

УДК 629.78.076.6

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ НЕУПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ НИЗКОВЫСОТНОГО НАНОСПУТНИКА НА ВОЗМОЖНОСТЬ РЕШЕНИЯ НАВИГАЦИОННО-СВЯЗНЫХ ЗАДАЧ ПОСЛЕ ОТДЕЛЕНИЯ ОТ ВЕРХНЕЙ СТУПЕНИ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ «СОЮЗ»

© 2013 И. В. Белоконов, А. В. Крамлих, И. А. Тимбай

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Исследуется неуправляемое движение относительно центра масс наноспутника после попутного запуска с верхней ступени ракеты-носителя «Союз». Сформированы вероятностные модели начальных условий углового движения наноспутника. Показана возможность успешного решения навигационно-связных задач на наноспутнике при использовании спутниковых радионавигационных систем и низковысотных сетей связи.

Наноспутник, ракета-носитель, движение относительно центра масс, гравитационный момент, аэродинамический момент, прецессия, угол атаки, навигационная задача, связная задач.

Введение

Рассматривается неуправляемое движение наноспутника относительно центра масс. Предполагается, что наноспутник соответствует стандарту CubeSat2U (двойной кубик размером 10x10x20 см, массой 2 кг), динамически симметричен, плотность спутника постоянная и отсутствует система ориентации и стабилизации. Принимается, что наноспутник запускается с верхней ступени ракеты-носителя (РН) «Союз», совершающей неуправляемое движение после отделения основной полезной нагрузки на низкой околокруговой орбите, используемой для выведения грузовых космических аппаратов типа «Прогресс» с максимальной высотой орбиты 245 км и минимальной высотой 193 км.

В работах [1,2] сформированы вероятностные модели начальных условий углового движения верхней ступени РН «Союз» после отделения основной полезной нагрузки. В [3] исследовано движение относительно центра масс наноспутника, стабилизированного вращением, после попутного запуска с верхней ступени РН «Союз», показана возможность успешного решения навигационно-связных задач во время проведения крат-

ковременных научных экспериментов при использовании спутниковых радионавигационных систем и низковысотных систем связи. В данной работе исследуется движение относительно центра масс аэродинамически стабилизированного наноспутника, когда запас статической устойчивости наноспутника достаточно велик и действие аэродинамического момента превышает суммарное действие остальных внешних моментов. В вероятностной постановке анализируется возможность успешного решения навигационно-связных задач при использовании спутниковых радионавигационных систем и низковысотных сетей связи.

Начальные условия углового движения

Наноспутник запускается с верхней ступени РН «Союз», совершающей неуправляемое движение после отделения основной полезной нагрузки. По штатной циклограмме работы РН «Союз» через 0,7 с после отделения основной полезной нагрузки от верхней ступени включается реактивное сопло, создающее дополнительную силу, закручивающую и уводящую верхнюю ступень от основной полезной нагрузки. В данной работе рас-

считается случай, когда с целью отделения наноспутника происходит задержка включения реактивного сопла, обеспечивающая безопасность относительного движения верхней ступени, основной полезной нагрузки и наноспутника. Задержка отделения наноспутника от ступени после отделения полезной нагрузки t_d составляет 10-20 с. В работе [2] показано, что вращательное движение верхней ступени представляет собой регулярную прецессию, при которой продольная ось ступени, проходящая через центр масс, описывает круговой конус относительно неизменного в пространстве направления вектора кинетического момента \vec{K} (угол полураствора конуса a_k). Движение оси симметрии вокруг вектора кинетического момента \vec{K} происходит с постоянной угловой скоростью прецессии $\dot{\psi}$. Одновременно ступень вращается с постоянной угловой скоростью собственного вращения $\dot{\phi}$ вокруг оси симметрии (рис. 1).

