

## МЕТОД ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ ОРБИТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ КОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НАБЛЮДЕНИЯ

© 2006 В. Д. Еленев, А. А. Панков

Самарский государственный аэрокосмический университет

Предложен метод решения задачи выбора параметров орбитальной структуры космической системы наблюдения (КСН), состоящей из нескольких космических аппаратов (КА) с использованием показателя минимальной периодичности наблюдений. Этот метод основан на использовании модели гарантированной периодичности наблюдения объектов наблюдения (ОН), в которой используются зоны видимости. Приводятся результаты выбора параметров орбитальной структуры КСН для модельной задачи и сравнение результатов ее решения с традиционным методом построения орбитальной структуры КСН.

### Введение

Вопросы оперативности наблюдения во многом зависят от выбранной орбитальной структуры КСН, определяющей минимально возможную периодичность наблюдений. Существующие методы расчета периодичности наблюдений основаны на выделении (построении) полос обзора, представляющих собой участки земной поверхности, которые могут быть потенциально наблюдаемы на выбранном витке полета КА [1-2]. Использование полос обзора имеет определенные недостатки, например, связанные со сложностью определения фактического времени наблюдения заданного объекта земной поверхности на рассматриваемом витке, требуемых углов отклонения оптической оси аппаратуры наблюдения (АН) от надира при последовательной съемке нескольких объектов наблюдения и др.

Предлагается при выборе параметров орбитальной структуры КСН использовать зоны видимости, представляющие собой множество орбитальных участков, с которых обеспечивается обзор выбранного ОН при заданных ограничениях на условия съемки земной поверхности.

### Постановка задачи выбора параметров орбитальной структуры КСН

В качестве проектных переменных принимаются параметры орбит заданного числа КА, входящих в состав КСН. Требуется выбрать такие значения проектных переменных, которые обеспечивают минимальную пери-

одичность наблюдения заданных на земной поверхности ОН при наличии ограничений на параметры орбит и детальность наблюдений.

Минимальным периодом наблюдения будем называть период времени, в течение которого будет гарантированно обеспечено повторное прохождение КА в зоне ОН, обеспечивающей его наблюдение. В общем случае, на рассматриваемом интервале времени при заданной орбите может быть несколько повторных выходов КА на ОН. Время между повторными выходами на ОН будем характеризовать величиной

$$Dt_i = (t_i - t_{i-1}), \quad (1)$$

где  $t_i$  и  $t_{i-1}$  - соответственно время  $i$ -го и  $i-1$  выхода КА на ОН.

Очевидно, что гарантированной периодичностью выхода КА на ОН будет максимальное из всех значений (1):

$$Dt^{max} = \max(t_i - t_{i-1}), \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где  $n$  - число выходов КА на ОН.

Так как каждым КА реально наблюдается некоторое множество ОН, то необходимо выбрать показатель, учитывающий периодичность наблюдения всех ОН. В качестве показателей периодичности можно предложить следующие:

- показатель, характеризующий максимальное значение среди гарантированных периодичностей наблюдения всех ОН:

$$P_1 = \max_k \max_i (t_i - t_{i-1})_k, k = 1, \dots, N, i = 2, \dots, n_k, \quad (3)$$

где  $n_k$  - число выходов КА на  $k$ -й ОН,  $N$  - число ОН;

- показатель, характеризующий среднее арифметическое значение от гарантированных периодичностей наблюдения для всех ОН:

$$P_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \max_i (t_i - t_{i-1})_k, i = 2, \dots, n_k; \quad (4)$$

- показатель, характеризующий среднее значение периодичности наблюдений:

$$P_3 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[ \frac{1}{n_k - 1} \sum_{i=2}^{n_k} (t_i - t_{i-1}) \right]. \quad (5)$$

Задача выбора параметров орбитальной структуры КСН может рассматриваться как оптимизационная задача, в которой проектными переменными являются параметры орбит КА, входящих в КСН, а проектными ограничениями – ограничения на параметры орбит и условия наблюдения. Так, например, ограничениями могут быть максимальная и минимальная высоты орбиты КА, обеспечивающие, соответственно, заданные значения разрешающей способности аппаратуры наблюдения и условия функционирования. В качестве целевой функции могут использоваться выражения, минимизирующие один из показателей (3-5) для всех КА КСН.

Решением задачи будут параметры орбит КА, входящих в КСН на начальный момент времени  $t_0$ .

Параметры орбит КА задаются в оскулирующих элементах: наклонение орбиты  $i$ , долгота восходящего узла  $W$ , аргумент перигея  $w$ , фокальный параметр  $p$ , эксцентриситет орбиты  $e$ , угол истинной аномалии  $u$ .

