

УДК 621.001.63

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ И ШУМА РУЧНОГО МЕХАНИЗИРОВАННОГО ПНЕВМОИНСТРУМЕНТА

© 2006 А. Н. Крючков

Самарский государственный аэрокосмический университет

Разработана математическая модель для исследования динамических характеристик ручного механизированного пневмоинструмента. Модель позволяет на стадии проектирования оценивать влияние различных конструктивных параметров на акустические характеристики и крутящий момент, создаваемый работающим инструментом.

Развитие промышленного производства, повышение его эффективности неизбежно влечет за собой механизацию труда и повышение энергоемкости используемого оборудования. Так, на многих производствах, и в частности в автомобилестроении, широко используется ручной механизированный инструмент (РМИ), питающийся от сети сжатого воздуха. Работа пневматического привода РМИ сопровождается интенсивными колебательными процессами и высокими уровнями шума, превышающими допустимые нормы. Основными причинами колебаний и шума РМИ являются протекающие в пневмодвигателе и редукторе механические и аэродинамические процессы. На стадии проектирования инструмента важно прогнозировать его динамические характеристики и оценивать влияние различных конструктивных параметров, в частности, на создаваемый инструментом крутящий момент и шум, излучаемый работающим устройством. Для реализации этих задач необходима разработка математической модели, учитывающей:

- конструкцию привода, состоящего из нескольких однотипных устройств – камер или полостей, каждая из которых аналогична пневмоцилиндру;
- зависимости изменения объемов этих камер от времени;
- временные зависимости открытия отверстий для впуска и выпуска воздуха.

Схема ротационного пневмопривода приведена на рис. 1. В статоре A , имеющем ограниченные углами γ_i и γ_k отверстия C и D для входа сжатого воздуха из магистрали с давлением P_M и для выхода его в атмосферу

с давлением P_a , расположен ротор B , ось вращения которого смещена относительно оси статора на эксцентриситет e . В пазах ротора, радиус которого равен r , помещены пластины, прижимающиеся при вращении к внутренней поверхности статора, имеющего радиус R_C .

При разработке математической модели пневматического гайковерта рассматривается установившийся режим. В ротационном двигателе внешняя работа совершается за счет изменения параметров состояния сжатого воздуха, находящегося в рабочей камере. Так же, как и в случае поршневого двигателя, в работе ротационного двигателя можно выделить следующие этапы:

1. Наполнение;
2. Расширение;
3. Выталкивание воздуха из рабочей камеры.

Для описания процесса сжатия (расширения) получено выражение из первого закона термодинамики с учетом постоянства энтропии и уравнения Клапейрона:

$$kRT_m dm_m = V_1 dp_1 + kp_1 dV_1, \quad (1)$$

где k – показатель адиабаты; R – универсальная газовая постоянная; \dot{O}_i – температура в магистрали; V_1 – объем камеры; p_1 – давление в камере.

Однако, если предположить, что некоторая часть работы силы трения пластин о статор переходит в теплоту, передаваемую сжатому воздуху, и учитывать теплообмен с окружающей средой, то уравнение (1) можно переписать в следующем виде:

