые композиты; кромочный эффект; межслоевые напряжения; метод конечных элементов; двухмерная постановка

Цитирование: Скворцов Ю.В., Евтушенко М.А. Исследование кромочного эффекта в композитах при помощи программы ANSYS в двухмерной постановке // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2023. Т. 22, № 4. С. 125-134. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-4-125-134

Введение

В настоящее время композиционные материалы, армированные высокопрочными и высокомодульными волокнами, успешно применяются в различных изделиях авиационной и ракетно-космической техники благодаря своим уникальным свойствам. Как правило, они имеют слоистую структуру. Высокая прочность таких композитов в плоскости слоёв обычно сочетается с низкой прочностью связи между слоями [1]. Однако для тонкостенных конструкций межслоевые напряжения весьма малы по сравнению с напряжениями в слоях. Кромочный эффект в изделиях из композитов состоит в существенном увеличении межслоевых напряжений вблизи свободных от нагрузки и закреплений кромок.

Следует отметить, что кромочному эффекту посвящено достаточно большое количество исследований, причём с использованием различных методов (аналитических, численных и полуаналитических). Одними из первых с этой проблемой столкнулись R.V. Pipes и N.J. Ragano. В своей статье [2], опубликованной ещё в 1970 году, они в рамках классической теории упругости рассмотрели поведение композитной пластины (полосы) конечной ширины с симметричной укладкой слоёв при однородной осевой деформации в предположении, что напряжения не зависят от продольной координаты. При этом для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных относительно перемещений использовался метод конечных разностей.

Достаточно полный обзор работ, посвящённых кромочному эффекту, можно найти в статье [3], где приводится сравнительный анализ различных теорий многослойных пластин в отношении их способности улавливать высокие градиенты межсло-

евых напряжений, возникающих в задаче Pipes-Pagano вблизи свободных краёв. Отмечается, что непрерывно-структурные теории, базирующиеся на единой для всего пакета слоёв кинематической гипотезе, не позволяют выявить кромочный эффект. Для этих целей следует использовать дискретно-структурные теории, порядок уравнений в которых зависит от числа слоёв.

Целью настоящей работы является исследование концентрации напряжений вблизи свободных кромок слоистых композитов в двухмерной постановке при помощи универсальной программы ANSYS, реализующей метод конечных элементов. Такой подход позволяет повысить точность результатов при существенном сокращении вычислительных затрат.

Постановка задачи

Многие исследователи для проверки своих теорий и моделей использовали задачу Pipes-Pagano. Суть её заключается в следующем. Прямоугольная четырёхслойная композитная пластина конечной ширины со свободными боковыми кромками находится под действием однородной осевой деформации (рис. 1). Материалом слоя является однонаправленный углепластик со следующими упругими характеристиками:

$$E_1 = 138 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad E_2 = E_3 = 14,5 \cdot 10^3 \text{ МПа};$$

$$G_{12} = G_{13} = G_{23} = 5,86 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad \mu_{12} = \mu_{13} = \mu_{23} = 0,21.$$

Рассматривается перекрёстно армированная укладка слоёв $[\pm\theta]_s$, где индекс s обозначает симметрию структуры относительно срединной плоскости. При этом в случае представления результатов в безразмерном виде геометрические размеры пластины b и h не имеют значения.

