

УДК 629.78

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С УЧЁТОМ ВОЗДЕЙСТВИЯ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИСОЕДИНЁННЫХ ПАНЕЛЕЙ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ И АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МОМЕНТА

© 2015 В. Д. Еленев, **Б. А. Титов**, Е. И. Давыдов, И. Е. Давыдов,
А. Г. Кочян, В. В. Юдинцев

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

В статье представлен анализ динамики малого космического аппарата (МКА) с присоединёнными панелями солнечных батарей, обладающими в силу своей конструкции определённой степенью упругости. Сформирована математическая модель возмущённого движения космического аппарата на активном участке траектории, учитывающая упругость корпуса и наличие жидкого наполнения. При составлении модели, учитывая рассеяние энергии, получена конечномерная система уравнений возмущённого движения упругого МКА. Рассмотрены вопросы упругих колебаний конструкции, возникших после динамических операций, связанных с переориентацией МКА или с перестройкой отдельных его элементов, которые приводят к длительным переходным процессам в каналах управления. Проведены исследования на моделирующем комплексе по оценке влияния упругих колебаний конструкции МКА на точностные и динамические характеристики системы управления, такие как длительность переходного процесса и максимальная амплитуда колебаний измеренного значения угловой скорости МКА. Получены зависимости угловой скорости МКА от времени. Анализ полученных результатов показывает, что упругие колебания конструкции МКА существенно влияют на динамику аппарата в режимах закрутки. Отмечено, что наиболее критичными являются колебания в канале тангажа, где при номинальном положении панелей солнечных батарей наблюдаются колебания «из плоскости панели» и крутильные колебания относительно оси симметрии раскрытых створок панелей. Рассмотрено движение аппарата в процессе его отделения от аппарата-носителя с учётом воздействия малого аэродинамического момента.

Малый космический аппарат, динамика, отделение, упругие панели солнечных батарей, аэродинамический момент, управление, математическая модель движения.

doi: 10.18287/1998-6629-2015-14-1-25-35

Исследованию динамики и построению математических моделей упругих КА посвящены многочисленные работы отечественных и зарубежных авторов [1-12]. Можно констатировать, что к настоящему времени разработан целый ряд математических моделей движения упругих аппаратов, определяющих динамику последних на различных этапах полёта. Из отечественных работ следует назвать, прежде всего, монографию [5], где впервые систематически изложены задачи динамики упругих летательных аппаратов с автоматической системой управления. В [6] приводится конечномерная модель спутника с упругой штангой системы гравитационной стабилизации. В монографии [7] введены уравнения возмущённого движе-

ния космического аппарата на активном участке траектории, учитывающие упругость корпуса и наличие жидкого наполнения. Монографии [3] и [4] посвящены вопросам синтеза оптимального управления упругим КА, поведение которого моделируется в классе систем с распределёнными параметрами. В [11] используется гибридная система дифференциальных уравнений, где движение центрального абсолютного жёсткого тела аппарата описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, а поведение упругих элементов моделируется сплошной средой.

Большую группу составляют конечномерные модели упругих КА, формирующиеся на основе применения тех или

иных методов дискретизации сплошной среды с последующей редукцией модели до приемлемого уровня сложности [8,10,12,14]. При этом упругие элементы конструкции чаще всего схематизируются упругими стержнями (консольными балками), рамами и реже – панелями. Ниже излагается вывод математической модели движения упругого КА, выполненный на базе [13] и представленный в монографии [14].

Введём в рассмотрение следующие системы координат (рис. 1): $OXYZ$ – базовую систему координат (БСК), начало которой совпадает с центром масс аппарата; ось OX направлена по геоцентрическому радиусу-вектору центра масс МКА; ось OY направлена по касательной к траектории в сторону, противоположную направлению движения; ось OZ образует с осями OX и OY правую систему координат; $Oxyz$ – связанную систему координат (ССК), оси которой жёстко связаны с главными центральными осями инерции аппарата и в невозмущённом положении аппарата совпадают с осями БСК; $O_K\xi_K\eta_K\zeta_K$ ($K=1,2$) – локальные системы координат (ЛСК), начало которых находится в точках крепления панелей солнечных батарей (ПСБ) к центральному телу аппарата; ось $O_K\xi_K$ совпадает с продольной осью k -й недеформированной ПСБ (направление оси $O_1\xi_1$ совпадает с направлением оси OY при $\alpha_1 = \beta_1 = 0$, а направление оси $O_2\xi_2$ противоположно направлению оси OY при $\alpha_2 = \beta_2 = 0$, где α_K, β_K – углы разворота k -й панели соответственно по крену и тангажу); ось $O_K\eta_K$ перпендикулярна плоскости панели и для первой панели при $\alpha_1 = \beta_1 = 0$ направлена противоположно направлению оси OX , для второй панели направлена по направлению оси OX ; ось $O_1\zeta_1$ лежит в плоскости панели и образует с прямыми $O_1\xi_1$ и $O_1\eta_1$ правую систему координат; ось $O_2\zeta_2$ также лежит в плоскости панели, но с

осями $O_2\xi_2$ и $O_2\eta_2$ образует левую систему координат.

Положительное направление углов поворота ПСБ в плоскости тангажа (в плоскости OXY) β_K и в плоскости крена (вращение относительно продольной оси панели) α_K приведено на рис. 1.

Возмущённое движение МКА описывается линейными x, y, z и угловыми ψ, γ, ν вариациями перемещений.

