

## ОЦЕНКА ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ПОТОКОВ ТЕХНОГЕННОГО ВЕЩЕСТВА С УЧЕТОМ ЛОКАЛЬНЫХ РАЗРУШЕНИЙ ОТСЕКОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

© 2006 В. Д. Еленев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассмотрен подход, позволяющий оценивать пространственно-временное распределение плотности потоков техногенного вещества, представляющего собой облако фрагментов разрушенных отсеков космического аппарата (КА). Для оценки параметров облака выбраны частные показатели. Решение задачи предусматривает моделирование разрушения отсека КА с заданием количества фрагментов в облаке, выбором их масс, баллистических коэффициентов, скоростей и направлений разлета, расчет орбит образовавшихся фрагментов и их дальнейшей эволюции. Предложено проводить оценки для некоторых заданных значений объемов, вычисляемых относительно базовой траектории разрушенного КА. Приводятся результаты моделирования для выбранного случая разрушения КА.

### 1. Введение

С ростом мощности ракетно-космических систем, общего количества и размеров выводимых на орбиту объектов возрастает опасность техногенного засорения космического пространства (КП) частицами искусственного происхождения (техногенным веществом).

В настоящее время одним из основных источников образования техногенного вещества является разрушение КА или его отсеков на орбитальном этапе его функционирования, которое может произойти как в результате аварийных ситуаций на борту самого КА, так и в результате взрывного взаимодействия КА с техногенными частицами. Проблема засорения КП техногенным веществом усугубляется тем обстоятельством, что рабочие орбиты большинства КА, особенно функционирующих в составе космических систем, близки по своим параметрам, и поэтому вероятность столкновения какого-либо КА с частицами техногенного вещества увеличивается в случае разрушения другого КА.

Современные средства слежения позволяют регистрировать металлические или металлизированные частицы не менее 1 см в поперечнике. Регистрация неметаллических частиц оптическими средствами возможна только при их значительных размерах (не менее 10 см в поперечнике). Проведенные в США в натуральных условиях испытания показывают, что основная масса образовавшихся

фрагментов не поддается идентификации с помощью наземных средств слежения. Поэтому одним из возможных и наиболее приемлемых способов оценки техногенной опасности является прогнозирование поведения фрагментов КА, возникших в результате его разрушения, с использованием средств математического моделирования.

### 2. Этапы моделирования задачи

Целью моделирования является определение пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества, образовавшегося при разрушении КА или одного из его отсеков на заданной орбите.

Исходными данными задачи являются орбитальные параметры КА в момент его разрушения (наклонение орбиты  $i$ , долгота восходящего узла орбиты  $W$ , аргумент перигея  $w_p$ , аргумент широты  $U$ , фокальный параметр орбиты  $p$ , эксцентриситет орбиты  $e$ ), а также количество фрагментов  $n$  и приращения их скоростей  $dV$  в облаке и расчетный момент времени  $T_{pac}$ .

Предлагается проводить решение задачи оценки пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества в несколько этапов:

- моделирование разрушения КА;
- оценка орбитальных параметров центра масс КА в момент разрушения;
- расчет скоростей и направлений движения обломков относительно мгновенного центра масс КА;

- расчет орбитальных параметров обломков и их дальнейшей эволюции в пространстве;

- расчет пространственно-временного распределения плотности потоков.

**Моделирование разрушения КА.**

Целью моделирования является расчетная оценка количества, масс и начальных скоростей фрагментов, образовавшихся в результате разрушения.

Поскольку основной интерес представляет расчет эволюции облака фрагментов, то в дальнейшем используется упрощенная модель разрушения КА.

Достаточно реальные оценки могут быть получены в предположении, что все фрагменты исходно обладают примерно одинаковыми энергиями. Это допущение заведомо неверно для очень малых фрагментов взрывного происхождения [1], имеющих размер менее 1 мм, т. к. взрывное давление в этом случае действует на очень малую площадь. С другой стороны, некоторое завышение расчетной скорости фрагмента более приемлемо при оценке угрозы столкновения, нежели ее занижение.

Зададимся количеством образовавшихся фрагментов  $N$  и законом распределения масс фрагментов (экспоненциальный, Вейбуля, Пуассона и др.). В результате получим массы образовавшихся фрагментов  $m_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . При распределении масс фрагментов должно учитываться ограничение:

$$\sum_{i=1}^N m_i = m_{\dot{E}A}, \tag{1}$$

где  $m_{KA}$  – масса разрушившегося КА.

