

УДК 621.45.026.8

## ФОРМИРОВАНИЕ РАЗБРОСА РЕЗОНАНСНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В РАБОЧИХ КОЛЁСАХ С НЕИДЕНТИЧНЫМИ ЛОПАТКАМИ И СЛАБОЙ СВЯЗАННОСТЬЮ КОЛЕБАНИЙ

©2014 А.И. Ермаков<sup>1</sup>, А.В. Урлапкин<sup>1</sup>, Д.Г. Федорченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup>ОАО «Металлист-Самара»

Рассмотрены вынужденные колебания рабочих колёс с неидентичными лопатками и слабой связанностью колебаний на примере модельного рабочего колеса. Показано, что такие колёса в отдельных частотных диапазонах утрачивают основные признаки, свойственные системам с малым отклонением от поворотной симметрии. Это приводит к качественному изменению характера их колебаний от действия возбуждающих гармоник. Иным становится механизм формирования в них разброса резонансных напряжений. Установлено, что результирующие колебания в колёсах с расстройкой и слабой связанностью являются суперпозицией колебаний по нескольким последовательно возбуждаемым формам одного семейства, число которых может доходить до числа, ограниченного порядком симметрии системы, происходящих в частотном диапазоне, зависящем от точности изготовления лопаток.

*Модельное рабочее колесо, гармонический анализ, бегущие волны, расстройка, связанность колебаний, искажение форм.*

Рабочие колёса газотурбинных двигателей (ГТД) номинально представляют собой упругие системы, обладающие поворотной симметрией с порядком  $S$ , равным числу лопаток. В их реальных конструкциях из-за наличия в производстве допусков на изготовление данная симметрия нарушается. Общепринято считать, что отмеченное нарушение является малым, даже если расстройка парциальных собственных частот колебаний лопаток по первой изгибной форме составляет значительную величину. При малом отклонении от поворотной симметрии резонанс в рабочих колёсах реализуется в виде суперпозиции колебаний по парным формам с расщепившимися кратными частотами [1, 2]. Это приводит к тому, что максимальные динамические напряжения, определяемые в сходственных точках лопаток, могут существенно отличаться (разброс резонансных напряжений) и достигаются на различных угловых скоростях вращения ротора.

Расчётные исследования позволили выявить существование сильного искажения собственных форм у натуральных рабочих колёс при наличии у последних сла-

бой связанности колебаний лопаток. Искажённая собственная форма одного из колёс компрессора двигателя НК-12 приведена на рис. 1. На рисунке:  $\bar{q}_\Sigma$  – суммарная амплитуда линейных смещений в направлении оси модельного колеса;  $N$  – номер лопатки; цифры на графике соответствуют значениям некоторых собственных парциальных частот лопаток.

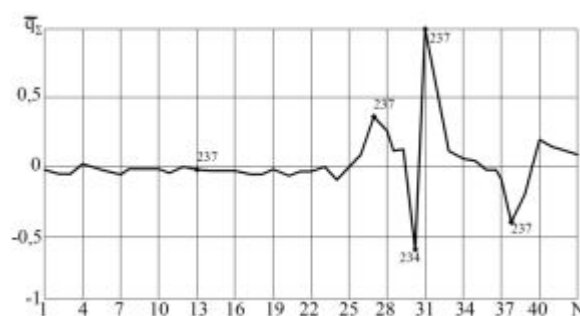


Рис. 1. Форма колебаний рабочего колеса 4-ой ступени компрессора двигателя НК-12

При колебаниях по данной форме существенные относительные амплитуды имеют лишь несколько лопаток из общего числа, максимальные смещения остальных из них имеют значительно меньшую величину. Собственные формы рабочих

колёс, имеющие такую степень искажения, названы локализованными. Локализованные формы нельзя характеризовать числом узловых диаметров. Они не являются ортогональными ни к одной из возбуждающих гармоник. Их наличие приводит к качественному изменению вынужденных колебаний рабочих колёс в частотных диапазонах, где такие формы существуют. Исследование данного вопроса является целью настоящей работы.

Исследования выполнялись на модельном рабочем колесе, описанном в [3]. При проведении исследований изменение связанности колебаний лопаток осуществлялось за счёт увеличения толщины диска  $h$ . Возбуждение колебаний в модельном колесе выполнялось нагрузкой в виде сосредоточенных по сходственным узлам сил, совершающих гармонические колебания. Амплитуды и фазы колебаний сил задавались такими, что в целом нагрузка представляла собой цепь  $m_b$  назад бегущих волн.