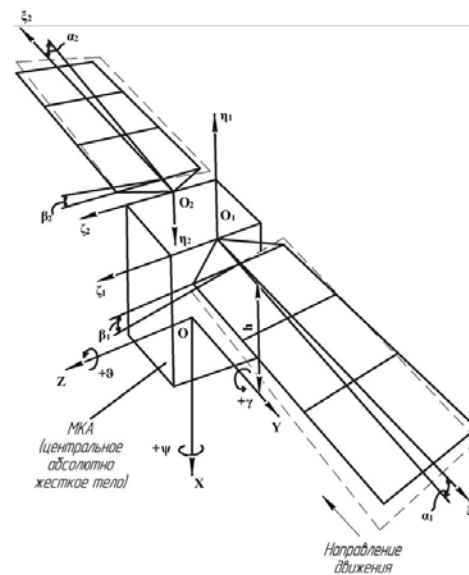


Рис. 1. Схематизация упругого МКА

При учёте колебаний упругодеформируемых ПСБ будем рассматривать следующие независимые друг от друга типы колебаний:

- изгибные колебания по нормали к недеформированной плоскости панели (в дальнейшем «колебания из плоскости панели»);
- изгибные колебания в плоскости панели (в дальнейшем «колебания в плоскости панели»);
- крутильные колебания панели относительно продольной оси $O_K\xi_K$ ($K=1,2$).

Используя формализм, представленный в [13], и учитывая рассеяние энергии, неизбежно сопровождающее реальный колебательный процесс, получим конечномерную систему уравнений возмущённого движения упругого МКА в следующем общем виде.

Уравнения сил:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} + \sum_{K=1}^2 \sum_{n=1}^N \left[(-1)^{K+1} a_{\zeta K}^n \ddot{q}_{\zeta K}^n \sin \alpha_K + (-1)^K a_{\eta K}^n \ddot{q}_{\eta K}^n \cos \alpha_K \right] \cos \beta_K &= F_x, \\ m\ddot{y} + \sum_{K=1}^2 \sum_{n=1}^N \left[(-1)^{K+1} a_{\zeta K}^n \ddot{q}_{\zeta K}^n \sin \alpha_K + (-1)^K a_{\zeta K}^n \ddot{q}_{\zeta K}^n \cos \alpha_K \right] \sin \beta_K &= F_y, \\ m\ddot{z} + \sum_{K=1}^2 \sum_{n=1}^N (-1)^{K+1} (a_{\zeta K}^n \ddot{q}_{\zeta K}^n \cos \alpha_K + a_{\eta K}^n \ddot{q}_{\eta K}^n \sin \alpha_K) &= F_z. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Уравнения моментов:

$$\left. \begin{aligned} J_x \ddot{\psi} + \sum_{K=1}^2 \sum_{n=1}^N \left[(ra_{\zeta K}^n + b_{\zeta K}^n \cos \beta_K) \ddot{q}_{\zeta K}^n \cos \alpha_K + (ra_{\eta K}^n + b_{\eta K}^n \cos \beta_K) \ddot{q}_{\eta K}^n \sin \alpha_K + \right. \\ \left. + (-1)^K a_{\zeta K}^n \ddot{q}_{\zeta K}^n \sin \beta_K \right] &= M_x, \\ J_y \ddot{\gamma} + \sum_{K=1}^2 \sum_{n=1}^N \left\{ (-1)^{K+1} (ha_{\zeta K}^n + b_{\zeta K}^n \sin \beta_K) \ddot{q}_{\zeta K}^n \cos \alpha_K + [(-1)^{K+1} ha_{\eta K}^n + b_{\eta K}^n \sin \beta_K] \ddot{q}_{\eta K}^n \sin \alpha_K + \right. \\ \left. + (-1)^{K+1} a_{\zeta K}^n \ddot{q}_{\zeta K}^n \cos \beta_K \right\} &= M_y, \\ J_z \ddot{\theta} + \sum_{K=1}^2 \sum_{n=1}^N \left\{ (-1)^K (ha_{\zeta K}^n \sin \beta_K - b_{\zeta K}^n - ra_{\zeta K}^n \cos \beta_K) \ddot{q}_{\zeta K}^n \sin \alpha_K - \right. \\ \left. - [(-1)^K ha_{\eta K}^n \sin \beta_K - b_{\eta K}^n - ra_{\zeta K}^n \cos \beta_K] \ddot{q}_{\eta K}^n \cos \alpha_K \right\} &= M_z. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Уравнение изгибных колебаний в плоскости ПСБ:

$$\begin{aligned} \mu_{\zeta K}^n \left[\ddot{q}_{\zeta K}^n + \delta_{\zeta K}^n \frac{\omega_{\zeta K}^n}{\pi} \dot{q}_{\zeta K}^n + (\omega_{\zeta K}^n)^2 q_{\zeta K}^n \right] + (-1)^{K+1} a_{\zeta K}^n \left[\ddot{z} \cos \alpha_K + (\ddot{x} \cos \beta_K + \ddot{y} \sin \beta_K) \sin \alpha_K \right] + \\ + (ra_{\zeta K}^n + b_{\zeta K}^n \cos \beta_K) \ddot{\psi} \cos \alpha_K + [(-1)^{K+1} ha_{\zeta K}^n + b_{\zeta K}^n \sin \beta_K] \ddot{\gamma} \cos \alpha_K + \\ + [(-1)^K ha_{\zeta K}^n \sin \beta_K - ra_{\zeta K}^n \cos \beta_K - b_{\zeta K}^n] \ddot{\theta} \sin \alpha_K = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение изгибных колебаний из плоскости ПСБ:

$$\begin{aligned} \mu_{\eta K}^n \left[\ddot{q}_{\eta K}^n + \delta_{\eta K}^n \frac{\omega_{\eta K}^n}{\pi} \dot{q}_{\eta K}^n + (\omega_{\eta K}^n)^2 q_{\eta K}^n \right] + (-1)^{K+1} a_{\eta K}^n \left[\ddot{z} \sin \alpha_K - (\ddot{x} \cos \beta_K + \ddot{y} \sin \beta_K) \cos \alpha_K \right] + \\ + (ra_{\eta K}^n + b_{\eta K}^n \cos \beta_K) \ddot{\psi} \sin \alpha_K + [(-1)^{K+1} ha_{\eta K}^n + b_{\eta K}^n \sin \beta_K] \ddot{\gamma} \cos \alpha_K + \\ + [(-1)^{K+1} ha_{\eta K}^n \sin \beta_K + ra_{\eta K}^n \cos \beta_K + b_{\eta K}^n] \ddot{\theta} \cos \alpha_K = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение крутильных колебаний:

$$\begin{aligned} i_{\zeta K}^n \left[\ddot{q}_{\zeta K}^n + \delta_{\zeta K}^n \frac{\omega_{\zeta K}^n}{\pi} \dot{q}_{\zeta K}^n + (\omega_{\zeta K}^n)^2 q_{\zeta K}^n \right] + (-1)^{K+1} a_{\zeta K}^n (\ddot{\gamma} \cos \beta_K - \ddot{\psi} \sin \beta_K) = 0; \\ K = 1, 2; \quad n = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (5)$$

В уравнениях (1) – (5) величины $\mu_{\zeta K}^n$, $\mu_{\eta K}^n$, $i_{\xi K}^n$ – соответственно приведённые массы изгибных в плоскостях $\zeta_K O_K \xi_K$ и $\eta_K O_K \xi_K$ и приведённый массовый момент; $\delta_{\zeta K}^n$, $\delta_{\eta K}^n$, $\delta_{\xi K}^n$ – логарифмические декременты изгибных и крутильных колебаний балки; $a_{\zeta K}^n$, $a_{\eta K}^n$, $a_{\xi K}^n$, $b_{\zeta K}^n$, $b_{\eta K}^n$ – коэффициенты инерционных связей.

Приведённые массы изгибных и приведённый массовый момент крутильных колебаний балки определяются следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} \mu_{\zeta K}^n &= \int_0^{l_K} m_K(\xi_K) [f_{\zeta K}^n(\xi_K)]^2 d\xi_K; \\ \mu_{\eta K}^n &= \int_0^{l_K} m_K(\xi_K) [f_{\eta K}^n(\xi_K)]^2 d\xi_K; \\ i_{\xi K}^n &= \int_0^{l_K} i_K(\xi_K) [f_{\xi K}^n(\xi_K)]^2 d\xi_K, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $i_K(\xi_K)$ – погонный массовый момент инерции балки относительно оси ξ_K .

Коэффициенты инерционных связей определяются следующими выражениями:
- по силовому воздействию

$$\left. \begin{aligned} a_{\zeta K}^n &= \int_0^{l_K} m_K(\xi_K) f_{\zeta K}^n(\xi_K) d\xi_K; \\ a_{\eta K}^n &= \int_0^{l_K} m_K(\xi_K) f_{\eta K}^n(\xi_K) d\xi_K; \\ a_{\xi K}^n &= \int_0^{l_K} i_K(\xi_K) f_{\xi K}^n(\xi_K) d\xi_K; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

- по моментному воздействию

$$\left. \begin{aligned} b_{\zeta K}^n &= \int_0^{l_K} m_K(\xi_K) f_{\zeta K}^n(\xi_K) \xi_K d\xi_K; \\ b_{\eta K}^n &= \int_0^{l_K} m_K(\xi_K) f_{\eta K}^n(\xi_K) \xi_K d\xi_K. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Полученная система уравнений (1) – (5) при фиксированном положении ПСБ относительно корпуса аппарата, т.е. при

$\alpha_K = \text{const}$ и $\beta_K = \text{const}$, $K = 1, 2$, представляет собой линейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. В противном случае, если динамика КА рассматривается в процессе перекладки ПСБ, система уравнений (1) – (5) будет существенно нелинейной и нестационарной.

В дальнейшем будет рассматриваться динамика упругого МКА только при фиксированном положении ПСБ.

Поскольку в информационных системах существенным оказывается именно угловое движение космического аппарата как источник помех, то далее будем рассматривать математическую модель упругого МКА в виде (2) – (5), пренебрегая при этом влиянием упругих перемещений центра масс на движение вокруг центра масс.

Кроме упругости конструкции на управление МКА оказывают влияние аэродинамические моменты (АДМ), действующие на аппарат на орбитальном участке полёта, относительно осей ССК. Для расчёта АДМ необходимо знать аэродинамические характеристики МКА.

Коэффициенты аэродинамических сил и моментов C_{x_6} , C_{y_6} , C_{z_6} , m_{x_6} , m_{y_6} , m_{z_6} рассчитываются в правой базовой ортогональной системе координат $O_B X_B Y_B Z_B$, а коэффициент силы лобового сопротивления C_{x_a} – в скоростной системе координат. Описание скоростной системы координат соответствует ГОСТ 20058-80. Коэффициенты аэродинамических сил и моментов определяются для полёта МКА при изменении углов атаки α_n и скольжения β .