С учетом принятого ранее допущения для двух различных фрагментов справедливо соотношение

$$\frac{1}{2} m_k V_k^2 = \frac{1}{2} m_j V_j^2,$$

$$\frac{V_k}{V_j} = \left( \frac{m_j}{m_k} \right)^{1/2}, \tag{2}$$

где  $m_k, m_j$  – массы, а  $V_k, V_j$  – скорости, соответственно  $k$  и  $j$  фрагментов.

Зададимся суммарной кинетической энергией  $\dot{E}_\Sigma$ , пошедшей на придание скоростей фрагментам:

$$K_\Sigma = \frac{1}{2} m_{\dot{E}A} V_{\dot{E}A}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i V_i^2. \tag{3}$$

В общем случае она будет составлять часть общей энергии  $E$ , приводящей к разрушению КА.

Из (3) может быть получена средняя скорость фрагментов

$$V_{cp} = \sqrt{\frac{2K_\Sigma}{m_{\dot{E}A}}}, \tag{4}$$

и тогда в первом приближении скорости фрагментов будут иметь значения:

$$V_i = V_{\dot{E}A} \left( \frac{m_{\dot{E}A}}{m_i} \right)^{1/2}, \quad i = 1, \dots, N. \tag{5}$$

Очевидно, что однозначная зависимость скорости фрагмента от его размера (массы) может быть справедлива лишь в среднем. Поэтому примем полученные значения  $V_i$  за начальные и получим их текущие значения с использованием нормального закона распределения, начиная с фрагментов меньшей массы, учитывая условие (3). Для выполнения этого условия при пересчете скоростей используется следующая последовательность шагов.

1. Выбирается первый фрагмент ( $i=1$ ). По формуле (4) определяется средняя скорость фрагментов и начальная скорость первого фрагмента  $V_i$ .

2. Определяются суммарные масса

$$m_\Sigma^T = \sum_{k=i}^N m_k \text{ и кинетическая энергия}$$

$$K_\Sigma^T = \frac{1}{2} \sum_{k=i}^N m_k V_k^2 \text{ для фрагментов } i, i+1, \dots, N.$$

(Для  $i=1$  это  $m_\Sigma^T = m_{KA}$ ,  $K_\Sigma^T = K_\Sigma$ ).

3. Для текущего  $i$ -го фрагмента с использованием нормального закона распределения пересчитывается скорость  $V_i$ , в результате чего получается ее новое значение  $V_i^*$ .

4. Определяется кинетическая энергия

$$i\text{-го фрагмента: } K_i^* = \frac{1}{2} m_i V_i^*.$$

5. Определяется масса  $m_s^*$  и кинетическая энергия  $K_s^*$  оставшихся фрагментов:

$$\begin{aligned} m_s^* &= m_s^T - m_i, \\ K_s^* &= K_s^T - K_i^*. \end{aligned} \quad (6)$$

6. Проводится переприсвоение значений  $m_s^T = m_s^*$ ,  $K_s^T = K_s^*$ , и текущим выбирается следующий  $i+1$  элемент.

7. По формуле (4) уточняется средняя скорость фрагментов, для которых не проводился пересчет скоростей.

8. По (5) определяется начальное значение скорости  $(i+1)$ -го фрагмента.

Шаги 2-8 повторяются до окончания перебора всех фрагментов. Для последнего фрагмента пересчет скоростей не производится.

Выберем направления разлета фрагментов относительно орбитальной системы координат (ОСК)  $xyz$  заданием углов  $j$  и  $u$  (рис. 1).

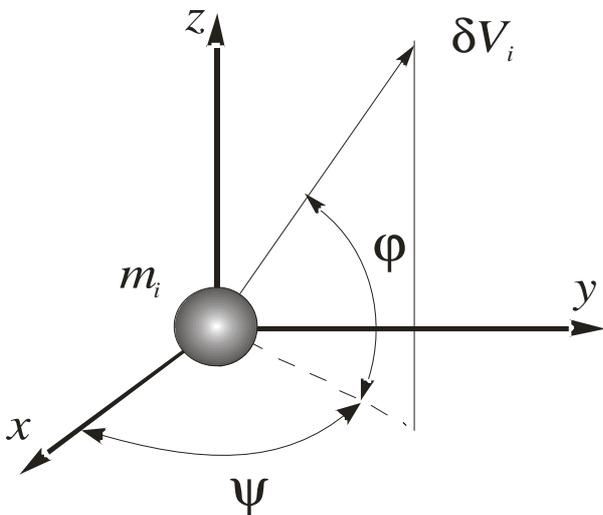


Рис. 1. Задание направлений разлета фрагментов

Поскольку моделируется взрывное разрушение отсека КА, то наиболее оправданным является задание значения углов  $j$  и  $u$  для каждого фрагмента случайным образом с использованием равномерного закона распределения в интервале от 0 до  $2\pi$ .