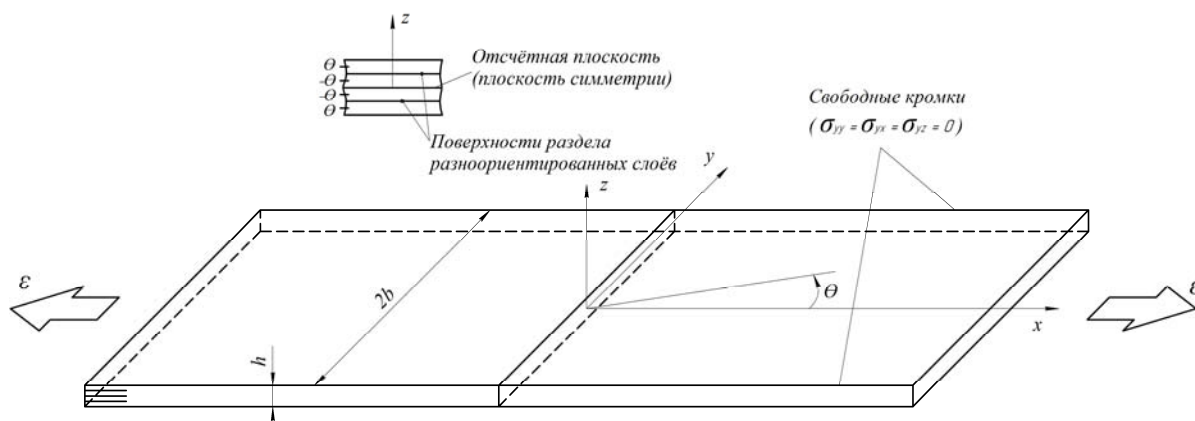


Рис. 1. Одноосное растяжение композитной пластины

Следует отметить, что многие исследователи рассматривали задачу Pipes-Pagano, но с другой укладкой слоёв, например для ортогонально армированных композитов $[0/90]_s$ и $[90/0]_s$.

Вычисление межслоевых напряжений в программе ANSYS

В программе ANSYS для моделирования тонкостенных композитных конструкций предназначен четырёхузловой элемент многослойной оболочки SHELL181, имеющий четырёхугольную форму (с возможностью вырождения в треугольную). Его геометрия описывается отсчётной (по умолчанию срединной) поверхностью, а также

заданием поперечного сечения (т. е. толщины, материала и угла ориентации каждого из слоёв пакета). В основе данного элемента лежит теория оболочек Миндлина-Рейсснера I порядка, базирующаяся на единой для всего пакета слоёв кинематической гипотезе прямой линии. Согласно этой гипотезе любой прямолинейный элемент, нормальный до деформации к срединной поверхности, при деформировании не искривляется, но в общем случае не остаётся нормальным к деформированной срединной поверхности. Данная гипотеза приводит к линейному изменению основных деформаций слоёв по толщине многослойного пакета [4]:

$$[\varepsilon] = [e] + z[\chi], \tag{1}$$

где z – расстояние от срединной поверхности (рис. 2); $[e] = \{e_{xx} \ e_{yy} \ e_{xy}\}$ – матрица-столбец деформаций срединной поверхности; $[\chi] = \{\chi_{xx} \ \chi_{yy} \ \chi_{xy}\}$ – матрица-столбец изменений кривизн.

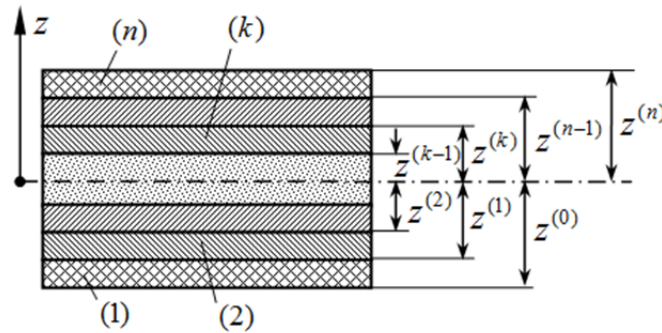


Рис. 2. Сечение многослойного пакета

Тогда согласно физическим соотношениям с учётом условий совместности деформаций можно записать:

$$[\sigma^{(k)}] = [\kappa^{(k)}]([e] + z[\chi]), \tag{2}$$

где $[\sigma^{(k)}] = \{\sigma_{xx}^{(k)} \ \sigma_{yy}^{(k)} \ \sigma_{xy}^{(k)}\}$ – матрица-столбец напряжений в k -ом слое; $[\kappa^{(k)}]$ – матрица жёсткости материала k -го слоя, преобразованная к общей системе координат (x, y) .

Из матричного равенства (2) видно, что, несмотря на линейное распределение деформаций по толщине пакета слоёв, напряжения в общем случае распределены кусочно-линейно и скачкообразно изменяются на границах слоёв.