Оптимизационная задача выбора параметров орбитальной структуры КСН сводится к общей задаче нелинейного программирования, которая формулируется следующим образом: определить оптимальную совокупность проектных параметров  $X = \{W_n, i_n, p_n, w_n, e_n, u_n\}, n = 1, \dots, N$ , обеспе-

чивающую достижение минимального значения выбранного из набора (3-5) показателя при ограничениях на пространственное разрешение и высоту орбиты:

$$X^* = \arg \min f(X)$$

при ограничениях

$$g_1(X) = R_n - R \geq 0,$$

$$g_2(X) = H_n - H_{\min} \geq 0,$$

где  $f(X) \in \{P_1, P_2, P_3\}$ ,  $N$  - число КА в КСН.

Для решения оптимизационной задачи необходимо наличие модели, обеспечивающей вычисление гарантированной периодичности наблюдения всех ОН КСН при выбранной орбитальной структуре.

### Модель гарантированной периодичности наблюдения

В большинстве случаев задача расчета периодичности для точечного ОН решается из условия, что все КА в системе находятся в одной плоскости орбиты (орбита круговая, солнечносинхронная, изомаршрутная) и равномерно разнесены в плоскости орбиты со сдвигом по аргументу широты [1]. Эти ограничения резко сокращают число потенциальных вариантов построения КСН.

Для устранения этого недостатка рассмотрим модель, обеспечивающую определение гарантированной периодичности наблюдения в случае, когда на орбиты КА не наложены взаимные ограничения. Для повышения универсальности этой модели и возможности использования ее при формировании программы съемки земной поверхности с учетом условий освещенности, наличия облачности, времени нахождения в зоне видимости ОН, времени подхода к следующему ОН и требуемых при этом углов отклонения оптической оси АН от надира, взаимного положения КА и ОН введем в рассмотрение понятие зоны видимости ОН.

Рассмотрим конус видимости, вершина которого располагается в геометрическом центре ОН, ось проходит через центр Земли, а угол полураствора  $g$  равен углу обзора АН (рис. 1).

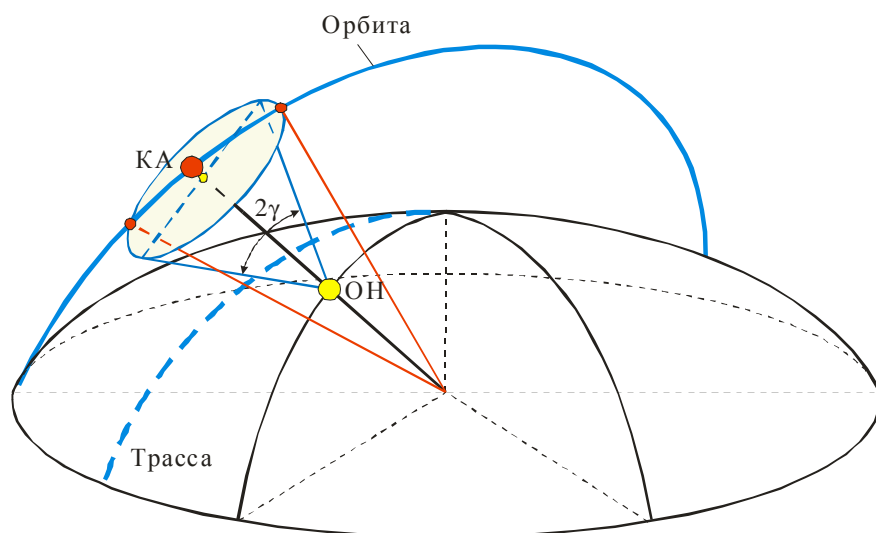


Рис. 1. Зона видимости ОН с КА и пересечение ее орбитой КА

В первом приближении будем считать орбиту КА круговой. В конусе видимости выделим зону видимости, которая характеризуется основанием конуса, расположенным на расстоянии  $H$  от вершины, равным высоте орбиты КА. В этом случае зона видимости с учетом максимального угла разворота оптической оси АН в любом направлении от надира представляет собой сферическую поверхность. Радиус зоны видимости в этом случае можно определить из выражения

$$R_z = R \left[ p - g - \arcsin \left( \frac{(R + H) \sin g}{R} \right) \right],$$

где  $R_z$  - радиус зоны видимости,  $R$  - средний радиус Земли,  $H$  - высота орбиты КА.

Для нахождения периодичности наблюдений КСН задачу выбора параметров орбитальной структуры будем решать в несколько этапов:

- определение моментов выхода каждого КА КСН на ОН на заданном интервале времени;
- формирование сводной таблицы общих данных;
- обработка результатов.