Полученные на этом этапе результаты являются исходными данными для проведения второго этапа моделирования.

**Оценка орбитальных параметров центра масс КА в момент разрушения.** Параметры движения центра масс КА будем описывать системой уравнений, записанной в оскулирующих элементах (ОЭ) [2]:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{r}{\sqrt{mp}} W \frac{\sin U}{\sin i}, \\ \frac{di}{dt} &= \frac{r}{\sqrt{mp}} W \cos U, \\ \frac{dw_p}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{m}} \left[ -S \frac{\cos u}{e} + \left(1 + \frac{r}{p}\right) T \sin u - \frac{r}{p} W \cos i \sin U \right], \\ \frac{dp}{dt} &= 2 \sqrt{\frac{p}{m}} r T, \\ \frac{de}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{m}} \left[ S \sin u + \left(1 + \frac{r}{p}\right) T \cos u + e \frac{r}{p} T \right], \\ \frac{du}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{m}} \left[ \frac{m}{r^2} + S \frac{\cos u}{e} - \left(1 + \frac{r}{p}\right) \frac{\sin u}{e} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где  $r$  - текущий радиус-вектор,  $m=398600 \text{ км}^3/\text{с}^2$  - гравитационный параметр Земли,  $u$  - угол истинной аномалии,  $U$  - угол широты,  $S$ ,  $T$ ,  $W$  - проекции возмущающей силы, отнесенной к массе КА, на орбитальные оси  $r$ ,  $b$ ,  $n$ .

Для нахождения плотности атмосферы целесообразно использовать экспоненциальный вид модели, точность которой составляет 1,5...5 % [2]:

$$\ln r = \dot{a}_0 - I \sqrt{h - h_0},$$

где  $r$  - плотность атмосферы на высоте  $h$ ,  $a_0 = -17,748$ ,  $h_0 = 125700 \text{ м}$ ,  $I = 0,011449$ .

**Расчет скоростей и направлений движения обломков относительно мгновенного положения центра масс (ЦМ) КА с целью упрощения алгоритма удобно проводить**

в геоцентрической экваториальной системе координат с использованием известных формул пересчета [2].

Образовавшийся фрагмент получает некоторое приращение скорости  $dV$ , направление которого задается двумя углами:  $j$  - широты и  $y$  - долготы, определенными ранее.

Орбитальные параметры фрагмента в ГСК можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned} x_0 &= x_{0s}, \\ y_0 &= y_{0s}, \\ z_0 &= z_{0s}, \\ v_{x0} &= v_{x0s} + dvcosj \cos y, \\ v_{y0} &= v_{y0s} + dvcosj \sin y, \\ v_{z0} &= v_{z0s} + dvsinj, \end{aligned} \quad (8)$$

где индекс  $s$  соответствует орбитальным параметрам ЦМ КА в момент разрушения.

Для расчетов требуется определение радиус-вектора:  $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$  и абсолютной скорости движения:

$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + v_{z0}^2}.$$

При проведении расчетов необходимо проводить проверку на превышение величины  $v_0$  значения второй космической скорости  $v_{II}$ , так как при  $v_0 \geq v_{II}$  фрагмент выйдет из поля земного тяготения, и поэтому его можно исключить из дальнейшего рассмотрения.

**Расчет орбитальных параметров фрагментов и их дальнейшей эволюции в пространстве** проводится по схеме, приведенной на рис. 2. В модели для описания движения фрагментов используется система уравнений возмущенного движения твердого тела в ОЭ (7). Для использования уравнений проводится пересчет орбитальных параметров фрагмента из ГСК в ОСК.