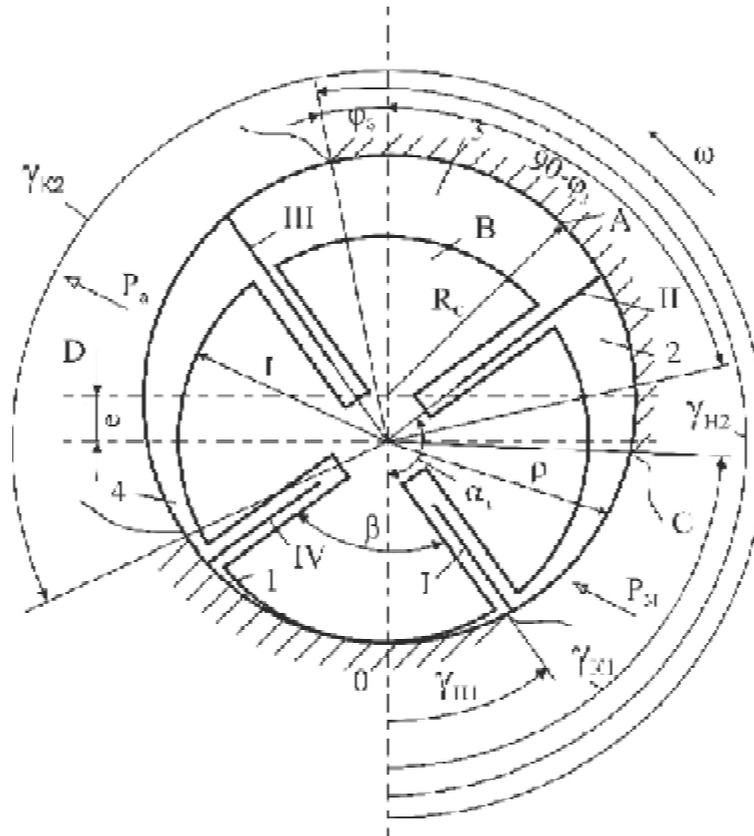


Рис. 1. Схема ротационного пневмопривода:

I, ..., IV – номера пластин ротора; *1, 2, 3, 4* – номера камер; *A* – статор; *B* – ротор; *C* – входное отверстие; *D* – выпускное отверстие; *e* – эксцентриситет; *r* – радиус ротора; *R_c* – радиус статора; *p_a* – атмосферное давление; γ_{i1} – угол начала впуска; γ_{k1} – угол конца впуска; γ_{i2} – угол начала выхлопа; γ_{k2} – угол конца выхлопа; β – угол между пластинами; α_i – текущий угол поворота; ρ – радиус-вектор; ω – круговая частота вращения; *p_m* – давление в магистрали

$$kRT_i dm_i + dQ_{\dot{d}d} - dQ = Vdp + kpdV . \quad (2)$$

Заменим в этом уравнении массу сжатого воздуха dm_m , поступающего в полость V_i в течение времени dt , соответствующим значением G_m расхода

$$dm_i = G_i dt , \quad (3)$$

тогда

$$kG_i RT_i dt + dQ_{Tp} - dQ = Vdp + kpdV . \quad (4)$$

Математическая модель учитывает два режима истечения: докритический, когда расход воздуха, поступающего в камеру, определяется формулой Сен-Венана в предположении поступления его из неограниченного объема (магистрали):

$$G_i = \mu_i f_i p_i \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{1}{RT_i} \left[\left(\frac{p_1}{p_i} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_1}{p_i} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} , \quad (5)$$

где μ_i – коэффициент расхода отверстий; f_i – площадь отверстия; T_m – температура воздуха в магистрали; R – газовая постоянная ($R = 287$ Дж/кг·К для воздуха при $T_m = 290$ К), и надкритический, при котором имеет место максимальный критический расход воздуха [2]:

$$G_* = 0,0404 \mu_i f_i p_m / \sqrt{T_i} . \quad (6)$$

Расход воздуха, вытекающего из камер в полость за статором, будем рассчитывать по формулам (5) и (6), но с учетом возможного «обратного течения» воздуха. Это связано с тем, что с полостью за статором могут соединиться сразу три камеры. И возможна ситуация, когда воздух из области повышенного давления полости начнет заполнять камеру. Для того, чтобы учесть возможность «обратного течения», введем безразмерный коэффициент ψ . На рис. 2 представлен график зави-

симости безразмерной величины ψ от перепада давления:

$$\psi = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{2}{\epsilon}} - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\epsilon+1}{\epsilon}}}, & \text{если } \frac{p_1}{p_0} \geq \sigma_* \\ \sqrt{\sigma_*^{\frac{2}{\epsilon}} - \sigma_*^{\frac{\epsilon+1}{\epsilon}}}, & \text{если } \frac{p_1}{p_0} \leq \sigma_* \end{cases} \quad (7)$$