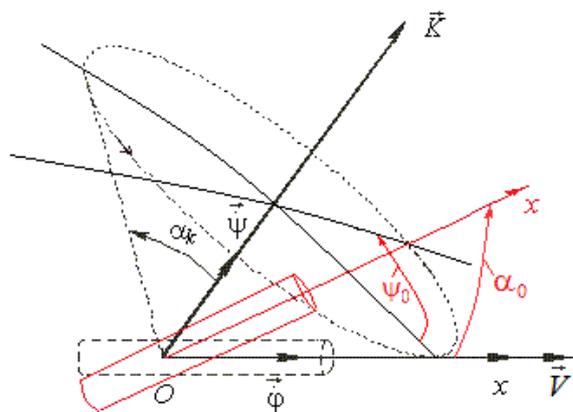


Рис. 1. Начальные условия углового движения

Полагая, что в момент отделения полезной нагрузки продольная ось ступени совпадает с направлением скорости её центра масс, пространственный угол атаки a_0 (угол между продольной осью ступени и вектором скорости) в момент отделения наноспутника (рис. 1) можно определить по формуле

$$a_0 = \arccos(\cos^2 a_k + \sin^2 a_k \cos y_0), \quad (1)$$

где $\cos a_k = K_x / K$; $\dot{\psi} = K / J_n^{os}$; $y_0 = \dot{\psi} t_d$ – угол прецессии в момент отделения наноспутника; $K = \sqrt{K_x^2 + K_n^2}$ – модуль кинетического момента ступени; $K_x = J_x^{os} w_x^{os}$, $K_n = J_n^{os} w_n^{os}$ – продольная и поперечная составляющие кинетического момента; J_x^{os} – продольный момент инерции ступени, $J_y^{os} = J_z^{os} = J_n^{os}$ – поперечный момент инерции ступени; w_x^{os} , $w_n^{os} = \sqrt{(w_y^{os})^2 + (w_z^{os})^2}$ – продольная и поперечная составляющие угловой скорости ступени.

Для малых значений угла y_0 , полагая, что $\cos y_0 \approx 1 - y_0^2 / 2$, на основании соотношения (1) можно получить:

$$a_0 = w_n^{os} t_d. \quad (2)$$

Учитывая, что компоненты поперечной угловой скорости ступени независимы и распределены по нормальному закону с дисперсиями $s_{w_y^{os}}^2 = s_{w_z^{os}}^2$ и нулевыми математическими ожиданиями [1], величина a_0 , определяемая соотношением (2), распределена по Рэлеевскому закону. Выражения для плотности распределения и функции распределения имеют вид

$$f(a_0) = \frac{a_0}{s_{w_y^{os}}^2 t_d^2} \exp\left(\frac{-a_0^2}{2s_{w_y^{os}}^2 t_d^2}\right), \quad (3)$$

$$F(a_0) = 1 - \exp\left(\frac{-a_0^2}{2s_{w_y^{os}}^2 t_d^2}\right). \quad (4)$$

Для оценки применимости формул (3) и (4) было проведено статистическое моделирование (10000 численных экспериментов) по соотношению (1) с учётом распределений угла a_k и угловой скорости прецессии $\dot{\psi}$, приведённых в [2], и времени задержки отделения наноспутника от ступени после отделения полезной нагрузки $t_d = 20$ с.

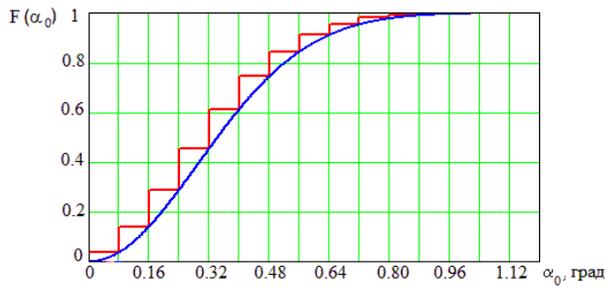


Рис. 2. Эмпирическая (ступенчатая кривая) и аналитическая функции распределения угла атаки в момент отделения наноспутника

На рис. 2 показаны графики для эмпирической модели функции распределения угла α_0 (ступенчатая кривая) и полученной аналитической модели (4). Среднее значение и среднеквадратичное отклонение угла α_0 , полученные в результате статистического моделирования, равны $\bar{\alpha}_0=20,9$ град и $s_{\alpha_0}=10,8$ град. При этом математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение этих величин, вычисленные с использованием выражения (3), равны $\bar{\alpha}_0=20,9$ град. и $s_{\alpha_0}=10,9$ град соответственно.

Как видно из приведённых результатов, значения статистических характеристик, полученные в результате статистического моделирования и вычисленные с использованием соотношений (3)-(4), практически совпадают.