Следует отметить, что гипотеза прямой линии позволяет в первом приближении учитывать деформации поперечного сдвига, которые получаются постоянными по толщине оболочки. Вычисление на их основе с помощью закона Гука соответствующих касательных напряжений приводит к недостоверным результатам. Поэтому поперечные касательные напряжения в каждом слое определяются через основные напряжения путём интегрирования по толщине дифференциальных уравнений равновесия трёхмерной теории упругости:

$$\frac{\partial \sigma_{xi}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yi}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zi}}{\partial z} = 0 \quad (i = x, y, z). \quad (3)$$

Учитывая кусочно-линейный характер изменения напряжений, интегрирование выполняется последовательно по каждому слою:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} &= -\int \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \right) dz; \\ \sigma_{yz} &= -\int \left(\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \right) dz. \end{aligned} \quad (4)$$

При этом используются условия неразрывности данных напряжений на границах раздела слоёв, значения которых и представляют собой межслоевые напряжения:

$$\sigma_{xz}^{(k)}(z^{(k)}) = \sigma_{xz}^{(k+1)}(z^{(k)}); \quad \sigma_{yz}^{(k)}(z^{(k)}) = \sigma_{yz}^{(k+1)}(z^{(k)}) \quad (k = 1, \dots, n-1), \quad (5)$$

а также граничные условия на наружных поверхностях пластины. Если на верхней и нижней поверхностях касательные нагрузки отсутствуют, то

$$\sigma_{xz}^{(1)}(z^{(0)}) = \sigma_{xz}^{(n)}(z^{(n)}) = 0; \quad \sigma_{yz}^{(1)}(z^{(0)}) = \sigma_{yz}^{(n)}(z^{(n)}) = 0. \quad (6)$$

Это приводит к квадратичному распределению поперечных касательных напряжений по толщине каждого слоя.

Аналогично могут быть определены и поперечные нормальные напряжения, но уже через поперечные касательные напряжения путём интегрирования по толщине слоёв третьего уравнения равновесия. В пределах каждого слоя они будут изменяться по кубическому закону и также будут непрерывны на границах слоёв.

Следует отметить, что элемент SHELL181 позволяет рассчитывать только межслоевые касательные напряжения. Доступ к ним возможен с помощью так называемой таблицы элементов. Однако, как показывают результаты численного моделирования, такой подход не позволяет выявить концентрацию данных напряжений вблизи свободных кромок.

То, что гипотеза прямой линии вблизи свободной кромки неприменима, можно проиллюстрировать на примере двухслойного ортогонально армированного композита (рис. 3). При однородной деформации ε_{xx} в поперечном направлении у деформации в слоях будут равны

$$\varepsilon_{yy}^{(1)} = -\mu_{21}\varepsilon_{xx}; \quad \varepsilon_{yy}^{(2)} = -\mu_{12}\varepsilon_{xx}, \quad (7)$$

где μ_j – коэффициенты Пуассона, причём первый индекс указывает направление действующего напряжения, а второй – направление возникающей при этом поперечной деформации.

Благодаря симметрии упругих свойств справедливо следующее равенство:

$$\mu_{21} = \mu_{12} \frac{E_2}{E_1}, \quad (8)$$

где E_1 и E_2 – модули упругости вдоль и поперёк армирующих волокон.

Поскольку $E_1 \gg E_2$, $\mu_{12} \gg \mu_{21}$ и, следовательно, $|\varepsilon_{yy}^{(2)}| \gg |\varepsilon_{yy}^{(1)}|$. Это приводит к сильному искривлению нормали на границе раздела слоёв.

