

## ОПТИМИЗАЦИЯ ТОНКОСТЕННОЙ КАРКАСИРОВАННОЙ КОНСТРУКЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПО ПРОЧНОСТИ И ЖЕСТКОСТИ

© 2006 А. В. Болдырев, В. А. Комаров

Самарский государственный аэрокосмический университет

На примере проектирования пилона навески двигателя рассматриваются особенности и алгоритм оптимизации комбинированных конструкций с учетом широкого спектра ограничений.

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу проектирования пилона навески двигателя к крылу самолета с учетом требований прочности и жесткости в виде ограничений на частоты собственных колебаний. В процессе проектирования пилон необходимо устранить возможность появления резонансов в упругой системе “крыло - двигатель”. Поэтому частоты собственных колебаний системы “пилон - двигатель” должны принадлежать только “разрешенным” диапазонам.

В качестве объекта проектирования рассмотрим пилон самолета ИЛ-86 под модифицированный двигатель. Новый двигатель имеет массу и габаритные размеры, отличные от исходного двигателя. Основные изменения геометрических параметров пилона отражены на рисунке 1. Конструктивно пилон состоит из 14 рам, двух стенок и обшивки (верхней и нижней), подкрепленных стрингера-

ми. В верхней и нижней обшивках имеются технологические отверстия. Узлам крепления пилон к крылу и навески двигателя соответствуют 4 усиленных рамы. Данная тонкостенная каркасированная конструкция является комбинированной упругой системой [1], то есть конструкцией, элементы которой обладают различными свойствами. Так, в напряженно-деформированном состоянии стрингеров преобладает одноосное растяжение или сжатие, а стенки и обшивки испытывают двухосное (мембранное) состояние.

Достаточно адекватно моделировать поведение конструкции при статическом и динамическом нагружении позволяет метод конечных элементов (МКЭ) [2]. Задача параметрической оптимизации тонкостенной каркасированной конструкции может быть сформулирована в терминах нелинейного математического программирования [3]. За проектные переменные для задачи оптимизации

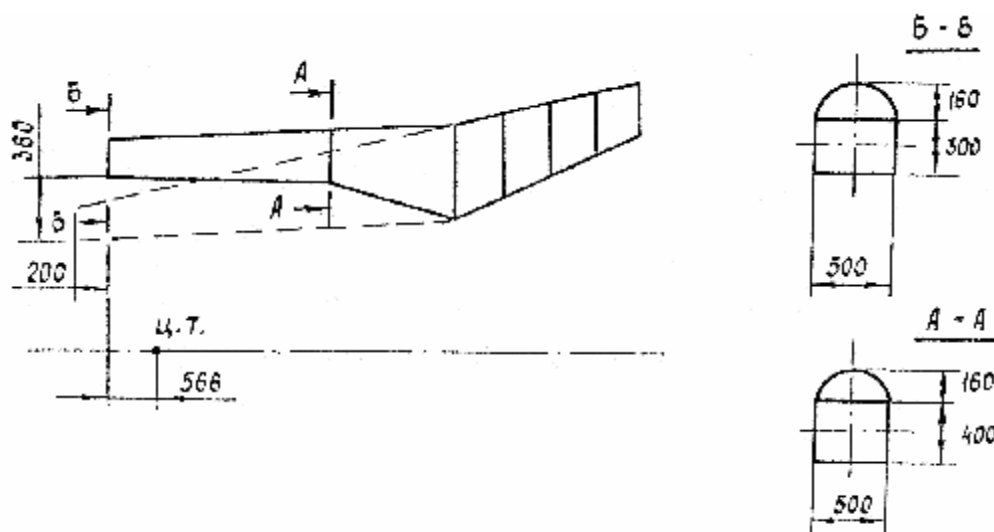


Рис. 1. Схема пилон под модифицированный двигатель (пунктиром показаны контуры исходного пилон)

силовой конструкции обычно принимаются параметры, описывающие размеры сечений конечных элементов (площади поперечных сечений поясов лонжеронов и подкрепляющих стрингеров, толщины обшивок и стенок и т. п.) [3, 4]. Недостатком этого подхода является то, что такие переменные имеют различную физическую размерность. Поэтому уже на этапе постановки задачи полезно отметить, что “традиционные” проектные переменные  $X_i$  линейно связаны с массами соответствующих элементов  $m_i^{(e)}$ :

$$m_i^{(e)} = r_i A_i X_i, \quad (1)$$

где  $r_i$  - плотность материала  $i$ -го элемента;  $A_i$  - постоянная составляющая объема  $i$ -го элемента (площадь в плане элемента пластины или длина стержневого);  $X_i$  - переменная составляющая объема  $i$ -го элемента (толщина элемента пластины или площадь поперечного сечения стержневого).