Если пренебречь вращением атмосферы вместе с Землей, то под влиянием атмосферы будут меняться только аргумент перигея  $w_p$ , фокальный параметр  $p$  и эксцент-

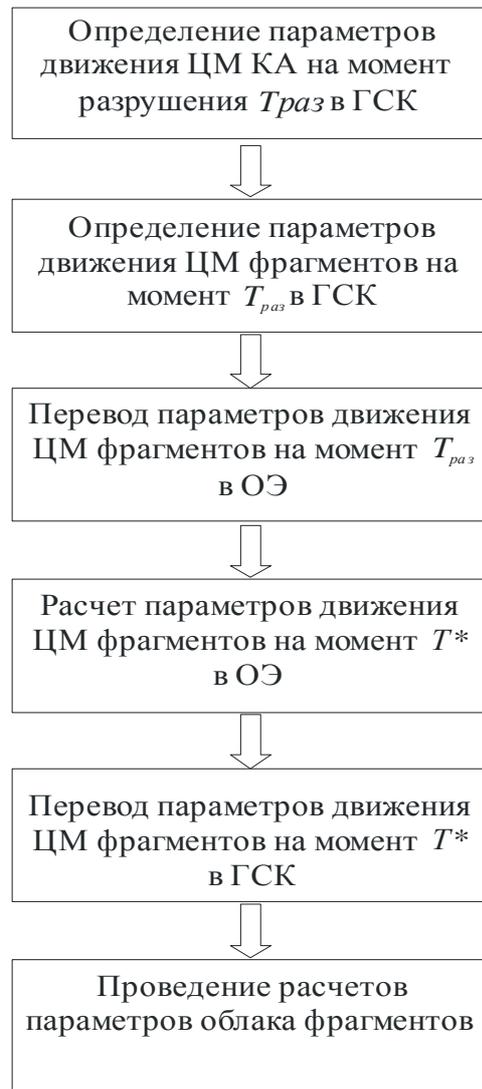


Рис. 2. Схема расчета орбитальных параметров фрагментов

риситет  $e$ , а наклонение орбиты  $i$  и долгота восходящего узла  $W$  остаются неизменными:

$$dw_{pa} \neq 0, dp_a \neq 0, de_a \neq 0, di_a = 0, dW_a = 0.$$

При движении с учетом возмущающего действия атмосферы основной является сила сопротивления  $T = -srV^2$ , а  $S = 0, W = 0$ .

Подсчет за один виток возмущений орбитальных параметров, вызванных влиянием атмосферы, проводится численным интегрированием, и при этом баллистический коэффициент  $s$  каждого фрагмента разыгрывается случайным образом в диапазоне от 0,01 до 1,0. Вычисляются:

- приращение фокального параметра

$$dp = -2 \int_0^{2p} srp^2 \left( \frac{1 + 2e \cos u + e^2}{(1 + e \cos u)^3} \right) du,$$

- приращение эксцентриситета орбиты  $i_{pac} = i,$

$$de = -\int_0^{2p} srp(1+2e \cos u + e^2)(\cos u + \frac{e + \cos u}{1 + e \cos u})(\frac{1}{1 + e \cos u}) du, \quad W_{pac} = W + dW,$$

- приращение аргумента перицентра  $w_{ppac} = w_p + dw_p,$

$$dw = -\int_0^{2p} srp(1 + \frac{1}{1 + e \cos u})(1 + 2e \cos u + e^2) \frac{\sin u}{(1 + e \cos u)^2 e} du. \quad p_{pac} = p + d_p,$$

$$e_{pac} = e + d_e,$$

Подсчет возмущений, вызванных влиянием несферичности Земли за один виток, производится по следующим зависимостям:

$$r_{\dot{a} \delta \dot{a} \ddot{n}} = \frac{P \delta \dot{a} \ddot{n}}{1 - \dot{a} \delta \dot{a} \ddot{n}},$$

$$di_s = 0, \quad dp_s = 0, \quad de_s = 0, \quad dw_s \neq 0,$$

смещение линии узлов

$$r_{\dot{a} \delta \dot{a} \ddot{n}} = \frac{P \delta \dot{a} \ddot{n}}{1 - \dot{a} \delta \dot{a} \ddot{n}}.$$

$$d\Omega_{\dot{y}} = -\frac{2p}{\delta^2} \frac{e}{m} \cos i,$$

смещение перицентра:

$$dw_{\delta y} = \frac{p}{\delta^2} \frac{e}{m} (5 \cos^2 i - 1),$$

где  $e = 2,634 * 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2.$

Подсчет суммарных возмущений орбиты за расчетный период времени. Суммарные возмущения параметров орбиты за один виток осуществляются путем суммирования величин возмущений, вызванных влиянием атмосферы и несферичностью Земли:

$$di = 0,$$

$$dW = dW_s,$$

$$dw_p = dw_{ps} + dw_{pa},$$

$$dp = dp_a,$$

$$de = de_a.$$

Для подсчета возмущения параметров орбиты за заданный промежуток времени производится суммирование возмущений орбитальных параметров за каждый виток.