Тогда уравнение расхода, используя выражение (7), можно записать в виде

$$G_{01} = \mu f p_0 \sqrt{\frac{2\epsilon}{\epsilon-1} \frac{1}{RT_0}} \psi \quad (8)$$

Работа сил трения определяется выражением

$$dQ_{Tp} = \eta_T (k-1) M_1 d\alpha, \quad (9)$$

где $M_1 = A\omega^2$ – момент сил трения пластин о статор, A – постоянный коэффициент, ω – круговая частота вращения, η_O – коэффициент перехода работы сил трения в теплоту.

В случае прямоугольной пластины

$$A = zlbh \rho_T f_{\partial\delta} R_c \left[R_c - \frac{h}{2} \right], \quad (10)$$

где b и h – толщина и высота пластины, ρ_T – плотность материала пластины, f_{Tp} – коэффи-

циент трения пластины, z – число пластин, l – длина пластины.

С учетом утечек сжатого воздуха из камер повышенного давления в камеры с более низким давлением, а также теплообмена с окружающей средой, для любой i -той камеры можно записать следующее уравнение для определения в ней давления [2]:

$$\frac{dp}{dt} = \left(kG_1 RT_M + \eta_T (k-1) M_1 \frac{dV}{dt} \pm \right. \\ \left. \pm kG_r RT_r - kG_2 RT_i - kp \frac{dV}{dt} \right) \frac{1}{V}, \quad (11)$$

где G_1 – расход, поступающий в камеру; G_2 – расход, вытекающий из камеры; G_r – расход, связанный с утечками между соседними камерами.

В математической модели РМИ в уравнении (11) не учитываются слагаемые, связанные с утечками воздуха, с трением пластин о статор и слагаемое, определяющее расширение газа за счет изменения объема камеры. Тогда уравнение (11) для выхлопных камер можно переписать в виде

$$\frac{dp}{dt} = (kG_M RT_M - kG_2 RT_i) \frac{1}{V}. \quad (12)$$

Расход воздуха через каналы выхлопной системы определим из уравнения Бернулли

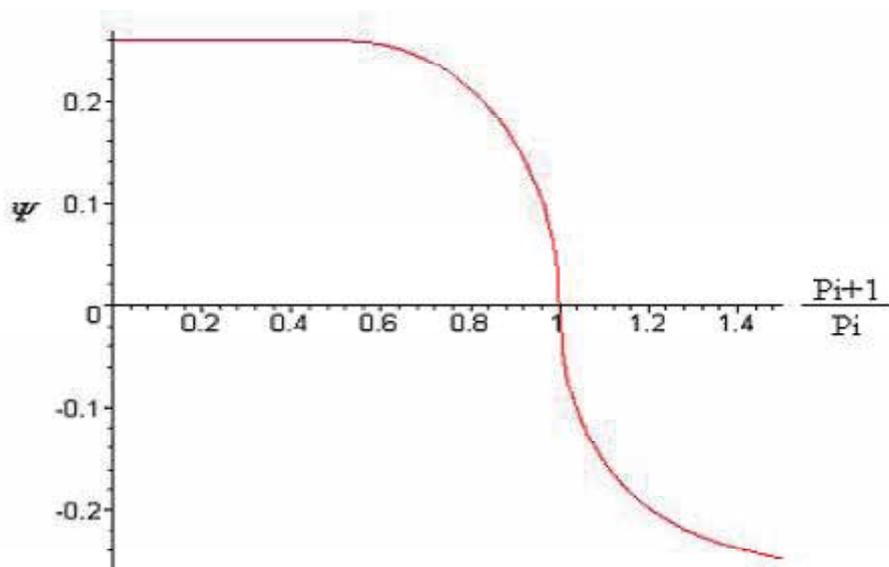


Рис. 2. Зависимость безразмерной величины ψ от перепада давления

$$\frac{dG}{dt} = \left(\Delta p - \xi \frac{G^2}{F^2 \cdot 2} \cdot \rho \right) \frac{F}{L}, \quad (13)$$

где Δp - перепад давления на длинном канале; ξ - коэффициент местных потерь; F - площадь каналов; L - длина каналов; ρ - плотность рабочего тела.