Еще одна особенность проектирования рассматриваемой конструкции заключается в том, что применение ряда алгоритмов к упругим системам, состоящим из разнородных элементов, зачастую приводит к парадоксальным результатам, связанным с вырождением стержневых элементов и необоснованным увеличением мембранных элементов [5]. Для устранения данного недостатка используем прием представления конструкции в виде совокупности подконструкций [3]. Введем в рассмотрение  $n$ -мерный вектор проектных переменных  $\{m\} = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ , который однозначно определяет произвольную точку  $m$  в пространстве проектирования. Так как массы имеют одинаковую физическую размерность для любых типов конечных элементов, то объединение в подконструкции можно осуществлять на основе простых линейных связей:

$$\{m\} = [H] \{m^{(e)}\}, \quad n < t, \quad (2)$$

где  $[H]$  - булева матрица связи;  $\{m^{(e)}\} = \{m_1^{(e)}, m_2^{(e)}, \dots, m_t^{(e)}\}$ ;  $t$  - количество элементов в модели;  $n$  - количество подконструкций.

С одной стороны, линейные связи (2) позволяют уменьшить размерность задачи. С

другой стороны, если в одну подконструкцию включить элементы обшивки и подкрепляющие элементы, то заданное соотношение между размерами сечений элементов в процессе оптимизации будет неизменным (следовательно, подкрепляющие элементы не будут вырождаться). Такой прием позволяет проектировать подкрепленные панели с учетом потери устойчивости.

В качестве целевой функции принимаем массу конструкции в следующем виде:

$$M = \sum_{i=1}^n m_i. \quad (3)$$

Функции физических ограничений представим в виде

$$G_j(m) = C_j(m) - \underline{C}_j, \quad (j=1, 2, \dots, p), \quad (4)$$

где  $G_j$  -  $j$ -е физическое ограничение;  $C_j$  и  $\underline{C}_j$  - величина  $j$ -ой переменной состояния конструкции и ее допускаемая величина;  $p$  - количество физических ограничений. Переменными состояниями конструкции являются напряжения в различных точках конструкции, обобщенные перемещения, частоты собственных колебаний.

Итак, задача оптимизации заключается в определении точки  $m^*$  в пространстве проектирования, которой соответствует минимальное значение целевой функции:

$$M(m^*) = \min_D M(m) \quad (5)$$

в области допустимых значений

$$D = \{ m: G_j(m) \leq 0, m \in \Pi, j=1, 2, \dots, p \}, \quad (6)$$

принадлежащей области поиска

$$\Pi = \{ m: m_i^{\min} \leq m_i \leq m_i^{\max}, i=1, 2, \dots, n \}. \quad (7)$$

Здесь  $m_i^{\min}$  и  $m_i^{\max}$  - границы варьирования  $i$ -ой проектной переменной, обусловленные конструктивно-технологическими условиями. Если значение проектной переменной соответствует одной из границ области поиска, то такая переменная называется пассивной. Для активных (свободных) проектных переменных соотношения (7) выполняются в виде строгих неравенств [4].

## 2. Выбор метода оптимизации

Методы оптимального проектирования конструкций развиваются в двух направлениях [3, 4]. В основе *прямого подхода* (методов математического программирования) лежит идея пошагового улучшения качества проекта на основании локального поведения функций цели и ограничений вблизи текущей точки пространства проектирования. Эти методы, как правило, определяют последовательность поисковых шагов в допустимой области вдоль гиперповерхностей ограничений, при которых значения целевой функции монотонно убывают. Достоинством прямого подхода является устойчивая сходимость алгоритмов, особенно вдали от оптимальной точки, а недостатком - зависимость числа итерационных шагов от размерности задачи и, как следствие, низкая эффективность методов применительно к сложным объектам.

В рамках *непрямого подхода* (методов критериев оптимальности) задача минимизации целевой функции с ограничениями - неравенствами заменяется косвенной. Постулируется критерий, которому должна отвечать рациональная конструкция, и строится итерационная процедура поиска такой конструкции. Критерии оптимальности могут выводиться из математической формулировки задачи или основываться на особенностях поведения, подмеченных для некоторых классов конструкций.