На рис.3 показано изменение аналитической функции распределения угла атаки в момент отделения наноспутника α_0 в зависимости от времени задержки отделения наноспутника от ступени после отделения полезной нагрузки.

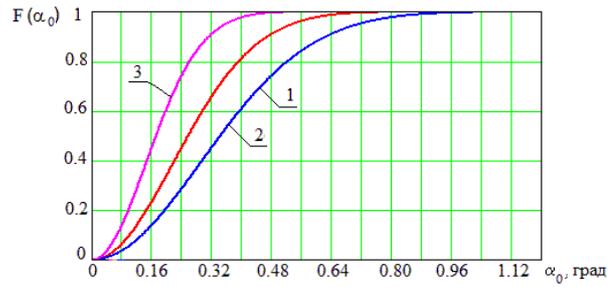


Рис. 3. Функция распределения угла атаки в момент отделения наноспутника в зависимости от времени задержки отделения его от ступени: $1 - t_d = 20$ с, $2 - t_d = 15$ с, $3 - t_d = 10$ с

Движение наноспутника относительно центра масс

Проведено сравнение величин гравитационного момента и аэродинамического восстанавливающего момента, действующих на наноспутник. При вычислении аэродинамического восстанавливающего момента принималось, что обтекание наноспутника свободномолекулярное и удар молекул газа абсолютно неупругий. Влиянием момента сил аэродинамической диссипации пренебрегалось. Магнитный момент не оценивался.

В табл. 1 приведено изменение отношения максимального значения аэродинамического момента (при относительном запасе статической устойчивости наноспутника $\Delta\bar{x} = 0,1$ и коэффициента силы лобового сопротивления $C_{x0} = 2,2$) к максимальному значению гравитационного момента от высоты для двух предельных значений плотности атмосферы: для ночной атмосферы при минимальном индексе солнечной активности и для дневной атмосферы при максимальном индексе солнечной активности [4].

Таблица 1. Изменение отношения максимального значения аэродинамического момента к максимальному значению гравитационного момента, действующих на наноспутник

Высота, км	260	240	220	200	180
Ночная атмосфера при минимальном индексе солнечной активности	31	61	120	280	680
Дневная атмосфера при максимальном индексе солнечной активности	200	290	420	650	1100

Как следует из табл. 1, на всём протяжении полёта определяющим является аэродинамический момент, который стремится совместить продольную ось наноспутника с направлением набегающего потока. Однако этому движению противодействуют гироскопические силы, вызывающие вынужденную прецессию вектора кинетического момента относительно вектора скорости центра масс. Пренебрегая угловой скоростью движения центра масс по орбите, усредняя аэродинамический момент по углу собственного вращения и аппроксимируя его синусоидальной зависимостью от угла атаки, изменение угла атаки наноспутника можно описать следующим уравнением [5]:

$$\ddot{a} + (G - R \cos a)(R - G \cos a) / \sin^3 a - a(H) \sin a = 0, \quad (5)$$

где $R = J_x^{ns} w_x^{ns} / J_n = \text{const}$,

$$G = R \cos a + (-w_y^{ns} \cos j_n + w_z^{ns} \sin j_n) \sin a = \text{const}$$

– отнесённые к поперечному моменту инерции проекции вектора кинетического момента на продольную ось наноспутника и на направление скорости центра масс соответственно; J_x^{ns} – продольный мо-

мент инерции, $J_y^{ns} = J_z^{ns} = J_n$ – поперечный момент инерции наноспутника; w_x^{ns} , w_y^{ns} , w_z^{ns} – проекции вектора угловой скорости на оси связанной системы координат; j_n – угол аэродинамического крена (угол собственного вращения); $a = -m_a S l V^2 r(H) / (2J_n)$; m_a – коэффициент восстанавливающего момента, вычисленного относительно центра масс; S – характерная площадь; l – характерный размер наноспутника; V – скорость центра масс; $r(h)$ – плотность атмосферы на высоте H .

Прецессию продольной оси спутника относительно вектора скорости центра масс \dot{V} на промежутке времени, равном периоду полного оборота, противоположную по направлению данному вектору, принято называть “обратной” прецессией, а совпадающую с направлением вектора скорости центра масс \dot{V} – «прямой» прецессией [6]. При выполнении условия $R > G$ реализуется «обратная» прецессия, при $G > R$ – «прямая» прецессия (рис. 4).