Изменение толщины диска позволило в широких пределах варьировать связанностью колебаний лопаток вплоть до её практического исчезновения [3]. Точно установлено, что связанность колебаний существенно влияет на искажение собственных форм. С уменьшением связанности оно нарастает. Сильно искажённые формы в качестве составляющих содержат практически все разрешённые порядком симметрии гармоники, амплитуды которых сопоставимы по величине. Такие формы в общем случае не являются ортогональными ни к одной из возбуждающих гармоник. Поэтому колебания по ним рабочего колеса могут происходить от действия любой из таких возбуждающих гармоник.

На рис. 2 показано распределение относительных максимальных амплитуд напряжений ( $\bar{\sigma}$ ) при возбуждении колебаний исходной конструкции 3-ей гармоникой. Цифры на рисунке соответствуют тем частотам, на которых у каждой из лопаток была достигнута максимальная амплитуда колебаний.

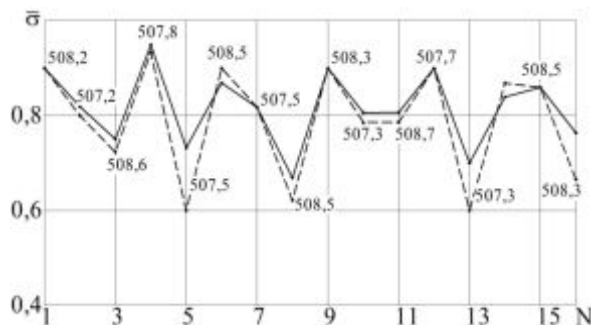


Рис. 2. Разброс резонансных напряжений, возникающий от действия на исходную модель 3-ей возбуждающей гармоники

Из анализа приведённых на рисунке данных следует, что частотный диапазон, в котором достигаются максимальные амплитуды напряжений на каждой из лопаток, составляет 1,4 Гц.

Так как одна из парных форм с тремя узловыми диаметрами обладает частотой  $f_3^{(1)} = 507,3$  Гц, а другая -  $f_3^{(2)} = 508,7$  Гц, то в данном случае частотный диапазон полностью определяется суперпозицией парных форм. Пунктиром на рисунке приведено распределение резонансных напряжений, полученное с помощью коэффициента динамичности, который использовался для определения амплитуд напряжений при колебаниях по каждой из парных форм. Было принято, что искажённые парные формы возбуждаются с одинаковыми максимальными амплитудами и со сдвигом фаз во времени на четверть периода. Это позволило искать суперпозицию колебаний парных форм в виде

$$\bar{\sigma}_{\Sigma k} = \lambda_0 \sqrt{\left[ 1 - \left( \frac{p}{p_m^{(1)}} \right)^2 \right]^2 + \frac{\delta^2}{\pi^2} \left( \frac{p}{p_m^{(1)}} \right)^2} \sigma_k^{(1)} \cos(pt - \gamma^{(1)}) + \lambda_0 \sqrt{\left[ 1 - \left( \frac{p}{p_m^{(2)}} \right)^2 \right]^2 + \frac{\delta^2}{\pi^2} \left( \frac{p}{p_m^{(2)}} \right)^2} \sigma_k^{(2)} \sin(pt - \gamma^{(2)}), \quad (1)$$

$$\text{где } \gamma^{(1)} = \arctg\left(\frac{\delta}{\pi}\right)^2 \frac{1}{1 - \left(p/p_m^{(1)}\right)^2};$$

$$\gamma^{(2)} = \arctg\left(\frac{\delta}{\pi}\right)^2 \frac{1}{1 - \left(p/p_m^{(2)}\right)^2};$$

$\lambda_0$  - коэффициент, определяющий уровень возбуждения парных форм. Его величина определялась из условия, что максимальные суммарные напряжения  $\tilde{\sigma}_{\Sigma kmax}$  в лопаточном венце равны единице;

$\sigma_k^{(1)}, \sigma_k^{(2)}$  - амплитуды напряжений на k-ой лопатке при колебаниях по парным формам;

$\delta$  - логарифмический декремент колебаний;

$p_m^{(1)}, p_m^{(2)}$  - собственные частоты колебаний парных форм.

Выражение (1) учитывает возбуждение  $m_b$ -ой гармоникой только парных форм. Из рис. 2 видно достаточно хорошее совпадение распределения амплитуд резонансных напряжений, рассчитанных обоими способами.

При возбуждении 3-ей гармоникой модельного колеса с толщиной диска  $h=14$  мм максимальные амплитуды напряжений достигаются в более широком резонансном диапазоне, чем тот, который определяется собственными частотами соответствующих парных форм. Распределение резонансных амплитуд напряжений для этого случая приведено на рис. 3.