С целью определения крутящего момента, развиваемого пневмодвигателем, рассмотрим уравнение движения ротора, которое в общем случае имеет вид [3, 4]:

$$J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\alpha} = M - M_1 \text{sign } \omega - M_2, \quad (14)$$

где J - момент инерции вращающихся масс, приведенный к ротору; α и ω - текущий угол поворота и его угловая скорость; M - движущий момент; M_1 - момент силы трения; M_2 - момент сил полезного сопротивления.

Движущий момент M_i определяется силой, действующей на i -ю пластину (рис. 1), при вращении ротора по часовой стрелке:

$$P_i = (p_i - p_{i+1})(p_i - r)l, \quad (15)$$

где p_i, p_{i+1} - давление сжатого воздуха в i -й и $(i+1)$ -й камерах; p_i - текущий радиус-вектор, определяющий положение i -й пластины; r ; l - радиус ротора и его длина.

Движущий момент M_i от приложенных в середине пластин сил P_i :

$$M_i = l(p_i - p_{i+1})(p_i^2 - r^2) / 2. \quad (16)$$

Для упрощения задачи примем постоянными момент инерции и момент сил полезного сопротивления в уравнении (14). Тогда это уравнение примет вид

$$\begin{aligned} J d\omega / dt = \\ = \left\{ l \left[\sum_{i=1}^{z-1} (p_i - p_{i+1})(p_i^2 - r^2) + (p_z - p_1)(p_z^2 - r^2) \right] / 2 \right\} - \\ - M_1 \text{sign } \omega - M_2. \end{aligned} \quad (17)$$

Радиус-вектор ρ_i может быть найден на основании теоремы косинусов (рис. 1):

$$p_i = \sqrt{R_c^2 - e^2 \sin^2 \alpha_i} - e \cos \alpha_i, \quad (18)$$

где R_c - радиус статора; α_i - угол поворота i -й пластины.

Зависимости объемов вычисляем по формуле

$$V = Fl, \quad (19)$$

$$\text{где } F = 0,5 \int (\rho_i^2 - r^2) d\alpha.$$

Поскольку рассматривается установившийся режим движения ротора пневмодвигателя, то момент, развиваемый пневмомотором, можно представить в виде

$$\begin{aligned} M_{\text{эд}} = \\ = \frac{l}{2} \left[\sum_{i=1}^{z-1} (p_i - p_{i+1})(p_i^2 - r^2) + (p_z - p_1)(p_z^2 - r^2) \right] - \\ - M_1. \end{aligned} \quad (20)$$

Диаметр выхлопных отверстий гораздо меньше длины излучаемой звуковой волны, поэтому данные отверстия можно представить как точечный источник, который создаст сферические звуковые волны. При этом не учитываются нелинейные процессы в виде слабых ударных волн, имеющих в случае выхлопа РМИ малую интенсивность. С учетом этого допущения звуковое давление в момент времени t на расстоянии r от выхлопного отверстия площадью S составит

$$p(r, t) = \frac{\rho_0 S}{4\pi r} \frac{\partial v \left(t - \frac{r}{c_0} \right)}{\partial t}, \quad (21)$$

где c_0 - скорость звука в свободном пространстве; ρ_0 - плотность окружающего воздуха; S - площадь выхлопных отверстий пневматического гайковерта; r - расстояние от источника до точки, в которой находится звуковое давление; v - пульсационная скорость выхлопа сжатого воздуха.