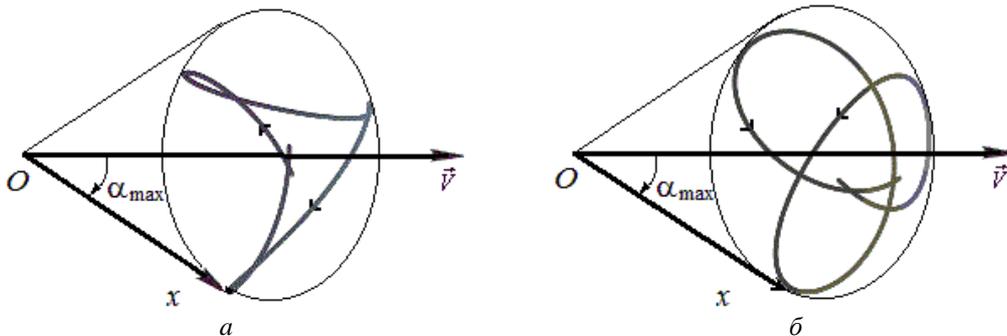


Рис. 4. Траектория продольной оси наноспутника на единичной сфере относительно скоростной системы координат: а - “обратная” прецессия, б - “прямая” прецессия

Интеграл энергии системы (5) при $H = \text{const}$ имеет вид

$$\ddot{a} / 2 + (R^2 + G^2 - 2RG \cos a) / (2 \sin^2 a) + a \cos a = E. \quad (6)$$

Значение E определяется по начальным условиям, при этом

$$\dot{a}_0 = w_y^{ns} \cos j_{n0} + w_z^{ns} \sin j_{n0}.$$

Максимальное значение угла атаки определяется из уравнения

$$(R^2 + G^2 - 2RG \cos a_{\max}) / (2 \sin^2 a_{\max}) - a_{\max} \cos a_{\max} - E = 0. \quad (7)$$

Начальные условия углового движения наноспутника определяются угловым движением верхней ступени [1], величиной задержки отделения наноспутника от

ступени после отделения основной полезной нагрузки, погрешностью системы отделения наноспутника от верхней ступени.

Для определения статистических характеристик распределения максимального угла атаки наноспутника было проведено статистическое моделирование по соотношениям (6), (7) с учётом (1). Задержка отделения наноспутника от ступени после отделения полезной нагрузки принята $t_d = 15$ с. Отделение наноспутника происходит на околокруговой орбите со средней высотой 200 км. Значение плотности атмосферы принималось соответствующее ночной атмосфере при минимальном индексе солнечной активности [4]. В соответствии с [1] принималось, что компоненты поперечной угловой скорости верхней ступени независимы и распределены по нормальному закону со среднеекватичными отклонениями $3s_{w_y^{ns}} = 3s_{w_z^{ns}} = 2,5$ град/с и нулевыми математическими ожиданиями, а продольная угловая скорость верхней ступени распределена по нормальному закону со среднеекватичным отклонением $3s_{w_x^{ns}} = 0,3$ град/с и математическим ожиданием, равным 2,5 град/с. Предполагалось, что составляющие угловой скорости наноспутника за счет системы его отделения также независимы и распределены по нормальному закону со среднеекватичными отклонениями $s_{\Delta w_x^{ns}}$, $s_{\Delta w_y^{ns}} = s_{\Delta w_z^{ns}}$ и нулевыми математическими ожиданиями.

На рис. 5, 6 показаны изменения функции распределения максимального угла атаки наноспутника (при относительном запасе статической устойчивости $\Delta\bar{x} = 0,1$ и $\Delta\bar{x} = 0,15$ соответственно) в зависимости от величин среднеекватичных отклонений угловой скорости за счёт системы отделения наноспутника: кривая 1 для $3s_{\Delta w_y^{ns}} = 3s_{\Delta w_z^{ns}} = 3$ град/с, $3s_{\Delta w_x^{ns}} = 0,6$ град/с; кривая 2 для

$$3s_{\Delta w_y^{ns}} = 3s_{\Delta w_z^{ns}} = 2 \text{ град/с,}$$

$$3s_{\Delta w_x^{ns}} = 0,4 \text{ град/с; кривая 3 для}$$

$$3s_{\Delta w_y^{ns}} = 3s_{\Delta w_z^{ns}} = 1 \text{ град/с,}$$

$3s_{\Delta w_x^{ns}} = 0,2$ град/с; кривая 4 характеризует изменение функции распределения для случая идеального срабатывания системы отделения.