В работах [3, 6] рассматривается *обобщенный критерий оптимальности*, который совпадает с необходимыми условиями Куна-Таккера для оптимизационной задачи (5) - (7). Функция Лагранжа записывается в виде

$$L(m) = M(m) + \sum_{j=1}^p I_j G_j(m), \quad (8)$$

где  $I_j$  - множитель Лагранжа для  $j$ -го физического ограничения.

Необходимые условия Куна-Таккера формулируются следующим образом:

$$\partial L(m) / \partial m_i = 0, \quad (i=1, 2, \dots, n_1), \quad (9)$$

$$I_j G_j(m) = 0, \quad (j=1, 2, \dots, p), \quad (10)$$

$$I_j \geq 0, \quad (j=1, 2, \dots, p), \quad (11)$$

где  $n_1$  - количество активных проектных переменных;  $p$  - количество физических ограничений.

Условия (10) и (11) задают набор активных физических ограничений для точки локального оптимума. Физические ограничения называются активными [3], если соотношения (6) выполняются в форме равенства. Для пассивных ограничений соотношения (6) являются строгими неравенствами и множители Лагранжа равны нулю.

В рамках обобщенного критерия оптимальности ограничения на напряжения можно учесть с помощью концепции *полнонапряженности* [7]. Такая комбинированная стратегия позволяет резко уменьшить количество физических ограничений за счет сведения множества физических ограничений на напряжения к ограничениям снизу на величины проектных переменных (ПП) в следующем виде:

$$m_i^{min} = \max(m_i^L, m_i^F), \quad (12)$$

где  $m_i^L$  - ограничения снизу для  $i$ -ой проектной переменной, обусловленные конструктивно-технологическими условиями;  $m_i^F$  - величина, получаемая из формулы отношения напряжений согласно концепции *полнонапряженности* [7]:

$$m_i^F = m_i \max_j (s_{ij} / \underline{s}_i), \quad (j=1, 2, \dots, s), \quad (13)$$

где  $s$  - количество случаев нагружения;  $s_{ij}$  - эквивалентные напряжения в  $i$ -ой подконструкции при  $j$ -м случае нагружения;  $\underline{s}_i$  - допускаемые напряжения.

В рассматриваемом подходе ограничения на проектные переменные становятся более жесткими, что обостряет проблему выбора набора активных ПП. При использовании непрямых методов может возникать

осцилляция вычислительного процесса, выражающаяся в периодических скачкообразных изменениях функций цели и ограничений. Чаще всего это связано с “мерцанием” наборов активных ограничений и активных ПП. После стабилизации указанных наборов итерационный процесс быстро сходится [3, 8]. Таким образом, эффективность процедуры определения наборов активных ограничений и ПП может стать основой эффективности алгоритма оптимизации в целом. В работе [9] предложен *алгоритм последовательной линеаризации в методе критериев оптимальности*. Движение в пространстве проектирования к точке, удовлетворяющей критерию оптимальности, осуществляется на основе последовательного чередования “пробных” и “рабочих” шагов. В результате ряда “пробных” шагов определяются наборы активных ограничений и ПП на основе линейных аппроксимаций параметров состояния конструкции. “Рабочий” шаг характерен тем, что для текущей точки пространства проектирования выполняется анализ конструкции в полном объеме. Данный алгоритм прошел тщательное испытание с помощью специально разработанной системы тестов, включающей в себя различные типы конструкций [8, 9].

### 3. Численные результаты

Конечно-элементная модель пилона (рис. 2) разработана на ММЗ им. С. В. Ильюшина в среде МКЭ-системы РИПАК [10]. Необходимо спроектировать пилон минимальной массы, удовлетворяющий ограничениям по прочности для трех расчетных случаев нагружений, по частотам собственных колебаний и конструктивно-технологическим требованиям. Толщины стенок и обшивок должны лежать в диапазоне от 1,5 мм до 5,0 мм. Площади поперечных сечений стрингеров связаны с толщинами обшивок и стенок линейным соотношением, определенным начальным распределением материала и требованиями устойчивости.

Ограничения на частоты собственных колебаний пилона с двигателем формулируются следующим образом:

- частота колебаний  $w_1$  должна быть не менее 1,83 Гц;
- частота колебаний  $w_2$  должна быть не более 3,07 Гц.