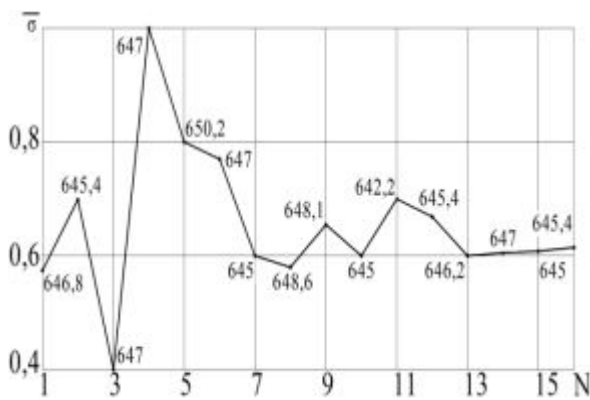


Рис. 3. Разброс резонансных напряжений, возникающий от действия на модель с толщиной диска  $h = 14$  мм 3-ей возбуждающей гармоники

Собственные частоты парных форм составляют соответственно  $f_3^{(1)} = 645$  Гц

и  $f_3^{(2)} = 648$  Гц. Отмеченное расширение

произошло из-за лопатки под номером 5, на которой максимальные динамические напряжения были достигнуты на частоте 650,2 Гц. Объяснить полученный результат можно после рассмотрения одной из форм с числом узловых диаметров  $m = 4$ , имеющей наименьшую собственную частоту. Она значительно искажена и не является ортогональной к 3-ей гармонике. В частности, из её разложения в ряд Фурье видно, что амплитуда составляющей гармоники с  $m = 3$  в ней существенна. Кроме того, форма с  $m = 4$  имеет на 5-ой лопатке почти максимальную амплитуду колебаний. Всё это привело к тому, что уменьшение амплитуды колебаний 5-ой лопатки после прохождения резонансной частоты  $f_3^{(2)}$  компенсировалось её ростом из-за приближения к резонансной частоте  $f_4^{(1)}$ .

В результате уменьшение амплитуды суммарных колебаний 5-ой лопатки началось только после прохождения частоты  $f=650,2$  Гц. Таким образом, расширение резонансного диапазона произошло за счёт возбуждения 3-ей гармоникой колебаний по форме с  $m=4$ .

При воздействии на модельное колесо с толщиной диска  $h=14$  мм шестой возбуждающей гармоникой резонансный диапазон частот, в котором у лопаток достигаются максимальные динамические напряжения, составляет 19 Гц. Располагаясь на частотах 658...677 Гц, он связан с суперпозицией 9 форм ( $m=4...8$ ). Их собственные частоты приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Собственные частоты колебаний модели с толщиной диска 14 мм

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f_m^{(1)}$	606,0	592,4	612,0	645,0	657,1	663,5	667,4	672,2	677,0
$f_m^{(2)}$	-	597,0	615,8	648,0	660,0	665,6	669,9	676,4	-

Следует отметить, что для сильно искажённых форм число узловых диаметров является условным понятием. Оно даётся для наименования формы и указывает лишь на ту форму исходной конструкции, из которой она трансформировалась при уменьшении связанности колебаний. Распределение максимальных амплитуд напряжений показано на рис. 4. На этом же рисунке пунктиром нанесено распределение максимальных напряжений, полученное с помощью выражения (1). Из сравнения приведённых распределений видно, как они сильно отличаются.

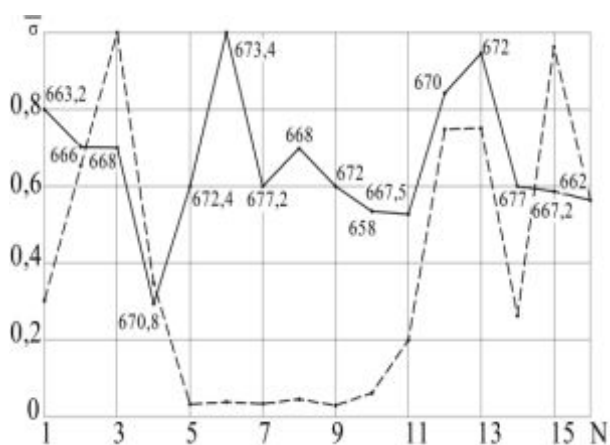


Рис. 4. Разброс резонансных напряжений, возникающий от действия на модель с толщиной диска  $h = 14$  мм 6-ой возбуждающей гармоникой

Если связанность уменьшить ещё больше, например, сделать толщину диска  $h=28$  мм, то, как показали расчётные исследования, начиная с воздействия на колесо уже 4-ой возбуждающей гармоникой, резонансный диапазон формируется в результате суперпозиции всех 16 низших форм с  $m$  от 0 до 8.