**Определение моментов выхода каждого КА КСН на ОН на заданном интервале времени** начнем с фиксации начального момента времени  $t_0$  и задания на этот момент времени параметров орбит всех КА, входящих в состав КСН.

Проход КА через широту ОН может быть как на восходящем, так и на нисходящем витках. Для определения времени выхода КА на широту ОН используются уравнения связи времени движения КА с элементами эллиптической орбиты [3].

Время движения КА от точки, в которой он находился в момент времени  $t_0$ , до перигея орбиты равно

$$t_{\Pi} = T - \frac{a^{3/2}}{\sqrt{m}} [E_{КА} - e \sin E_{КА}], \quad (6)$$

где  $E_{КА} = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} u_{КА0} \right)$  - эксцентрисическая аномалия начального положения КА;  $u_{КА0}$  - истинная аномалия начального положения КА;  $T$  - период обращения КА;  $a$  - большая полуось орбиты;  $m = 398602 \text{ км}^5/\text{с}^2$  - произведение гравитационной постоянной на массу Земли.

Время движения КА от перигея до геодезической широты ОН на восходящем витке орбиты равно (рис. 2)

$$t_{ОН1} = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{m}} [E_{ОН1} - e \sin E_{ОН1}], \quad (7)$$

$$\text{где } E_{ОН1} = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} (u_{ОН1} - w) \right), \quad (8)$$

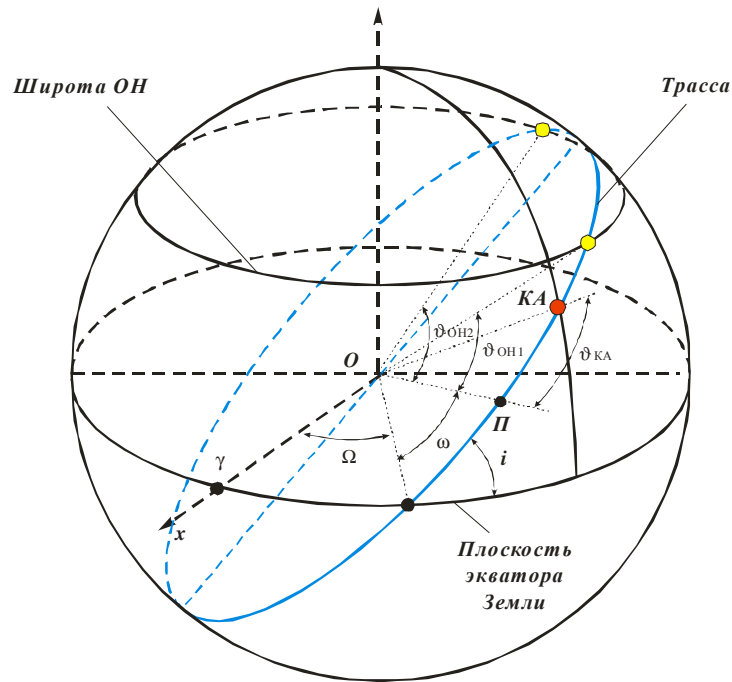


Рис. 2. Определение угла истинной аномалии на восходящем и нисходящем витках

$E_{ОН1}$  - эксцентрическая аномалия, соответствующая точке пересечения орбиты КА с широтой ОН на восходящем витке орбиты;

$u_{ОН1}$  - аргумент широты (восходящий виток), на которой расположен ОН.

Необходимо учесть, что если условие  $u_{ОН1} - w > 0$  не выполняется, то выражение (8) примет вид

$$E_{ОН1} = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg}(u_{ОН1} - w + 2p) \right). \quad (9)$$

Время движения КА от перигея до геодезической широты ОН на нисходящем витке орбиты равно

$$t_{ОН2} = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} [E_{ОН2} - e \sin E_{ОН2}],$$

где  $E_{ОН2} = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg}(u_{ОН2} - w) \right), \quad (10)$

$E_{ОН2}$  - эксцентрическая аномалия, соответствующая точке пересечения орбиты КА с широтой ОН на нисходящем витке орбиты;

$u_{ОН2}$  - аргумент широты (нисходящий виток), на которой расположен ОН.