Из уравнения следует, что звуковое давление зависит от производной по времени скорости исходящего потока, т. е. чем рав-

номернее поток, тем меньше шума он производит. Так как при выводе уравнений, описывающих изменение давления в полостях пневмоинструмента, пользовались не скоростью, а расходом, то и выражение (21) удобно переписать в виде

$$p(r, t) = \frac{\rho_0}{4\pi\rho} \frac{\partial}{\partial t} G\left(t - \frac{r}{c_0}\right), \quad (22)$$

где ρ - плотность воздуха, выбрасываемого из выхлопных отверстий; q - объемный расход.

Для анализа акустических характеристик машины и оборудования используются логарифмические уровни звукового давления L (децибел), поэтому в модели предусмотрен переход от полученных по формуле (22) пульсаций давления к уровням шума в децибелах [5]:

$$L = 10 \lg \frac{\tilde{p}^2}{\tilde{p}_0^2}; \quad (23)$$

где \tilde{p} - эффективное значение реального звукового давления; $\tilde{p}_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па – пороговое значение давления для воздушного тракта.

При определении эффективного значения пользуются выражением

$$\tilde{p}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt. \quad (24)$$

Схематично основные компоненты математической модели представлены на рис. 3.

При разработке математической модели были приняты следующие допущения:

- закон открытия выхлопных отверстий статора кусочно-линейный;
- отсутствуют утечки по торцам пластин;
- отсутствует теплообмен с окружающей средой;
- распределенностью параметров можно пренебречь.