Таким образом, при наличии слабой связанности резонанс рабочего колеса от действия любой возбуждающей гармоники происходит в некотором частотном диапазоне, в котором эта гармоника примерно в равной степени вызывает колебания по целой группе форм одного семейства. Ширина резонансного диапазона зависит от точности изготовления лопаток и может быть значительной. Соответственно меняется и механизм формирования разброса резонансных напряжений. Разброс в этом случае становится результатом суперпозиции колебаний большой группы последовательно возбуждаемых локализованных форм, вне зависимости от близости их собственных частот.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Российской Федерации (Минобрнауки) на основании Постановления правительства РФ №218 от 09.04.2010.

### Библиографический список

1. Иванов В.П. Колебания рабочих колёс турбомашин. М.: Машиностроение, 1983. 224 с.
2. Tobias S.A., Arnold R.N. The influence of dynamical imperfection on the vibration of rotating disks // Proceedings of the Institution of the mechanical engineers, 1957. 30 p.
3. Ермаков А.И., Урлапкин А.В., Федорченко Д.Г. Влияние связанности колебаний на собственные формы рабочего колеса с неидентичными лопатками // Вестник Самарского государственного аэрокосмического ун-та. 2014. № 5(47), ч. 3. С. 77-82.

### Информация об авторах

**Ермаков Александр Иванович**, доктор технических наук, профессор, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: [fdla@ssau.ru](mailto:fdla@ssau.ru). Область научных интересов: статическая и динамическая прочность турбомашин.

**Урлапкин Александр Викторович**, инженер отраслевой научно-исследовательской лаборатории «Вибрационная прочность и надёжность авиационных изделий», Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: [urapkin@ssau.ru](mailto:urapkin@ssau.ru).

mail:[urlapkin@gmail.com](mailto:urlapkin@gmail.com). Область научных интересов: статическая и динамическая прочность турбомашин.

**Федорченко Дмитрий Геннадьевич**, кандидат технических наук, доцент,

главный конструктор, ОАО «Металлист-Самара». Область научных интересов: статическая и динамическая прочность турбомашин.

## **FORMATION OF SPREAD IN RESONANCE STRESSES IN BLADED DISKS WITH NON-IDENTICAL BLADES AND LOOSE VIBRATION CONNECTEDNESS**

©2014 A.I. Ermakov<sup>1</sup>, A.V. Urlapkin<sup>1</sup>, D.G. Fedorchenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

<sup>2</sup>Joint-Stock Company «Metallist-Samara», Samara, Russian Federation

The paper discusses the forced vibrations of mistuned bladed disks and loose vibration connectedness on the example of the model disk. It is shown that such wheels in separate frequency bands are losing the main features characteristic of systems with a small deviation from rotational symmetry. This leads to a qualitative change in the nature of their oscillations about the exciting harmonics. Otherwise becomes a mechanism for the formation of these scatter resonant stresses. It is found that the resulting vibrations in the bladed disks with a mistuning and loose vibration connectedness are a superposition of vibrations in several successively excited forms one family, the number of which may be up to a number of limited order of symmetry of the system occurring in the frequency range, depending on the accuracy of the blades.

*Model bladed disk, harmonic analysis, moving wave, mistuning, oscillation connectedness, eigenvalue distortion.*

### **References**

1. Ivanov V.P. Kolebaniya rabochikh koles turbomashin [Vibrations of Bladed Disks in Turbomachinery]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1983. 224 p.
2. Tobias S.A., Arnold R.N. The influence of dynamical imperfection on the vibration of rotating disks // Proceedings of the Institution of the mechanical engineers, 1957. 30 p.
3. Ermakov A.I., Urlapkin A.V., Fedorchenko D.G. Influence of vibration connectedness on eigenvalues of bladed disks with non-identical blades // Vestnik of the Samara State Aerospace University. 2014. No. 5(47), part 3. P. 77-82. (In Russ.)

### **About the authors**

**Ermakov Aleksandr Ivanovich**, Doctor of Science (Engineering), Professor, Samara State Aerospace University. E-mail: [fdla@ssau.ru](mailto:fdla@ssau.ru). Area of Research: static and dynamic strength of turbomachinery.

**Urlapkin Aleksandr Viktorovich**, engineer of sectoral research laboratory "Vibration resistance and reliability of aeronautical products", Samara State Aerospace Universi-

ty. E-mail: [urlapkin@gmail.com](mailto:urlapkin@gmail.com). Area of Research: static and dynamic strength of turbomachinery.

**Fedorchenko Dmitriy Gennadevich**, Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, chief designer of JSC «Metallist-Samara». Area of Research: static and dynamic strength of Turbomachinery.