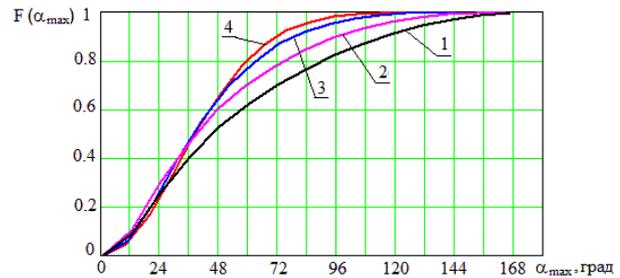


Рис. 5. Эмпирическая функция распределения максимального угла атаки наноспутника (относительный запас статической устойчивости $\Delta\bar{x} = 0,1$)

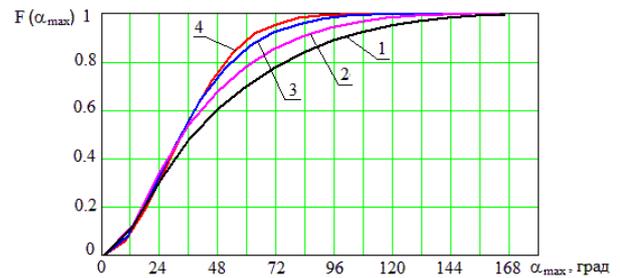


Рис. 6. Эмпирическая функция распределения максимального угла атаки наноспутника (относительный запас статической устойчивости $\Delta\bar{x} = 0,15$)

Анализ возможности решения навигационно-связных задач на наноспутнике

Проведён анализ возможности решения навигационно-связных задач на наноспутнике, совершающем неуправляемое движение, описываемое вероятностными моделями, полученными выше.

При проведении анализа возможности решения навигационно-связных задач использовались следующие определения:

- под «полной» задачей навигации понимается задача определения положения наноспутника в пространстве (три

геоцентрические координаты x, y, z) и времени t . Решение данной задачи возможно при условии непрерывной видимости одной и той же группировки навигационных спутников (НС), числом не менее четырёх;

- под «ограниченной» задачей навигации понимается задача определения только положения наноспутника в пространстве без определения текущего времени. Решение данной задачи возможно при условии непрерывной видимости одной и той же группировки из трёх НС;

- под «горячим», «тёплым» и «холодным» стартом понимается первое решение навигационной задачи после включения навигационного приёмника при длительности интервала видимости одной и той же группировки НС не менее 30, 90 и 180 секунд соответственно.

При анализе возможности передачи данных через низковысотную систему связи GlobalStar рассматриваются продолжительности сеансов связи не менее 5 минут и не менее 10 минут в зависимости от требуемого объёма передачи данных.

Исследование возможности решения задач навигации и связи при условии неориентированного полёта наноспутника проводилось на модельной задаче при следующих исходных данных:

- орбита наноспутника околокруговая со средней высотой 200 км, долгота восходящего узла $\Omega = 97^\circ$, наклонение орбиты $i = 51^\circ$;

- орбитальные структуры спутниковых радионавигационных систем ГЛОНАСС и GPS взяты на апрель 2013 года;

- орбитальная структура низковысотной системы связи GlobalStar – номинальная (48 спутников);

- вектор фазового центра антенны ориентирован вдоль продольной оси наноспутника;

- угол конуса видимости группировки навигационных и связных спутников со стороны фазовых центров антенн нано-

спутника d_c определяется через максимальный угол атаки a_{\max} и равен $d_c = 180^\circ - 2a_{\max}$. При статистическом моделировании значения реализаций угла a_{\max} принимаются в соответствии с эмпирической функцией распределения (рис. 5 и 6);

- интервал времени, на котором исследуется возможность решения навигационно-связных задач, равен периоду движения наноспутника по орбите.