Если условие  $u_{ОН2} - w > 0$  не выполняется, то выражение (10) примет вид

$$E_{ОН2} = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg}(u_{ОН2} - w + 2p) \right).$$

Время движения КА от момента времени  $t_0$  до точки пересечения трассы КА с широтой, на которой расположен ОН, определится по формулам для восходящего и нисходящего витков, соответственно:

$$t_1 = t_{ОН1} + t_{П},$$

$$t_2 = t_{ОН2} + t_{П}.$$

Для рассматриваемого витка определим, проходит ли орбита КА через зону видимости. Для этого необходимо знать координаты ОН, наклонение орбиты и смещение КА по долготе меридиана относительно ОН на широте ОН (рис. 3).

При допущении об относительной малости зоны видимости в первом приближении можно считать, что радиусы орбиты в точке входа в зону на широте ОН и в точке выхода из зоны одинаковы.

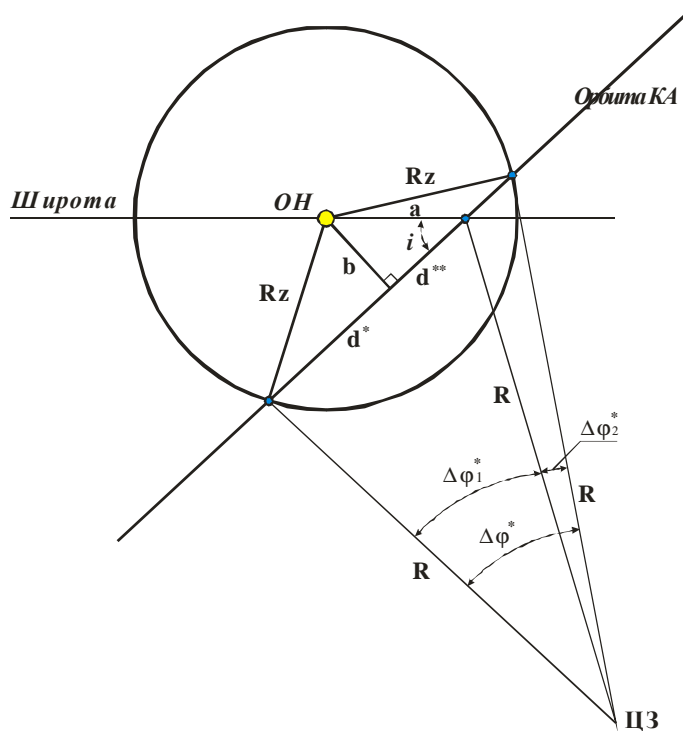


Рис. 3. Определение точек входа и выхода из зоны видимости ОН

Сдвиг по долготе относительно ОН при выходе КА на широту ОН составит

$$a = L_{OH} - L_i, \quad (11)$$

где  $L_i = W_0 + \arctg(tg u \cos i) - S + DW \frac{t}{T}$ ,

$L_{OH}$  - долгота ОН;  $L_i$  - текущая долгота КА при выходе на широту ОН,  $u$  - аргумент широты,  $S$  - звездное время на гринвичском меридиане,  $W_0$  - начальное значение долготы восходящего узла,  $DW$  - прецессия узла орбиты за один виток,  $t$  - текущее время полета.

Условие пересечения зоны видимости орбитой КА будет выполняться, если

$$a \leq R_z. \quad (12)$$

В случае пересечения орбитой КА зоны видимости определим время входа в зону и время выхода из зоны.

Угловой размер хорды, образованной пересечением линии границы зоны видимости и орбиты, равен (рис. 3)

$$Dj^* = Dj_1^* + Dj_2^*, \quad (13)$$

$$\text{где } Dj_1^* = \arccos\left(\frac{1}{(d^* + d^{**})^2}\right)$$

$$Dj_2^* = \arccos\left(\frac{1}{(d^* - d^{**})^2}\right),$$

$$d^* = \sqrt{R_z^2 - b^2}, \quad d^{**} = a \cos i, \quad b = a \sin i.$$

Для определения времени выхода из зоны видимости используется выражение

$$t_{\text{ВЫХ}} = \frac{A^{3/2}}{\sqrt{\mu}} [E_{\text{ВЫХ}} - e \sin E_{\text{ВЫХ}}], \quad (14)$$

где  $E_{\text{ВЫХ}} = 2 \arctg\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg}(u_{OH} - w + Dj_2^*)\right)$  -

эксцентрисическая аномалия, соответствующая точке пересечения орбиты КА и границы зоны видимости при его выходе из зоны;

$t_{\text{ВЫХ}}$  - время движения КА от перигея орбиты до точки его выхода из зоны видимости;

$A$  - большая полуось орбиты;

$(u_{OH} - w + Dj_2^*)$  - угловое расстояние от перигея орбиты до точки выхода КА из зоны видимости;  $u_{OH}$  - аргумент широты параллели, на которой расположен ОН.