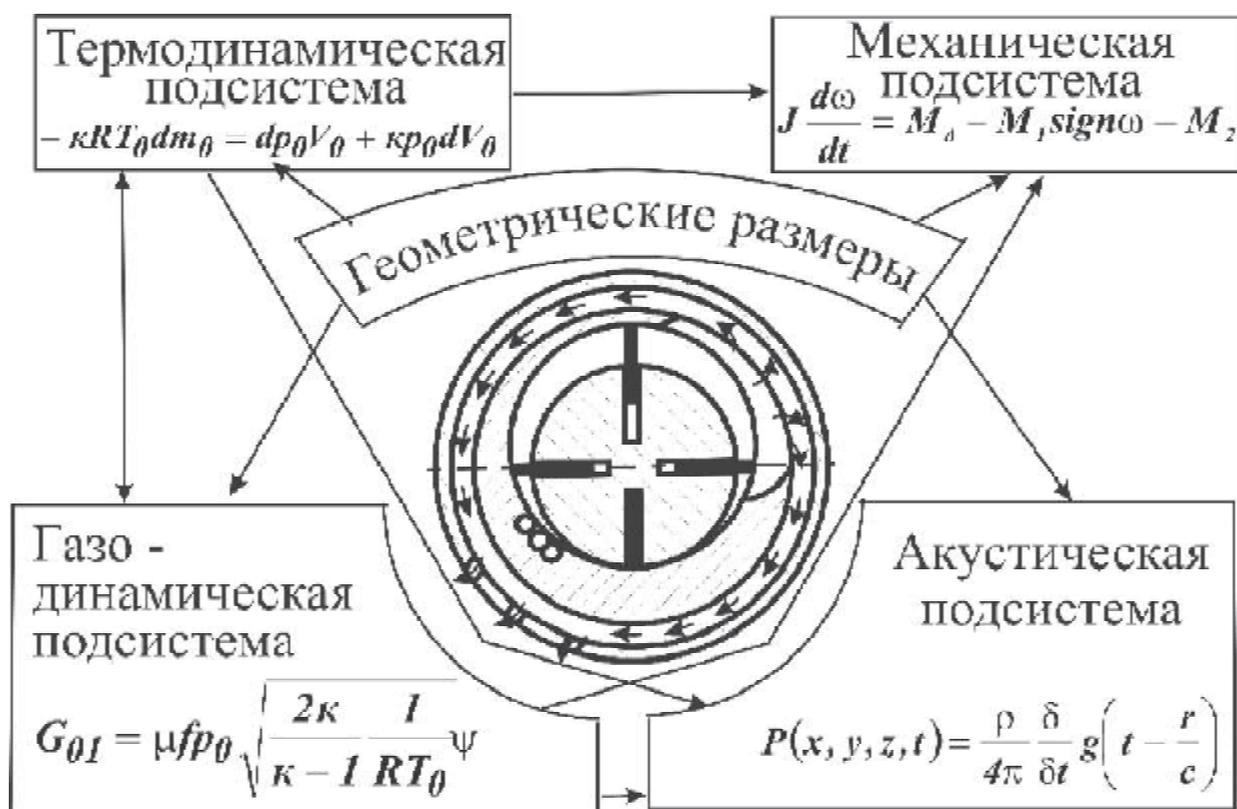


Рис. 3. Структура компонента математической модели пневмоинструмента

Для определения динамических характеристик пневматического инструмента запишем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dp_k}{dt} &= \left(kG_{\text{вд}} RT_M + \eta_r (k-1) M_1 \frac{dV}{dt} \pm \right. \\ &\left. kG_r RT_r - kG_{\text{вд}} RT_{ki} - kP_{ki} \frac{dV_{ki}}{dt} \right); \\ i &= 1..5 \\ \frac{dp_5}{dt} &= (kG_{\text{вд}1} RT_{k1} + kG_{\text{вд}2} RT_{k2} + kG_{\text{вд}3} RT_{k3} + kG_{\text{вд}4} RT_{k4} + \\ &+ kG_{\text{вд}5} RT_{k5} - kG_{57} RT_5) \frac{1}{V_5}; \\ \frac{dp_7}{dt} &= (kG_{57} RT_5 - kG_{87} RT_7) \frac{1}{V_7}; \\ \dot{I}_{\text{эдод}} &= \\ &= \left\{ I \left[\sum_{i=1}^{z-1} (p_i - p_{i+1}) (\rho_i^2 - r_o^2) + (p_z - p_1) (\rho_z^2 - r_o^2) \right] / 2 \right\} - \dot{I}; \\ p(x, y, z, t) &= \frac{\rho S}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial t} q(t - r/c). \end{aligned} \right. \quad (25)$$

В результате расчета получены временные зависимости давления в камерах пневмодвигателя и его выхлопных полостях, а также крутящего момента. Удобно анализировать процессы изменения давления в камерах пневмодвигателя совместно с графиком изменения объема камеры (рис. 4). Во всех

пяти камерах протекают аналогичные процессы со сдвигом по фазе на угол 72° (угол между лопатками ротационного пневмодвигателя). До поступления воздуха из магистрали давление в камере равно атмосферному с учетом потерь в выхлопных каналах. После открытия впускных отверстий давление в камере растет почти мгновенно, становясь равным магистральному. Далее после закрытия входного отверстия давление в камерах падает за счет расширения и при выхлопе опять становится равным давлению, превышающему атмосферное на величину потерь в выхлопной системе. Затем цикл повторяется.

На рис. 5 показаны расчетные пульсации давления в полости за статором. Во временной реализации кроме основного тона присутствует также вторая гармоника, что связано с несколькими рядами выхлопных отверстий. Основная частота пульсаций давления равна пятикратному значению частоты вращения ротора (вследствие наличия пяти рабочих камер). Пульсации давления в выхлопном корпусе также носят периодический, полигармонический характер с основной частотой, равной лопастной частоте вращения.