Исходный вариант конструкции (массой  $M=325$  кг) имеет следующие собственные частоты:  $w_1 = 2,94$  Гц;  $w_2 = 4,2$  Гц. Нарушено ограничение по второй частоте. Ана-

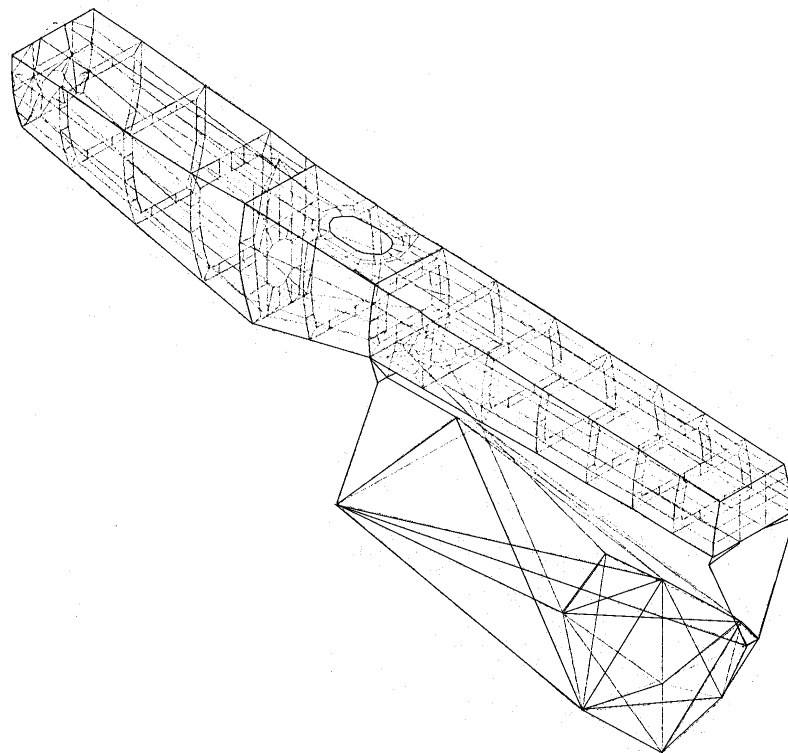


Рис. 2. Конечно-элементная модель пилона

лиз напряженного состояния показал, что имеются зоны с избытком материала по прочности, которые позволят уменьшить жесткость конструкции и тем самым уменьшить вторую частоту.

Для оптимизации распределения материала в конструкции использован алгоритм последовательной линеаризации в методе критериев оптимальности. Ход оптимизационного процесса показан на рисунках 3 и 4. По характеру изменения целевой функции и

активного физического ограничения можно сделать заключение об устойчивой сходимости алгоритма, основанного на концепции полнонапряженности и линейных аппроксимациях функций ограничений частот собственных колебаний. За семь итераций найден допустимый проект с массой  $M=210$  кг и собственными частотами  $\omega_1=2,22$  Гц,  $\omega_2=3,07$  Гц.