Для определения времени входа в зону видимости используется выражение

$$t_{BX} = \frac{A^{3/2}}{\sqrt{m}} [E_{BX} - e \sin E_{BX}], \quad (15)$$

где  $E_{BX} = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} (u_{OH} - w - Dj_1^*) \right) -$

эксцентрическая аномалия, соответствующая точке пересечения орбиты КА и границы зоны видимости при его входе в зону;  $t_{BX}$  - время движения КА от перигея орбиты до точки входа его в зону;  $(u_{OH} - w - Dj_1^*)$  - угловое расстояние от перигея орбиты до точки входа КА в зону видимости.

Таким образом, время, в течение которого КА находится в зоне видимости ОН, равно

$$t_{OH} = t_{ВЫХ} - t_{BX}. \quad (16)$$

Таблица 1

№п/п	№ ОН	№ КА	Время выхода КА на широту ОН	Время наблюдения
1	1	1	$t_1$	$T_1$
2	1	2	$t_2$	$T_2$
3	3	1	$t_3$	$T_3$
...	...	...	...	...
$n$	$k$	$N$	$t_n$	$T_n$

### Решение модельной задачи

С использованием разработанного метода и созданного на его базе программного обеспечения решен ряд задач по выбору параметров орбитальной структуры, в том числе формирование орбитальной структуры для КСН периодического глобального наблюдения за крупнейшими городами мира (208 городов) по показателю (3). Результаты реше-

**Формирование сводной таблицы общих данных.** Для проверки условия прохождения КА через зону видимости на каждой витке значение текущей долготы меридиана увеличивается на величину межвиткового сдвига, а текущее время - на величину периода обращения. Проверяется условие (12) и, если оно выполняется, проводятся расчеты согласно (13-16).

Для выбранного интервала времени вычисленные значения сводятся в таблицу 1, которая включает в себя информацию по каждому выходу КА на ОН.

**Обработка результатов.** Проводится сортировка данных полученной таблицы по возрастанию величин номера ОН и времени выхода на ОН -  $t_i$ . После этого определяется показатель гарантированной периодичности наблюдений из набора (3-5).

По результатам табл. 1 дополнительно можно определить суммарное время наблюдения на выбранном интервале времени, а также среднее время наблюдения.

ния приведены в табл. 2 и 3.

По сравнению с традиционным подходом к выбору параметров орбитальной структуры, состоящей из двух КА, орбиты которых разнесены по долготе восходящего узла на 90 градусов, получено улучшение значений показателей периодичности: по показателю (3) на 0,64 часа, по показателю (4) на 1,29 часа и по показателю (5) на 1,06 часа.

Таблица 2. Результаты решения задачи выбора параметров орбитальной структуры КСН

№ КА	$W$ , град	$i$ , град	$p$ , км	$w$ , град	$e$	$u$ , град
1	13,22	107,85	6707,62	-0,01	0,003	0,53
2	91,36	108,24	6701,76	5,65	0,001	182,11

Таблица 3. Значения целевой функции

Показатель	Значение, (час)
(3)	28,01
(4)	24,11
(5)	14,31

### Заключение

Рассмотренный метод выбора параметров орбитальной структуры системы космических аппаратов с использованием показателя минимальной периодичности наблюдений позволяет выбрать вариант орбитальной структуры КСН с наилучшей периодичностью. Разработанная модель позволяет использовать ее также при планировании программы съемки земной поверхности, обеспечивая получение всей необходимой информации. Сравнение разработанного метода с традиционным показало улучшение показателя периодичности наблюдений.

### Список литературы

1. Лебедев А. А. Введение в анализ и синтез систем: Учебное пособие. – М: Изд-во МАИ, 2001.
2. Спутниковые системы мониторинга. Анализ, синтез и управление / В. В. Малышев, В. Т. Бобронников, О. П. Нестеренко, А. В. Федоров; под редакцией В. В. Малышева. – М.: Изд-во МАИ, 2000.
3. Основы теории полета космических аппаратов./ Под ред. Г. С. Нариманова и М. К. Тихонравова. - М.: Машиностроение, 1972.

## METHOD OF CHOOSING PARAMETERS OF SPACE OBSERVATION SYSTEM ORBITAL STRUCTURE

© 2006 V. D. Yelenev, A. A. Pankov

Samara State Aerospace University

The paper proposes a method for solving the task of choosing parameters of space observation system orbital structure which consists of several space vehicles. An indicator of minimal periodicity of observations is used. The method is based on the model of guaranteed observation periodicity using visibility areas. Results of choosing orbital structure parameters are given and compared with the results obtained by the traditional method of constructing a space observation system orbital structure.