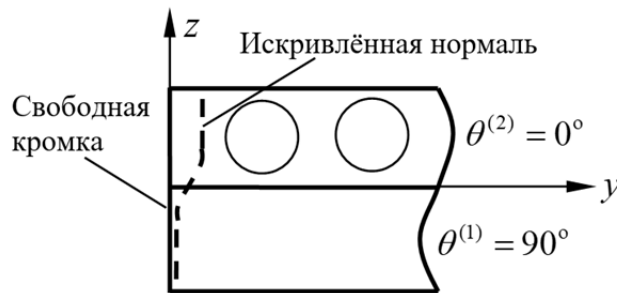


Рис. 3. Пример сильного искривления нормали

Таким образом, здесь требуется полная трёхмерная постановка, предполагающая использование объёмных конечных элементов. В программе ANSYS к таковым относятся элементы SOLID185 и SOLID186, имеющие в общем случае шестигранную форму. Первый является элементом I порядка с 8 узлами, расположенными в вершинах гексаэдра, а второй – II порядка с 20 узлами, расположенными помимо вершин ещё и на сторонах. Оба элемента имеют опции однородного и слоистого тела. При выборе первой опции требуются свойства ортотропного материала. Здесь принимается, что главные оси упругости совпадают с осями системы координат элемента, определяемой по умолчанию или задаваемой пользователем. Опция слоистого тела предполагает задание поперечного сечения. В этом случае при моделировании композитов можно взять всего лишь один элемент по толщине многослойного пакета. Однако при таком подходе вычисление межслоевых напряжений выполняется точно так же, как и для элемента многослойной оболочки.

Как показывают результаты вычислительного эксперимента, для более или менее точного нахождения межслоевых касательных и нормальных напряжений вблизи свободных кромок необходимо моделировать отдельно каждый слой, причём следует задавать не один, а несколько элементов SOLID185 (с опцией однородного тела) по толщине такого слоя. Учитывая, что отношение длин сторон конечного элемента не должно быть слишком большим (или малым), такой подход требует весьма густую сетку и, как следствие, огромных вычислительных затрат.

Следует отметить, что задачу Pipes-Pagano можно решить в двухмерной постановке путём рассмотрения лишь поперечного сечения пластины. Как известно, при решении двухмерных задач в программе ANSYS моделирование проводится в плоскости XY глобальной декартовой системы координат при помощи плоских элементов

PLANE182 или PLANE183. Первый представляет собой четырёхугольный элемент первого порядка и имеет четыре узла, а второй – четырёхугольный элемент второго порядка с восемью узлами. При этом имеется возможность выбора опции: plane stress – плоское напряжённое состояние; plane strain – плоская деформация.

При решении данной задачи в программе ANSYS возникает проблема, связанная с приложением нагрузки, то есть с созданием однородной деформации ε в направлении, перпендикулярном плоскости моделирования. Здесь можно предложить следующий приём. Как известно, при выборе опции plane strain полная деформация $\varepsilon_{ZZ}^{пол}$ в направлении оси Z в каждой точке двумерного тела равна нулю. Однако в случае теплового воздействия она будет равна сумме упругой $\varepsilon_{ZZ}^{упр}$ и температурной $\varepsilon_{ZZ}^{тем}$ составляющих. Тогда

$$\varepsilon_{ZZ}^{пол} = \varepsilon_{ZZ}^{упр} + \varepsilon_{ZZ}^{тем} = 0, \quad (9)$$

причём

$$\varepsilon_{ZZ}^{тем} = \alpha_z \Delta t,$$

где α_z – коэффициент линейного расширения материала в направлении оси Z ; Δt – приращение температуры.

Отсюда получаем

$$\varepsilon_{ZZ}^{упр} = -\varepsilon_{ZZ}^{тем}$$

или

$$\varepsilon = -\alpha_z \Delta t. \quad (10)$$

Таким образом, для того, чтобы создать однородную растягивающую деформацию ε , нужно для материалов всех слоёв ввести значения $\alpha_x = \alpha_y = 0$, а $\alpha_z > 0$ и в качестве нагрузки задать приращение температуры $\Delta t < 0$.

Числовой пример

Для проверки предложенного подхода рассмотрим задачу Pipes-Pagano (рис. 1) с ортогональной укладкой слоёв $[0/90]_s$, которая приводит к возникновению существенных растягивающих межслоевых напряжений σ_{zz} . В силу симметрии здесь можно ограничиться моделированием лишь четверти сечения пластины плоскостью yz , как показано на рис. 4.

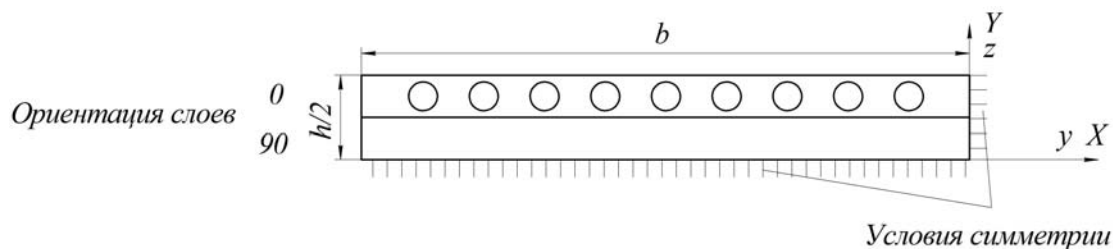


Рис. 4. Моделируемая часть сечения пластины

В данном случае особый интерес представляет задание свойств материалов слоёв. Для слоя с углом ориентации $\theta = 0^\circ$ имеем:

$$\begin{aligned} EX = E_2 = 14,5 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad EY = E_3 = 14,5 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad EZ = E_1 = 138 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \\ GXY = G_{23} = 5,86 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad GYZ = G_{13} = 5,86 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad GXZ = G_{12} = 5,86 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \\ PRXY = \mu_{23} = 0,21; \quad PRYZ = \mu_{31} = \mu_{13} \frac{E_3}{E_1} = 0,022; \quad PRXZ = \mu_{21} = \mu_{12} \frac{E_2}{E_1} = 0,022; \\ ALPX = ALPY = 0; \quad ALPZ = \alpha_z = 1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Для слоя с углом ориентации $\theta = 90^\circ$:

$$\begin{aligned} EX = E_1 = 138 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad EY = E_3 = 14,5 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad EZ = E_2 = 14,5 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \\ GXY = G_{13} = 5,86 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad GYZ = G_{23} = 5,86 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad GXZ = G_{12} = 5,86 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \\ PRXY = \mu_{13} = 0,21; \quad PRYZ = \mu_{32} = \mu_{23} \frac{E_3}{E_2} = 0,21; \quad PRXZ = \mu_{12} = 0,21; \\ ALPX = ALPY = 0; \quad ALPZ = \alpha_z = 1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Разбивка моделируемой части поперечного сечения пластины осуществляется при помощи конечных элементов типа PLANE182, причём используется весьма густая сетка, содержащая 20 элементов по толщине каждого слоя. Нагружение здесь осуществляется путём задания приращения температуры $\Delta t = -100^\circ\text{C}$, при этом $\varepsilon = 0,001$.

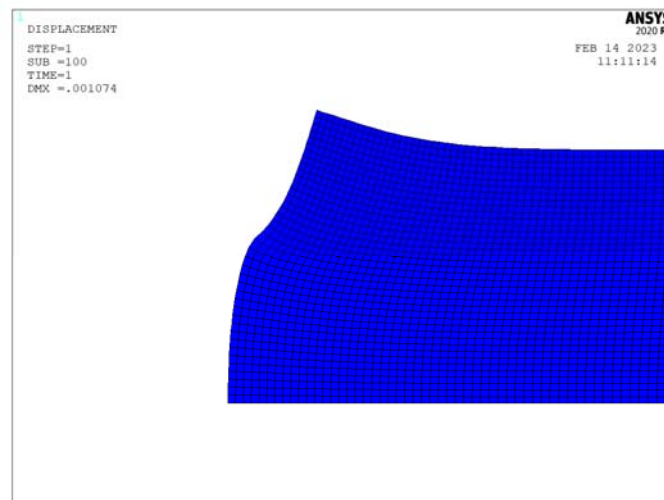


Рис. 5. Деформированное состояние сечения пластины

На рис. 5 представлено полученное в программе ANSYS деформированное состояние рассматриваемого сечения пластины в увеличенном масштабе, что позволяет увидеть искривление нормали.

Результаты расчёта напряжений в программе ANSYS в двухмерной постановке представлены на рис. 6, 7 сплошными линиями. При этом на рис. 6 приведено распределение поперечных нормальных напряжений σ_{zz} (или SY в программе ANSYS) по толщине пластины непосредственно на свободной кромке ($y = -b$). Их значения на

границах раздела слоёв ($z/h = 0$ и $0,25$) и являются межслоевыми напряжениями. На рис. 7 изображено изменение межслоевых нормальных напряжений на границе раздела разнотипных слоёв ($z/h = 0,25$) по ширине пластины вблизи свободного края. Как видно, они имеют существенные значения на расстоянии от края, примерно равном толщине одного слоя. Следует отметить, что на рис. 6 и 7 штриховыми линиями представлено решение из работы [3], найденное также при помощи программы ANSYS, но в трёхмерной постановке. Кроме того, на данных рисунках кружками и треугольниками изображены результаты из статей [5] и [6] соответственно, полученные с использованием специально разработанных конечных элементов.