Движущий момент изменяется следующим образом. Когда одна из пластин начина-

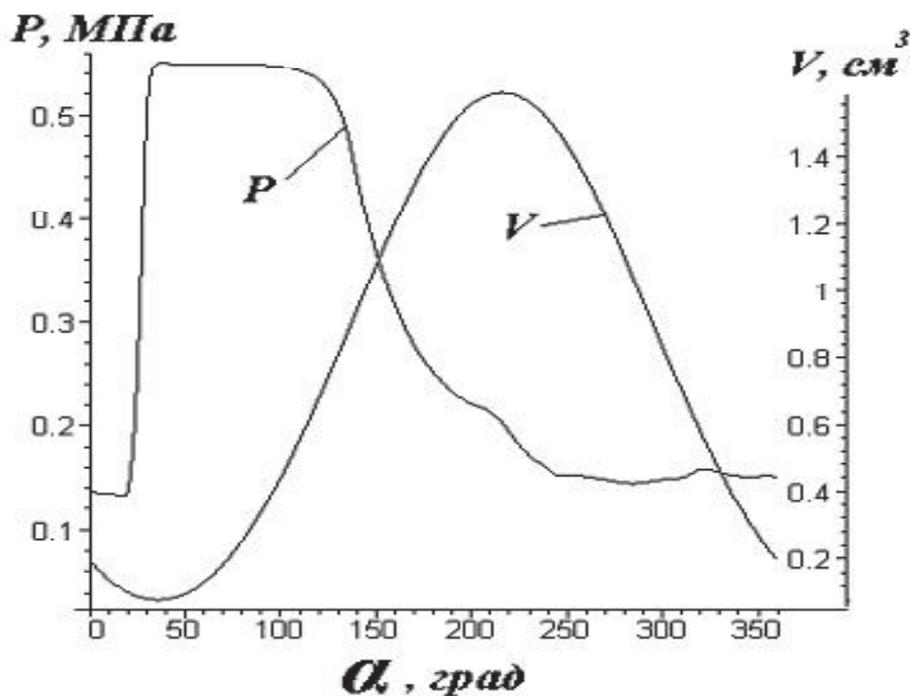


Рис. 4. Зависимость объема камеры и давления в камере от угла поворота

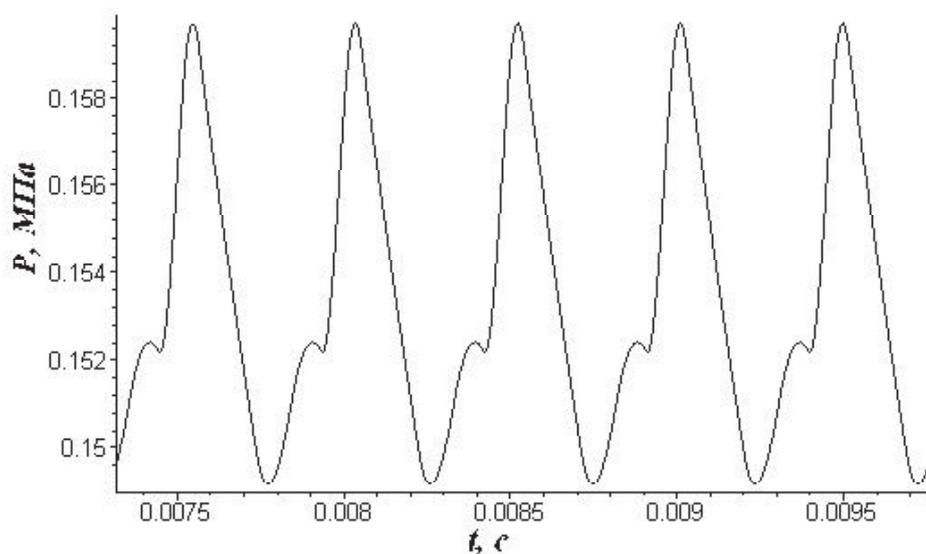


Рис. 5. Зависимости пульсации давления в полости за статором

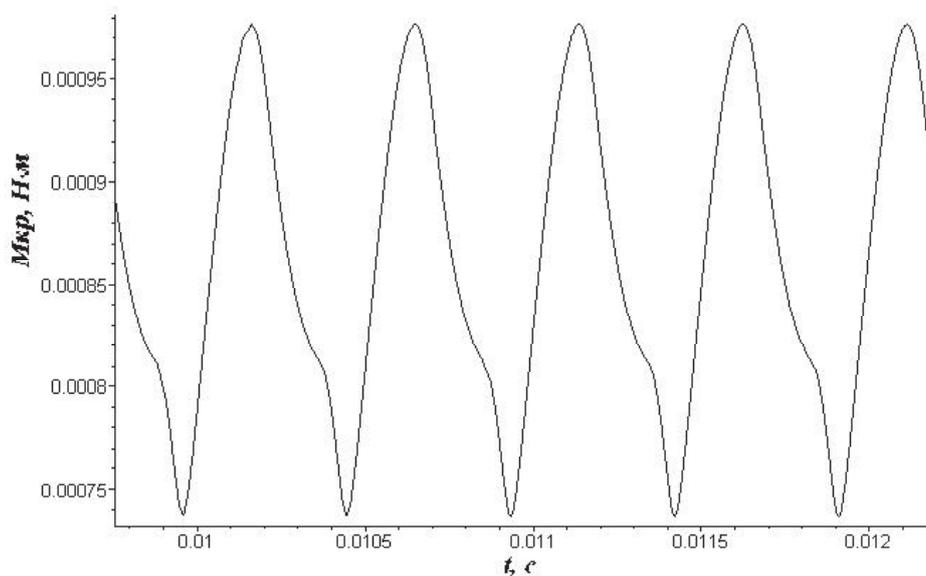


Рис. 6. Зависимость движущего момента от времени

ет открывать входное отверстие, сжатый воздух из магистрали поступает не только в камеру, в которой давление должно быть близким магистральному, но и в соседнюю, создавая “отрицательный” момент, действующий на соседнюю пластину в сторону, обратную движению мотора, поэтому в это время момент резко падает (рис. 6). Затем по мере увеличения объема при дальнейшем вращении ротора этот момент начинает расти. Падения момента повторяются периодически через угол β при прохождении каждой пластиной входного отверстия. Участки стабильного момента приходятся на периоды, когда

камера не сообщается ни с одним из отверстий. При соединении камеры с выхлопным отверстием момент вначале возрастает, когда сопротивление уменьшается, но затем по мере выхлопа сжатого воздуха из этой камеры значение момента резко уменьшается.

Таким образом, разработана математическая модель, позволяющая рассчитывать динамические характеристики пневматического инструмента с ротационным пневмоприводом. В результате расчета могут быть определены зависимости давления в камерах пневмодвигателя, работа, совершаемая пневмоприводом, движущий момент, пульсации