Для расчёта вероятности возможности решения навигационно-связных задач использовалась формула полной вероятности:

$$P(A_s) = \sum_{i=1}^n P(A_s | d_c^i) P(d_c^i),$$

где $P(A_s | d_c^i)$ – условная вероятность решения навигационной задачи ($s=1$) или сеанса связи ($s=2$), при условии реализации угла d_c^i ; $P(d_c^i)$ – вероятность реализации величины угла d_c^i .

На рис. 7-10 представлены вероятности возможности решения «ограниченной» и «полной» задач навигации при «горячем», «тёплом» и «холодном» стартах при различных запасах статической устойчивости наноспутника. Как следует из рис. 7-10, вероятность $P(A_1)$ возможности решения как полной, так и ограниченной задач навигации при максимальных разбросах начальных условий отделения составляет не менее 0,71 в случае, когда относительный запас статической устойчивости $\Delta\bar{x} = 0,1$, и не менее 0,78 в случае $\Delta\bar{x} = 0,15$.

На рис. 11-12 представлены вероятности возможности проведения сеансов связи $P(A_2)$ длительностью не менее 5 и 10 мин при различных запасах статической устойчивости наноспутника.

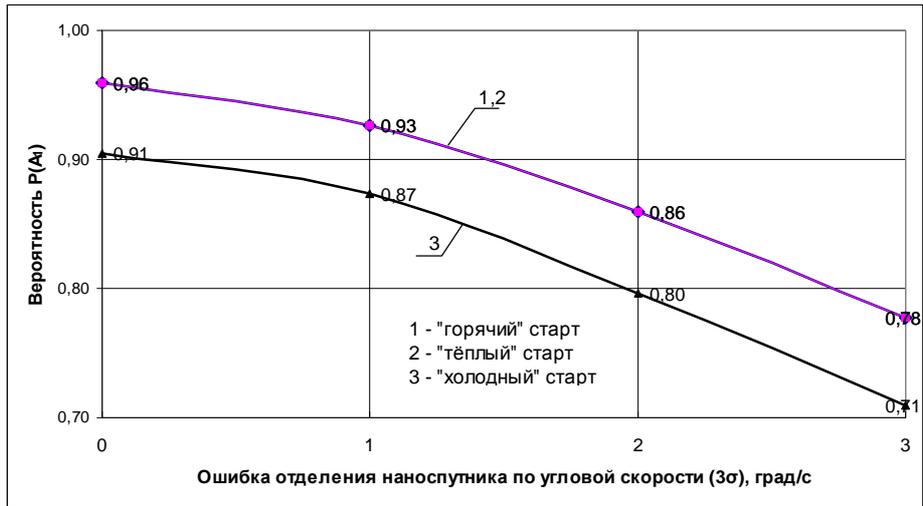


Рис. 7. Вероятность решения «ограниченной» задачи навигации (относительный запас статической устойчивости наноспутника $\Delta\bar{x} = 0,1$)

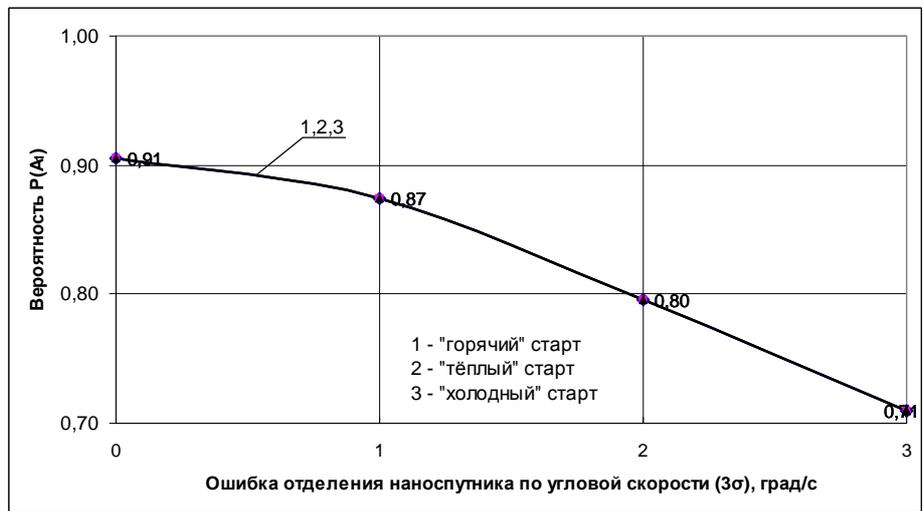


Рис. 8. Вероятность решения «полной» задачи навигации (относительный запас статической устойчивости наноспутника $\Delta\bar{x} = 0,1$)