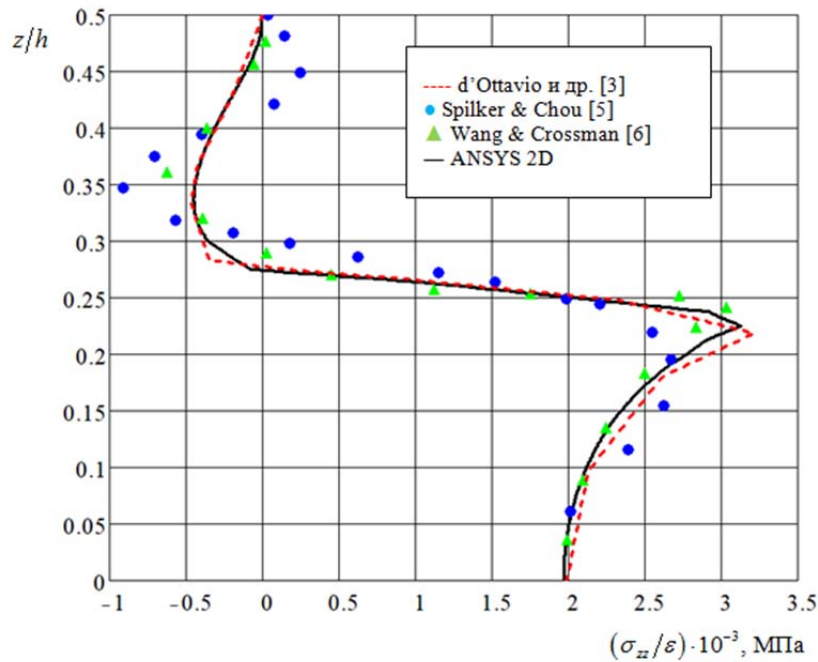


Рис. 6. Изменение поперечных нормальных напряжений σ_{zz} по толщине пластины

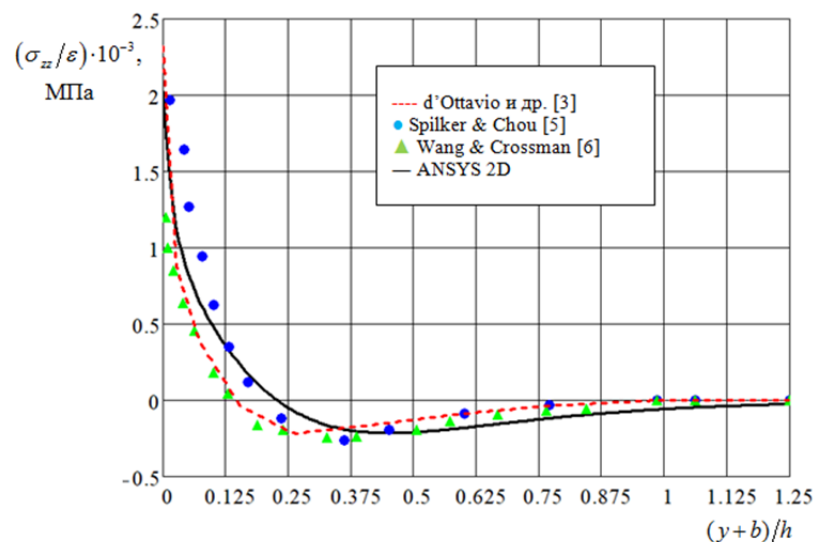


Рис. 7. Изменение нормальных межслоевых напряжений σ_{zz} по ширине пластины вблизи свободной кромки

Заключение

Хорошее согласие решения, полученного в настоящей работе, с результатами других авторов говорит о работоспособности предложенного подхода. Двухмерная постановка позволяет использовать достаточно густую сетку конечных элементов, что обеспечивает высокую точность при определении межслоевых напряжений. Кроме того, данный подход может оказаться весьма полезным при решении более сложных задач, например связанных с оценкой возможного расслоения слоистых композитов. Следует отметить, что кромочный эффект может приводить к преждевременному выходу из строя композитных конструкций. Можно ожидать, что такие высокие межслоевые напряжения вблизи свободного края вызовут расслоение композита, в частности, при усталостных нагрузках. Анализ межслоевых напряжений должен быть завершён исследованием возникновения расслоения и его роста, возможно с использованием инструментов механики разрушения.