Пространственный угол атаки α_n – угол между положительным направлением оси $O_B X_B$ и направлением вектора, противоположного вектору скорости набегающего потока, всегда является положительным.

Угол скольжения β – угол между положительным направлением оси $O_B Y_B$ и проекцией вектора, противоположного вектору скорости набегающего потока, на плоскость $O_B Y_B Z_B$. Угол β положителен,

если проекция указанного вектора на ось $O_B Z_B$ отрицательная.

Расчёт аэродинамических характеристик (АДХ) проведён методом Монте-Карло. При взаимодействии молекул газа с поверхностью МКА в программе расчёта использована схема отражения молекул.

Расчёт коэффициентов силы лобового сопротивления C_{x_a} проведён в соответствии с ГОСТ Р 25645.166-2004.

АДХ МКА отнесены к $S_{\text{мид}}=1,0 \text{ м}^2$ и $L=1,45 \text{ м}$. Принята линейная интерполяция АДХ МКА по α при $\beta=\text{const}$ и по β при $\alpha=\text{const}$. АДХ МКА рассчитаны в диапазоне изменения пространственного угла атаки α_n от нуля до плюс 180° с дискретностью 15° , для диапазона изменения угла скольжения β – от минус 180 до плюс 180° с дискретностью 15° .

Упругие колебания конструкции, возникшие после динамических операций, связанных с переориентацией МКА или с перестройкой отдельных его элементов, приводят к длительным переходным процессам в каналах управления.

В связи с этим в процессе проектирования МКА всё более актуальными становятся вопросы расчёта упругих колебаний корпуса МКА в процессе динамических операций и обеспечение совместности динамических свойств МКА с характеристиками системы управления.

Укрупнённая методика расчёта упругих колебаний корпуса МКА в процессе динамических операций, выполняемых в штатном режиме при орбитальном полёте МКА, выглядит следующим образом:

1. Формирование требований к штатным режимам работы системы управления.

2. Формирование модели, описывающей возмущённое движение МКА с учётом упругости конструкции.

3. Разработка программно-моделирующего комплекса для исследования влияния упругих колебаний конструкции МКА на точностные и динамические

характеристики системы управления.

Система управления МКА, как и система управления любого другого космического аппарата, должна обеспечивать:

- приведение аппарата в ориентированное в орбитальной или инерциальной системе координат положение;

- управление движением относительно центра масс отработкой программы управления угловым движением (ПУУД) в программной системе координат с целью обеспечения необходимых условий работы целевой аппаратуры.

Характеристики ПУУД:

- диапазон углов программных поворотов от -180 до 180° по всем каналам;

- максимальная угловая скорость вращения вокруг любой оси $0,5 \text{ }^\circ/\text{с}$;

- максимальное угловое ускорение вращения вокруг любой оси $0,01 \text{ }^\circ/\text{с}^2$.

ПУУД должна обрабатываться с погрешностью, не превышающей ($P=0,997$):

- а) по угловому положению – 10 угл.мин. по всем каналам;

- б) по угловой скорости – $0,005^\circ/\text{с}$ по всем каналам.

Конкретные значения приведённых характеристик могут отличаться в зависимости от характеристик целевой аппаратуры и МКА в целом. Для анализа динамики управляемого движения МКА, целью которого является определение точностных и расходных характеристик системы управления движением (СУД), достаточно ограничиться учётом нескольких младших мод колебаний, собственные частоты которых укладываются в полосу пропускания СУД.

Динамические характеристики (ДХ) МКА в упомянутом низкочастотном (от 0 до 12 Гц) диапазоне преимущественно определяются динамическими характеристиками панелей солнечных батарей. На этих частотах упругие деформации так называемого «жёсткого центра» (этим термином условно обозначаем МКА в целом за вычетом ПСБ) пренебрежимо малы и его движение полностью определяется

движением одной его произвольной точки P_{Σ} .

Номинальные значения ДХ МКА для $N_m = 8$ приведены в табл. 1. В качестве p_{Σ} избрано начало базовой системы координат. Векторы собственных форм колебаний даны в проекциях на оси БСК и

соответственно p_{Σ} и M_{Σ} также должны быть заданы в БСК.

Значения коэффициентов демпфирования определяются выражением $\varepsilon_i = \frac{\omega_i - \delta_i}{\pi}$ в предположении, что логарифмические декременты колебаний равны 0,02 ... 0,04 на всех частотах.

Таблица 1. Динамические характеристики МКА

№ моды, i	Параметры							
	$\lambda_i, Гц$	ω_i, c^{-1}	f_{i_x}	f_{i_y}	f_{i_z}	φ_{i_x}, M^{-1}	φ_{i_y}, M^{-1}	φ_{i_z}, M^{-1}
1	1,2896	8,1026	2,6620E-05	2,1341E-03	4,6622E-10	-6,9843E-07	2,6659E-09	5,4585E-02
2	1,4694	9,2325	-1,7324E-01	6,1543E-07	-2,0687E-06	8,5572E-11	-2,7834E-05	1,5760E-05
3	2,9583	18,5875	8,0635E-09	-2,0806E-06	1,6789E-08	1,6119E-04	2,2365E-10	-2,9604E-05
4	3,0160	18,9503	-1,7648E-04	-1,8460E-0010	1,2821E-03	2,1506E-07	-2,0386E-02	5,6193E-09
5	5,3589	33,6710	7,1761E-07	5,4609E-04	9,5116E-11	-1,4673E-05	-1,4254E-09	1,9894E-02
6	7,8122	49,0855	2,3357E-01	-3,3902E-07	1,0026E-04	2,4592E-09	1,7743E-05	-8,8529E-06
7	10,0174	62,9411	-2,6130E-08	6,7567E-06	-6,4110E-08	-1,0706E-003	-2,3677E-08	3,7641E-05
8	10,0449	63,1138	6,8500E-04	-1,3506E-09	3,0030E-03	1,0980E-07	-7,7657E-03	-2,5541E-08

Разбросы значений параметров из табл. 1 рекомендуется принимать взаимно независимыми из диапазона $\pm 10\%$.