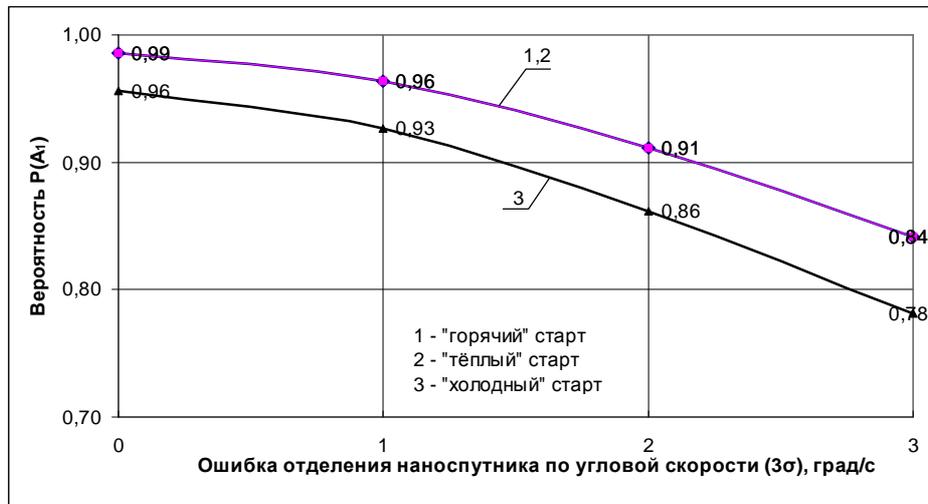


Рис. 9. Вероятность решения «ограниченной» задачи навигации (относительный запас статической устойчивости наноспутника $\Delta\bar{x} = 0,15$)

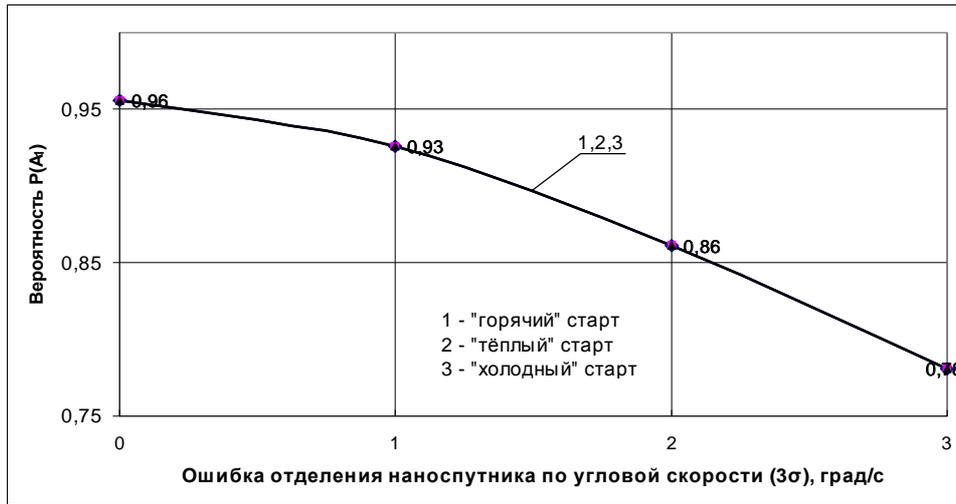


Рис. 10. Вероятность решения «полной» задачи навигации (относительный запас статической устойчивости наноспутника $\Delta\bar{x} = 0,15$)



Рис. 11. Вероятность проведения сеанса связи (относительный запас статической устойчивости наноспутника $\Delta\bar{x} = 0,1$)



Рис. 12. Вероятность проведения сеанса связи (относительный запас статической устойчивости наноспутника $\Delta\bar{x} = 0,15$)

Выводы

Таким образом, сформированы вероятностные модели начальных условий углового движения аэродинамически стабилизированного наноспутника после отделения от верхней ступени РН «Союз». Показаны возможности решения навигационной задачи на наноспутнике по сигналам систем ГЛОНАСС/GPS и задачи связи с использованием низковысотной системы связи GlobalStar. Полученные результаты позволяют сформировать требования к погрешностям по угловой скорости, порождаемой системой отделения наноспутников, для обеспечения возможности навигации наноспутника по сигналам спутниковых радионавигационных систем ГЛОНАСС/GPS и возможности связи с наземным центром управления полётом с использованием низковысотной системы связи GlobalStar.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-08-97015-р_поволжье_а.