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования РФ (номер проекта FSSS-2023-0007)

Библиографический список

1. Shivakumar K., Abali F., Pora A. Modified short beam shear test for measuring interlaminar shear strength of composites // *AIAA Journal*. 2002. V. 40, Iss. 11. P. 2368-2370. DOI: 10.2514/2.1579
2. Pipes R.B., Pagano N.J. Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial extension // *Journal of Composite Materials*. 1970. V. 4, Iss. 4. P. 538-548. DOI: 10.1177/002199837000400409
3. D'Ottavio M., Vidal P., Valot E., Polit O. Assessment of plate theories for free-edge effects // *Composites: Part B, Engineering*. 2013. V. 48. P. 111-121. DOI: 10.1016/j.compositesb.2012.12.007
4. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчёт многослойных пластин и облочечек из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1984. 263 с.
5. Gaudenzi P., Mannini A., Carbonaro R. Multi-layer higher-order finite elements for the analysis of free-edge stresses in composite laminates // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1998. V. 41, Iss. 5. P. 851-873. DOI: 10.1002/(sici)1097-0207(19980315)41:5<851::aid-nme312>3.0.co;2-q
6. Wang A.S.D., Crossman F.W. Some new results on edge effect in symmetric composite laminates // *Journal of Composite Materials*. 1977. V. 11, Iss. 1. P. 92-106. DOI: 10.1177/002199837701100110

INVESTIGATION OF THE EDGE EFFECT IN COMPOSITES USING THE ANSYS SOFTWARE IN A TWO-DIMENSIONAL FORMULATION

© 2023

Yu. V. Skvortsov Candidate of Science (Engineering); Associate Professor of the Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; yu.v.skvortsov@gmail.com

M. A. Evtushenko Graduate Student; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; m.evtushenko.a@yandex.ru

The possibility of using the universal software ANSYS to study the concentration of interlaminar stresses near the free edges of laminated composites in a two-dimensional finite element formulation is considered. In this case, the cross-section of a rectangular four-layer composite plate of finite width with free side edges subject to uniform axial deformation is simulated. To create it, an original technique is proposed which consists in using thermal stress. The presented calculation results are in good agreement with the results of other authors.

Laminated composites; edge effect; interlaminar stresses; finite element method; two-dimensional formulation

Citation: Skvortsov Yu.V., Evtushenko M.A. Investigation of the edge effect in composites using the ANSYS software in a two-dimensional formulation. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2023. V. 22, no. 4. P. 125-134. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-4-125-134

References

1. Shivakumar K., Abali F., Pora A. Modified short beam shear test for measuring interlaminar shear strength of composites. *AIAA Journal*. 2002. V. 40, Iss. 11. P. 2368-2370. DOI: 10.2514/2.1579
2. Pipes R.B., Pagano N.J. Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial extension. *Journal of Composite Materials*. 1970. V. 4, Iss. 4. P. 538-548. DOI: 10.1177/002199837000400409
3. D'Ottavio M., Vidal P., Valot E., Polit O. Assessment of plate theories for free-edge effects. *Composites: Part B, Engineering*. 2013. V. 48. P. 111-121. DOI: 10.1016/j.compositesb.2012.12.007
4. Alfutov N.A., Zinov'ev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloynnykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Calculation of multilayer plates and shells made of composite materials]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1984. 263 p.
5. Gaudenzi P., Mannini A., Carbonaro R. Multi-layer higher-order finite elements for the analysis of free-edge stresses in composite laminates. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1998. V. 41, Iss. 5. P. 851-873. DOI: 10.1002/(sici)1097-0207(19980315)41:5<851::aid-nme312>3.0.co;2-q
6. Wang A.S.D., Crossman F.W. Some new results on edge effect in symmetric composite laminates. *Journal of Composite Materials*. 1977. V. 11, Iss. 1. P. 92-106. DOI: 10.1177/002199837701100110