давления в камерах выхлопной системы РМИ. На базе разработанной модели можно учитывать влияние различных конструктивных параметров (объемов камер выхлопной системы, площади и длины соединительных каналов, угловых размеров впускных и выпускных отверстий) на момент, развиваемый гайковертом, и его акустические характеристики. На базе модели разработана программа расчета характеристик РМИ, используемая конструкторами инструментального производства АО «АвтоВАЗ». Данная разработка выполнена в рамках Программы сотрудничества СГАУ и АО «АвтоВАЗ».

Список литературы

1. Зеленецкий С. Б., Рябков Е. Д., Микеров А. Г. Ротационные пневматические двигатели. - Л.: Машиностроение (Ленинградское отделение), 1976.
2. Герц Е. В. Динамика пневматических систем машин. – М.: Машиностроение, 1985.
3. Герц Е.В. Пневматические приводы. Теория и расчет. - М.: Машиностроение, 1969.
4. Зиневич В. Д., Гешлин Л. А. Поршневые и шестеренные пневмодвигатели горно-шахтного оборудования. - М.: Недра, 1982.
5. Справочник по технической акустике / Пер. с нем. Под редакцией М. Хекла и Х. А. Мюллера. – Л.: Судостроение, 1980.

MATHEMATICAL MODELLING OF PRESSURE PULSATIONS AND NOISE OF A MANUAL MECHANIZED PNEUMATIC TOOL

© 2006 A. N. Krutchkov

Samara State Aerospace University

A mathematical model for analyzing dynamic characteristics of a manual mechanized pneumatic tool is developed. The model makes it possible to assess the influence of various design parameters on the acoustic characteristics and the torque created by the tool in operation at the stage of designing.