Библиографический список

1. Оценка возможности управляемого схода с орбиты верхней ступени РН «Союз» за счет использования остатков

топлива в баках [Текст] / И.В. Белоконов, Г.Е. Круглов, В.И. Трушляков [и др.] // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – 2010. – №. 2 (22). С. 105–111.

2. Belokonov, I. Modes of motion of Soyuz orbital stage after payload separation at carrying out of the short-term research experiments, *Advances in the Astronautical Sciences* [Text] / I. Belokonov, A. Storozh, I. Timbay, – 2012. – Vol. 145. – P. 99-107.

3. Белоконов, И.В. Проблемы обеспечения оперативного мониторинга полета наноспутника при попутном запуске с орбитальной ступени РН «Союз» [Текст] / И.В. Белоконов, А.В. Крамлих, И.А. Тимбай // Изв. Самар. науч. центра РАН. – 2012. – Т. 14, № 6. – С. 123-129.

4. Основы теории полёта космических аппаратов [Текст] / В.С. Авдеевский, Б.М. Антонов, Н.А. Анфимов [и др.]; под ред. Г.С. Нариманова и М.К. Тихонравова. – М.: Машиностроение, 1972. – 607 с.

5. Ярошевский, В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере [Текст] / В. А. Ярошевский. – М.: Машиностроение, 1978. – 168 с.

6. Platus, D.H. Angle-of-Attack Convergence Windward = Meridian Rotation Rate of Rolling Re-Entry Vehicles [Text] / D.H. Platus // *AIAA Journal*. V.7, № 12. Deg., 1969. P. 2324-2330.

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF LOW-ORBIT NANOSATELLITE UNCONTROLLED MOTION ON THE POSSIBILITY OF SOLVING NAVIGATION AND COMMUNICATION PROBLEMS AFTER ITS SEPARATION FROM THE «SOYUZ» CARRIER ROCKET UPPER-STAGE

© 2013 I. V. Belokonov, A. V. Kramlikh, I. A. Timbai

Samara State Aerospace University

The paper analyses a nanosatellite's uncontrolled motion relative to its mass center after separation from the upper stage of «Soyuz» carrier rocket. Stochastic models of the initial conditions of the nanosatellite attitude motion are formulated. The possibility of successful solutions of navigation and communication problems using satellite navigation systems and low-altitude communications networks for LEO nanosatellites is shown.

Nanosatellite, motion relative to mass center, gravitational gradient, aerodynamic couple, precession, angle of attack, navigation problem, communication problem, LEO communication network.

Информация об авторах

Белоконов Игорь Витальевич, доктор технических наук, профессор, заведующий межвузовской кафедрой космических исследований, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: acad@ssau.ru. Область научных интересов: динамика полёта, баллистика, навигация в космосе.

Крамликх Андрей Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: kramlikh@mail.ru. Область научных интересов: навигация и ориентация космических аппаратов, комплексирование и обработка информации.

Тимбай Иван Александрович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: timbai@ssau.ru. Область научных интересов: механика космического полёта.

Belokonov Igor Vitalievich, doctor of engineering, professor, head of space research department, Samara State Aerospace University. E-mail: acad@ssau.ru. Area of research: flight dynamics, ballistics, space navigation.

Kramlikh Andrey Vasilyevich, candidate of engineering, associate professor, the department of space mechanical engineering, Samara State Aerospace University. E-mail: kramlikh@mail.ru. Area of research: spacecraft navigation and orientation, information integration and processing.

Timbai Ivan Aleksandrovich, doctor of engineering science, professor, the department of higher mathematics, Samara State Aerospace University. E-mail: timbai@ssau.ru. Area of research: mechanics of outer-space flight.