В результате проведенных на моделирующем комплексе исследований влияния упругих колебаний конструкции МКА на точностные и динамические характеристики СУД (анализ длительности переходного процесса и максимальной амплитуды колебаний измеренного значения угловой скорости МКА) получены зависимости угловой скорости от времени для двух вариантов:

1. Набор угловой скорости в течение 1 секунды с максимальным значением модуля углового ускорения ($\varepsilon_{\max} = 0,01^\circ/c^2$) и обнуление управляющего воздействия, подаваемого на управляющие двигатели-маховики, по прошествии заданного времени (рис. 2–5).

2. Набор угловой скорости в течение 7 секунд с максимальным значением мо-

дуля углового ускорения ($\varepsilon_{\max} = 0,01^\circ/c^2$) и обнуление управляющего воздействия, подаваемого на управляющие двигатели-маховики, по прошествии заданного времени (рис. 6–9).

Анализ полученных результатов показывает, что упругие колебания конструкции МКА существенно влияют на динамику аппарата в режимах закрутки. Наиболее критичными являются колебания в канале тангажа, где при номинальном положении панелей солнечных батарей наблюдаются колебания «из плоскости панели» и крутильные колебания относительно оси симметрии раскрытых створок панелей. Выявленные эффекты указывают на необходимость принудительного демпфирования упругих колебаний конструкции ПСБ путём, например, установки пассивных демпфирующих устройств в узлах крепления панелей к корпусу МКА.