При подсчете возмущений проверяется высота орбиты фрагмента. Если ее величина оказывается менее 100 км, то считается, что фрагмент вошел в плотные слои атмосферы и прекратил свое существование.

Орбитальные параметры в расчетный момент времени определяются как

Для дальнейшего использования параметры орбитального движения фрагментов необходимо перевести из ОЭ в ГСК.

**Расчет пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества.** Выразим значения относительной и массовой плотностей облака фрагментов.

Массовая плотность определится как

$$r_m = \frac{M}{V}, \quad (9)$$

а относительная плотность

$$r_0 = \frac{N}{V}, \quad (10)$$

где  $V$  - объем, образованный фрагментами и представляющий собой тороидальную область.

В первом приближении объем облака можно оценить следующим образом:

$$V = \frac{p^2}{4} (R_{amax} + R_{pmin}) (R_{amax} - R_{pmin})^2, \quad (11)$$

где  $R_{amax}$  - максимальный радиус апогея фрагментов,  $R_{pmin}$  - минимальный радиус перигея фрагментов.

Однако плотность облака фрагментов не является постоянной величиной в пределах рассматриваемого объема. Поэтому ее целесообразно определять для некоторых за-

данных значений объемов, вычисляемых относительно базовой траектории разрушенного КА. Для эллиптической орбиты с использованием второй теоремы Гульдена можно записать выражение для вычисления объема области, полученной от вращения круга радиуса  $r$  вдоль кривой, совпадающей с траекторией КА, в следующем виде:

$$V = p^2 r^2 p \left[ \frac{3(1 + \sqrt{1 - e^2})}{2(1 - e^2)} - \frac{1}{(1 - e^2)^{3/4}} \right], \quad (12)$$

где  $p$  и  $e$  – соответственно фокальный параметр и эксцентриситет орбиты КА.

Из (12) для круговой орбиты ( $e = 0$ ) радиусом  $R$  может быть получено известное выражение для вычисления объема тора

$$V = 2p^2 Rr^2. \quad (13)$$

Задаваясь различными значениями  $r$ , получим ряд значений объемов облака фрагментов, для которых по (9) и (10) можно вычислить искомые плотности на заданные моменты времени.

### 3. Решение модельной задачи

Рассмотрен случай разрушения отсека КА массой  $m_{КА} = 5000$  кг на круговой орбите высотой  $H = 350$  км при следующих исходных данных: количество образовавшихся фрагментов  $n = 1000$ , суммарная кинетическая энергия  $E = 7 \cdot 10^7$  Дж, массы фрагментов распределены по экспоненциальному закону.

В соответствии с приведенным выше методом определены массы образовавшихся фрагментов: минимальная и максимальная массы составляют:  $m_{min} = 0,001$  кг,  $m_{max} = 60$  кг; минимальная и максимальная скорости фрагментов имеют значения:  $DV_{min} = 5$  м/с,  $DV_{max} = 1234$  м/с.

Проведено моделирование эволюции облака фрагментов для интервалов времени от момента разрушения до 3 часов, 1 суток и 1 месяца (рис. 3-5, размерность по осям - км). При анализе рассматриваются объемы тораидальной области, имеющей радиус окружности  $r_{тор} = 10, 50, 100$  км, выбираемой относительно базовой орбиты КА.