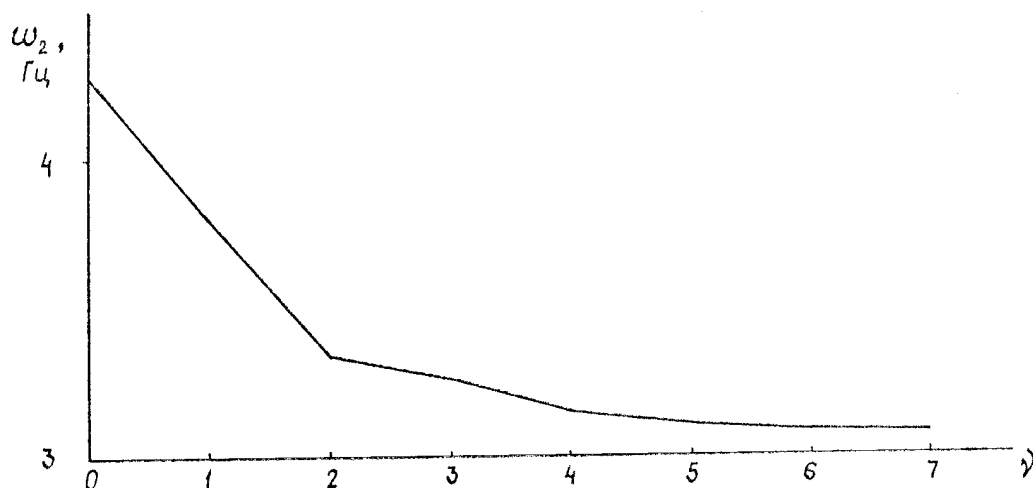


Рис. 3. Изменение частоты колебаний в процессе оптимизации тлона

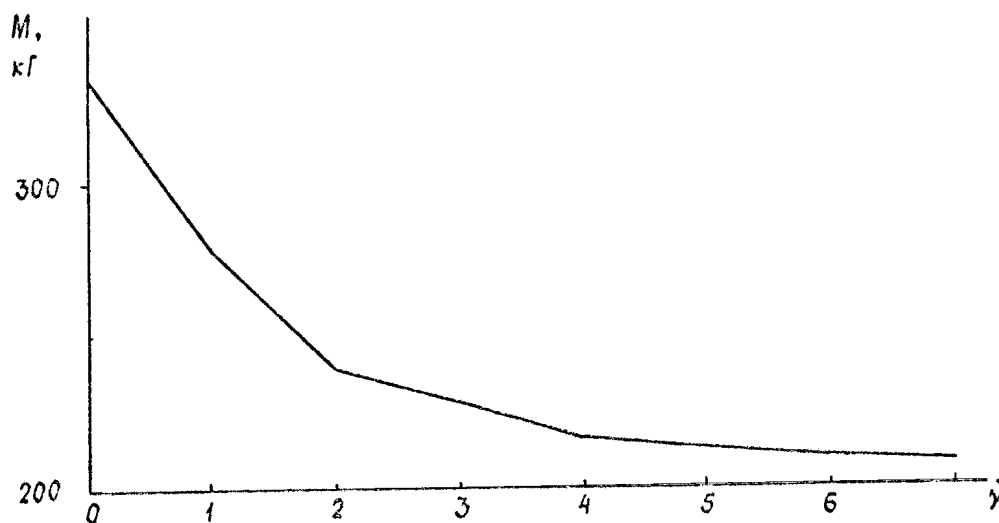


Рис. 4. Изменение массы тлона в процессе оптимизации

#### 4. Заключение

Непрямой подход основывается на знании характерных особенностей проектируемых упругих систем и поэтому позволяет эффективно решать вопросы оптимизации распределения материала в конструкциях. Компромисс между точностью и эффективностью весьма важен в реальном проектировании, так как позволяет получать рациональные варианты конструкций в заданные сроки. Указанный компромисс возможен на основе построения гибридных стратегий, объединяющих различные критерии оптимальности. Полученные результаты демонстрируют эффективность методики проектирования тонкостенной каркасированной конструкции на основе объединения обобщенного критерия оптимальности и концепции полнонапряженности.

#### Список литературы

1. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений / Под ред. Уманского А. М. - М.: Госстройиздат, 1960.
2. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике. - М.: Мир, 1975.
3. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование. Механические системы и конструкции. - М.: Мир, 1983.
4. Новые направления оптимизации в строительном проектировании / Андерсон М. С., Арман Ж.-Л., Арора Я. и др. - М.: Стройиздат, 1989.
5. Болдырев А. В. Тестирование алгоритмов оптимизации комбинированных конструкций на примере тонкостенной балки // В сб.: Студенческая наука аэрокосмическому комплексу. - Самара: СГАУ, 2003. Вып. 6. - С. 19-23.
6. Fleury C. A. Unified Approach to Structural Weight Minimization // Comp. methods in applied mechanics and engineering, 1978, № 20. Pp. 17-38.
7. Комаров В. А. О рациональных силовых конструкциях крыльев малого удлинения // Труды КуАИ. - Куйбышев, 1968. Вып. 32. - С. 8-12.
8. Болдырев А. В., Зарубин В. А., Комаров В. А. Тестирование программ оптимизации конструкций. - Самара, 1993. - Деп. в ВИНТИ 13.10.93. № 2570-B93.
9. Зарубин В. А., Болдырев А. В., Колпаков А. Г., Келл Н. А. Оптимизация распределения материала конструкций в САПР РИПАК. Куйбышев, 1989. - Деп. в ЦНТИ ГА 13.01.89. № 738 га.
10. Автоматизация проектирования авиационных конструкций на основе МКЭ. САПР РИПАК / Комаров В. А. и др. - Куйбышев, 1984. - Деп. в ВИНТИ 6.06.84, № 3709-84.

### OPTIMIZATION OF A THIN-WALLED WIREFRAME STRUCTURE WITH STRENGTH AND STIFFNESS LIMITATIONS

© 2006 A. V. Boldyrev, V. A. Komarov

Samara State Aerospace University

Peculiarities and algorithm of optimizing combined structures are discussed, engine pylon design taken as an example, with regard to a wide range of restrictions.