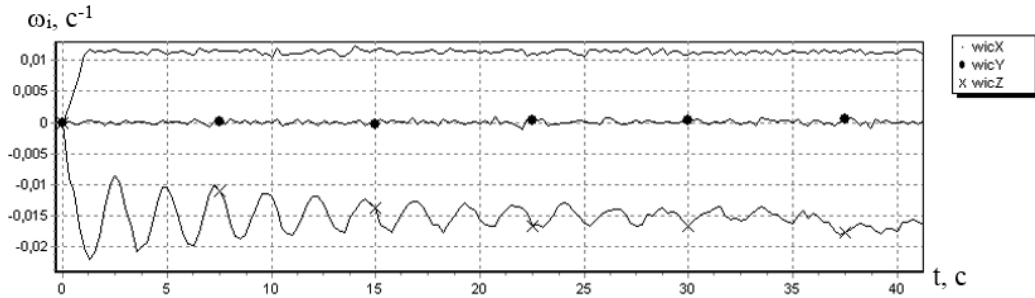


Рис. 2. Угловая скорость движения МКА при задании ускорения в канале крена

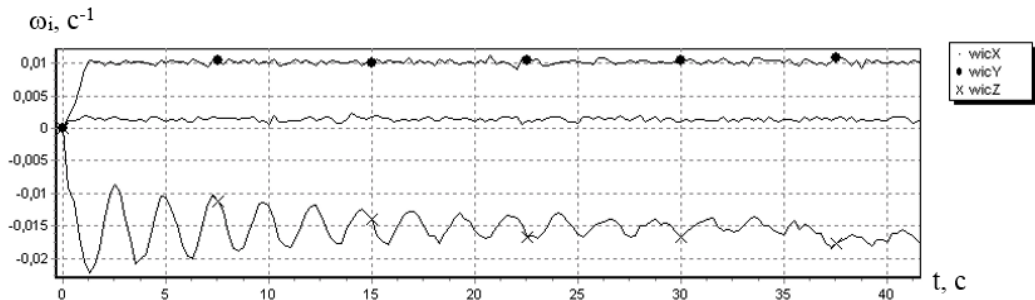


Рис. 3. Угловая скорость движения МКА при задании ускорения в канале рыскания

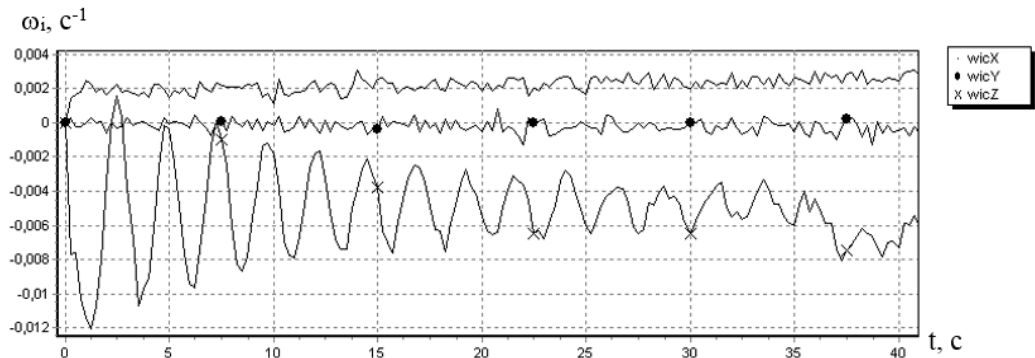


Рис. 4. Угловая скорость движения МКА при задании ускорения в канале тангажа

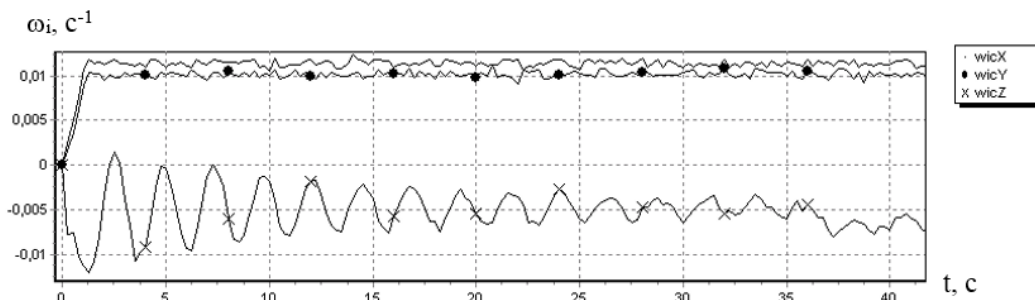


Рис. 5. Угловая скорость движения МКА при задании ускорения в каналах крена, рыскания и тангажа