Через 3 часа после разрушения (рис. 3) фрагменты начинают распределяться по то-

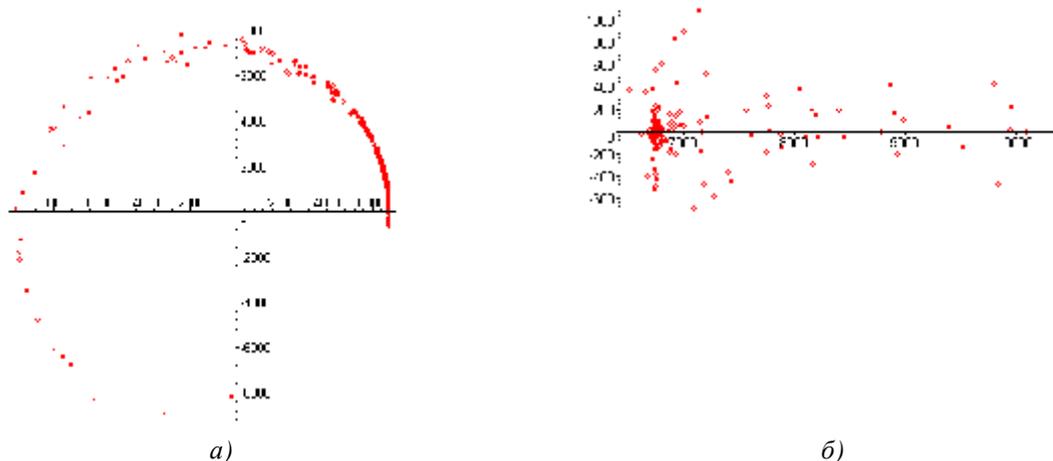


Рис. 3. Облако фрагментов через 3 часа после разрушения КА

Таблица 1

$r_{тор}$ , км	$r_o \cdot 10^{-7}$ , 1/км <sup>3</sup>	$r_m \cdot 10^{-6}$ , кг/км <sup>3</sup>	Число фрагментов	Масса фрагментов, кг
10	326,7	345,6	434	4589,3
50	19,13	14,95	635	4964,8
100	5,12	3,744	680	4967,4

роидальной области, но ее кромки при этом еще не смыкаются. На рис. 3а приведена проекция облака фрагментов на плоскость орбиты КА, при этом ось абсцисс графика проходит через притягивающий центр и направлена в сторону точки, соответствующей моменту разрушения КА. На рис. 3б приведены совмещенные проекции облака фрагментов на плоскости, перпендикулярные плоскости ор-

биты КА и проходящие через притягивающий центр и соответствующий фрагмент.

Параметры облака приведены в таблице 1.

Через 1 сутки основная масса фрагментов располагается в тороидальной области, включающей траекторию орбиты разрушившегося КА (рис. 4). Соответствующие этому случаю параметры облака приведены в таблице 2.

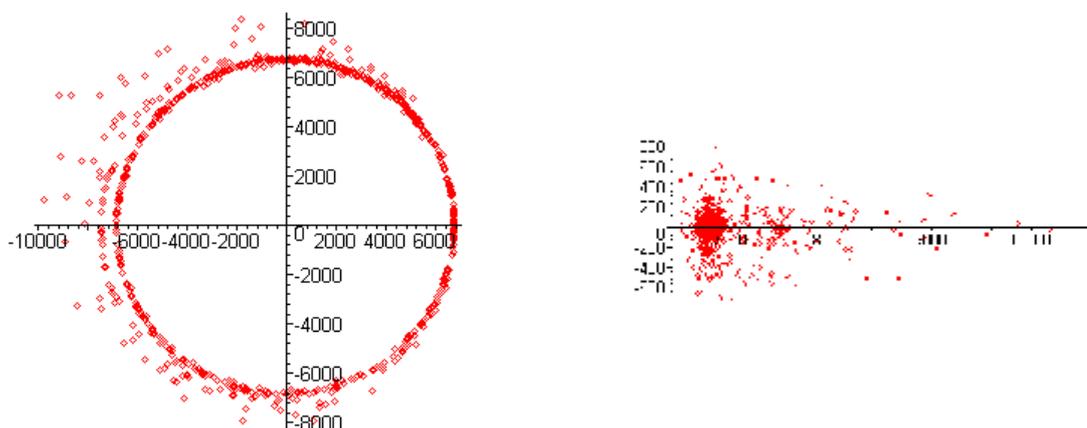


Рис. 4. Облако фрагментов через 1 сутки после разрушения КА

Таблица 2

$r_{тор}$ , км	$r_0 * 10^{-7}$ , 1/км <sup>3</sup>	$r_m * 10^{-6}$ , кг/км <sup>3</sup>	Число фрагментов	Масса фрагментов, кг
10	338,8	346,37	69	179,09
50	12,34	13,29	433	4414,22
100	4,472	3,7258	602	4948,42

По истечении 1 месяца вид облака и его параметры не претерпевают существенных изменений (рис. 5 и таблица 3).

Отметим, что для рассмотренных пара-

метров орбит фоновое значение концентрации техногенного вещества для фрагментов массой более 1 гр составляет около  $2 * 10^{-7}$  1/км<sup>3</sup> по [3].

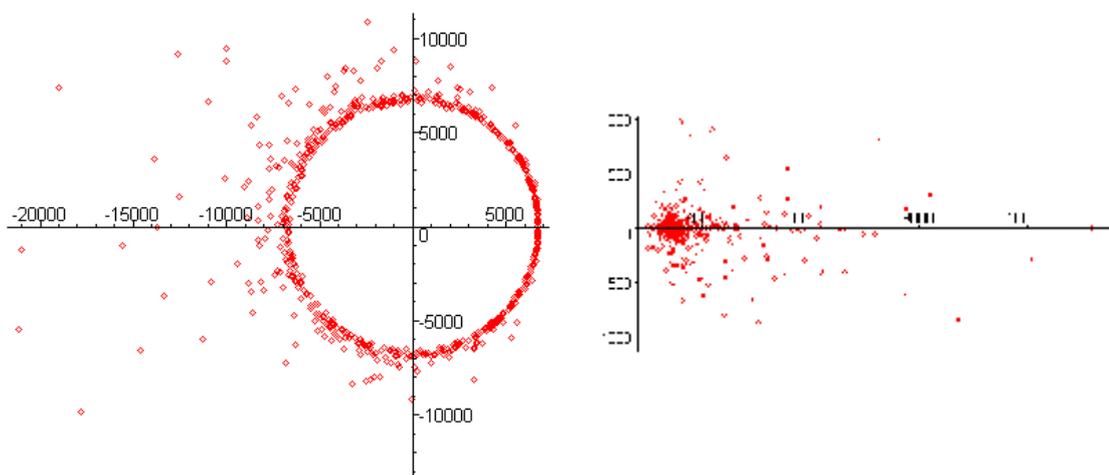


Рис. 5. Облако фрагментов через 1 месяц после разрушения КА

Таблица 3

$r_{top}$ , км	$\Gamma_0 * 10^{-7}$ , 1/км <sup>3</sup>	$\Gamma_m * 10^{-6}$ , кг/км <sup>3</sup>	Число фрагментов	Масса фрагментов, кг
10	820,7	860,7	109	143,15
50	14,27	14,23	474	4727,80
100	4,593	3,732	610	4951,08

Таким образом, на орбитах, близких к орбите разрушенного КА, реальная плотность потоков техногенного вещества существенно (от 2 до 40 раз) больше фонового значения. Следовательно, при оценке безопасности полета КА, функционирующих в составе орбитальных космических систем, необходимо учитывать вероятность изменения расчетных условий в случае разрушения на орбите одного из КА.

### Список литературы

1. Debris evolution and lifetime following an orbital break up. Chobotov V., Spenser D. "AIAA Pap.", 1989, №0085, 11pp.
2. Основы теории полета космических аппаратов./ Под ред. Г. С. Нариманова и М. К. Тихонравова. – М.: Машиностроение, 1972.
3. ОСТ 134-1022-99. Пространство околоземное космическое. Модель пространственно-временного распределения плотности потоков техногенного вещества. – М: РКА.

## ESTIMATION OF TECHNOGENETIC SUBSTANCE FLOW DENSITY DISTRIBUTION IN TIME AND SPACE WITH REGARD TO LOCAL BREAKAGES OF SPACE VEHICLE COMPARTMENTS

© 2006 V. D. Yelenev

Samara State Aerospace University

The paper considers an approach which makes it possible to estimate Technogenetic substance flow density distribution in time and space. The is a cloud of fragments of the broken space vehicle compartments. Specific indicators are chosen to estimate the cloud parameters. The solution of the problem involves modeling the breakage of a space vehicle compartment with a given number of fragments in the cloud. The fragments masses, ballistic coefficients, velocities and directions of flying are chosen. The orbits of the fragments formed and their further evolution are calculated. The author proposes making estimations for certain given values of volume calculated relative to the basic trajectory of the space vehicle broken. The modeling results for the chosen case of space vehicle breakage are given.