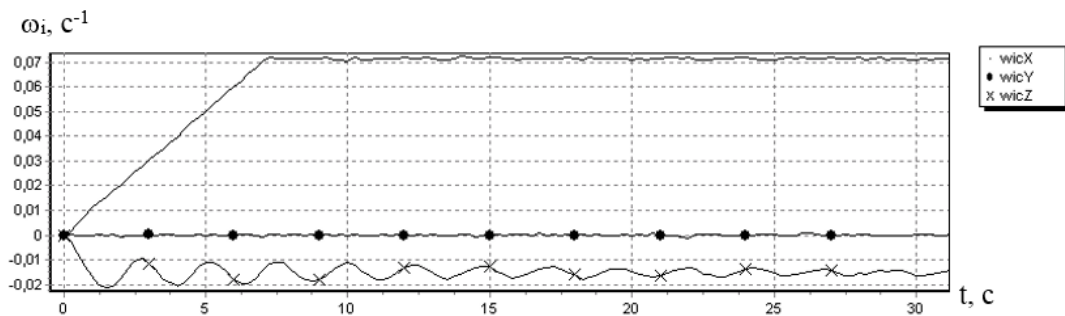


Рис. 6. Угловая скорость движения МКА при задании ускорения в канале крена

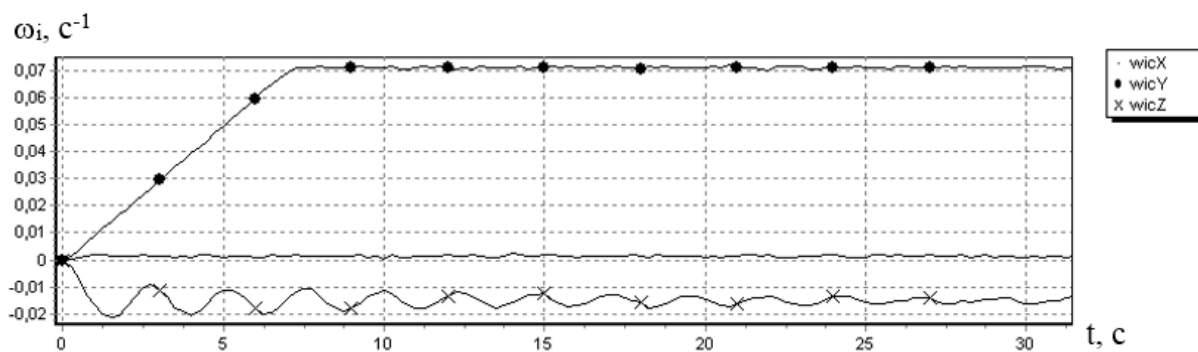


Рис. 7. Угловая скорость движения МКА при задании ускорения в канале рыскания

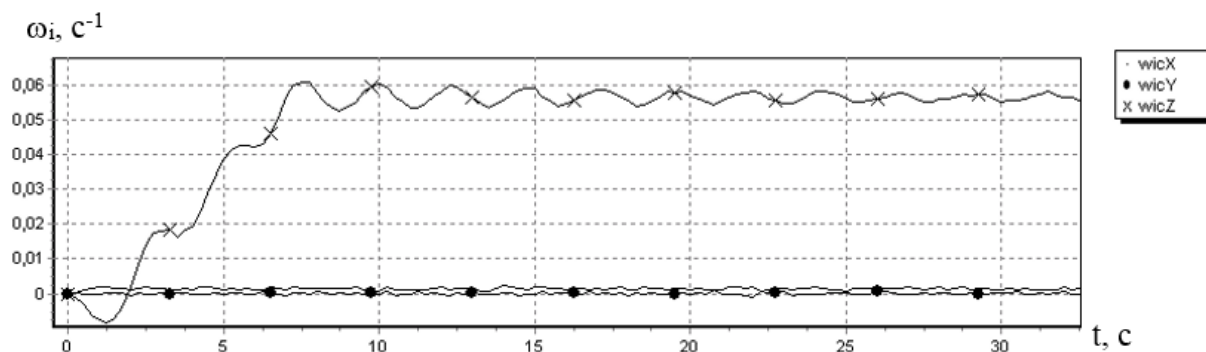


Рис. 8. Угловая скорость движения МКА при задании ускорения в канале тангажа

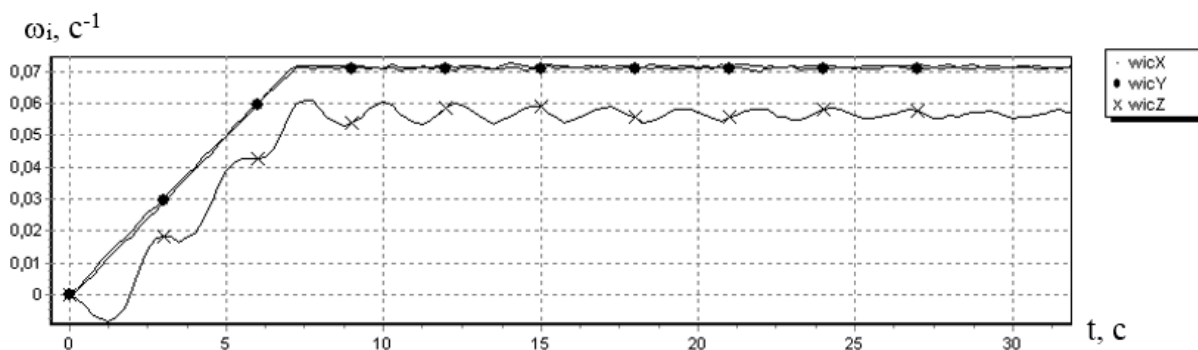


Рис. 9. Угловая скорость движения МКА при задании ускорения в каналах крена, рыскания и тангажа

Библиографический список

1. Aslanov V., Kruglov G., Yudin V. Newton–Euler equations of multibody systems with changing structures for space applications // Acta Astronautica. 2011. V. 68, no. 11-12. P. 2080–2087. doi: 10.1016/j.actaastro.2010.11.013
2. Круглов Г.Е. Аналитическое проектирование механических систем. Самара: изд-во Самар. госуд. аэрокосм. ун-та, 2001. 131 с.
3. Дяттерёв Г.Л., Сиразетдинов Т.К. Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами. М.: Машиностроение, 1986. 215 с.
4. Докучаев Л.В. Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. М.: Машиностроение, 1987. 231 с.
5. Колесников К.С., Сухов В.Н. Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления. М.: Машиностроение, 1974. 267 с.
6. Миревич Л., Квинн Р.Д. Уравнения движения маневрирующего космического аппарата нежёсткой конструкции // Аэрокосмическая техника. 1988. № 5. С. 82–96.

7. Синяков А.Н. Системы управления упругими подвижными объектами. Л.: ЛГУ, 1981. 196 с.

8. Титов Б.А., Вьюжанин В.А., Дмитриев В.В. Формирование динамических свойств упругих космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1995. 304 с.

9. Черноусько Ф.Л. О движении твёрдого тела с упругими и диссипативными элементами//Прикладная математика и механика. 1978. Т. 42, № 1. С. 34-42.

10. Ibrahim A.M., Modi V.J. A formulation for studying dynamics of N connected flexible deployable members // Acta Astronautica 1987. No. 16, Iss. C. P. 151-164. doi: 10.1016/0094-5765(87)90103-2

11. Meirovich L., Norris M.A. Control of distributed structures with small nonproportional damping // AIAA Guid., Navig. and Contr. Conf., Monterey, Calif., Aug. 17-19, 1987. Collect. Techn. Pap. V. 1. New York, N. Y., 1987. P. 99-105.

12. Ohkami Y., Okamoto O., Kida T., Yamaguchi I. Dynamics formulation and simulation of multibody space structures // IAF Pap. 1986. No. 238. P. 1-7.

13. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.

14. Титов Б.А. Модальный подход в динамике упругих космических аппаратов и ракет-носителей. М.: Машиностроение, 2014. 310 с.

Информация об авторах

Еленев Валерий Дмитриевич, доктор технических наук, профессор кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: astra@ssau.ru. Область научных интересов: автоматизация проектирования летательных аппаратов

Титов Борис Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: разработка методологических основ моделирования и оптимизации мультимодальных транспортных процессов.

Давыдов Евгений Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов.

Давыдов Игорь Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: dinpol@ssau.ru. Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов.

Кочян Антонина Грачевна, кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: antonina.kochyan@gmail.com. Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов.

Юдинцев Вадим Вячеславович, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: yudintsev@classmech.ru. Область научных интересов: динамика твёрдого тела, динамика систем тел, хаотическая динамика, динамика космических тросовых систем.

RESEARCH OF SMALL SPACECRAFT DYNAMICS TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF ELASTIC VIBRATIONS OF ADJACENT SOLAR PANELS AND AERODYNAMIC MOMENT

© 2015 V. D. Yelenev, B. A. Titov, E. I. Davydov, I. E. Davydov,
A. G. Kochyan, V. V. Yudintsev

Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

The article presents the analysis of the dynamics of small spacecraft (SS) with affixed solar panels which have a certain degree of elasticity due to their construction. A mathematical model of spacecraft disturbed motion during the boost phase is formed which takes into account the body elasticity and the presence of liquid filling. A finite-dimensional system of equations of SS elastic disturbed motion is formed in the process of constructing the model taking into account power dissipation. The issues of elastic vibrations that appear after the dynamic operations connected with SS re-orientation or reconstruction of some of its elements are discussed. Research has been conducted using a modeling complex to estimate the influence of elastic vibrations of the SS structure on the precision and dynamic characteristics of the control system such as the analysis of transition process duration and maximum amplitude of variations of the measured value of SS angular velocity. Dependences of SS angular speed on time have been obtained. The analysis of the results obtained shows that elastic vibrations of the SS structure have a strong impact on spacecraft dynamics in the spinning mode. It is noted that the vibrations in the pitch channel are the most crucial, it is there that vibrations “out of the panel plane” and twist modes relative to the symmetry axis of opened panel flaps take place in the nominal position of solar panels. Moreover, spacecraft motion during the process of its separation from the space rocket is discussed taking into account the influence of small aerodynamic moment.

Small spacecraft, dynamics, separation, elastic solar panels, aerodynamic moment, control, mathematical model of motion.

References

1. Aslanov V., Kruglov G., Yudintsev V. Newton–Eulerequations of multibody systems with changing structures for space applications. *Acta Astronautica*. 2011. V. 68, no. 11-12. P. 2080–2087. doi: 10.1016/j.actaastro.2010.11.013
2. Kruglov G.E. *Analiticheskoe proektirovanie mekhanicheskikh sistem* [Analytical design of mechanical systems]. Samara: Samara state aerospace university Publ., 2001. 131 p.
3. Dyagterev G.L., Sirazetdinov T.K. *Teoreticheskie osnovy optimalnogo upravleniya uprugimi kosmicheskimi apparatami* [Theoretical foundations of optimum control of flexible spacecraft]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1986. 215 p.
4. Dokuchaev L.V. *Nelineinaya dinamika letatelnykh apparatov s deformiruemymi elementami* [Non-linear dynamics of aircraft with deformable elements]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1987. 231 p.
5. Kolesnikov K.S., Suhov V.N. *Uprugii letatelnyi apparat kak objekt avtomaticheskogo upravleniya* [Flexible aircraft as an object of automatic control]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1974. 267 p.
6. Mirovich L., Kvinn R.D. [Motion equations of non-rigid maneuvering spacecraft] *Aerokosmicheskaya tekhnika*. 1988. N. 5. P. 82-96. (In Russ.)
7. Sinyakov A.N. *Sistemy upravleniya uprugimi podvizhnymi objektami* [Control systems of flexible mobile objects]. Leningrad: Pushkin Leningrad State University Publ., 1981. 196 p.
8. Titov B.A., V'iuzhanin V.A., Dmitriev V.V. *Formirovanie dinamicheskikh svoystv uprugikh kosmicheskikh apparatov* [Formation of dynamic properties of flexible spacecraft]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1995. 304 p.
9. Chernous'ko F.L. On the motion of a solid body with elastic and dissipative elements. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1978. V. 42, Iss. 1. P. 32-41. doi: 10.1016/0021-8928(78)90086-2

10. Ibrahim A.M., Modi V.J. A formulation for studying dynamics of N connected flexible deployable members. *Acta Astronautica*. 1987. No. 16, Iss. C. P. 151-164. doi: 10.1016/0094-5765(87)90103-2

11. Meirovich L., Norris M.A. Control of distributed structures with small nonproportional damping. *AIAA Guid., Navig. and Contr. Conf., Monterey, Calif., Aug. 17-19, 1987*. Collect. Techn. Pap. V. 1. New York, N. Y., 1987. P.99-105.

12. Ohkami Y., Okamoto O., Kida T., Yamaguchi I. Dynamics formulation and

simulation of multibody space structures. *IAF Pap.* 1986. No. 238. P. 1-7.

13. Lur'e A.I. *Analiticheskaya mekhanika* [Analytical mechanics]. Moscow: Fizmatgiz Publ., 1961. 824 p.

14. Titov B.A. *Modal'nyi podkhod v dinamike uprugikh kosmicheskikh apparatov I raket-nositelei* [Modal approach to the dynamics of flexible spacecraft and carrier rockets]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 2014. 310 p.

About the authors

Yelenev Valerii Dmitrievich, Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Space Engineering, Samara State Aerospace University, Russian Federation. E-mail: astra@ssau.ru. Area of Research: automation of aircraft designing.

Titov Boris Alexandrovich, Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of the Department of Traffic Organization and Management in Transport, Samara State Aerospace University, Russian Federation. E-mail: proftitov@mail.ru. Area of Research: development of methodological principles of modeling and optimization of multimodal transport processes.

Davydov Evgenii Ivanovich, Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Space Engineering, Samara State Aerospace University, Russian Federation. Area of Research: dynamics and control of aircraft propulsion.

Davydov Igor Evgenyevich, Candidate of Science (Engineering), Associate Pro-

fessor of the Department of Space Engineering, Samara State Aerospace University, Russian Federation. E-mail: dinpol@ssau.ru. Area of Research: dynamics and control of aircraft propulsion.

Kotchyan, Antonina Gratchevna, Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Space Engineering, Samara State Aerospace University, Russian Federation. E-mail: antonina.kochyan@gmail.com. Area of Research: dynamics and control of aircraft propulsion.

Yudintsev Vadim Vyacheslavovich, Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Samara State Aerospace University, Russian Federation. E-mail: yudintsev@classmech.ru. Area of Research: rigid-body dynamics, dynamics of body systems, chaotic dynamics, dynamics of space tether systems.