

УДК 621.452.3-752.2

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ УПРУГО-ДЕМПФЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВИБРАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

© 2014 Ф.М. Шакиров

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Рассматривается одномассовая упругодемпферная модель колебательной системы, из которой могут быть получены более простые классические варианты с подвесками в виде реологических моделей Пойнтинга-Томсона, Кельвина, Максвелла, Гука. Отличие модели от классических вариантов в том, что составляющие её подвески опираются на разные основания, одно из которых может быть виброактивным. Модель имеет две разновидности, отличающиеся тем, какая часть подвески опирается на потенциально виброактивное основание – упругая или упруго-демпферная. Приводятся математические модели их динамики с учётом демпфирования нелинейного характера. Исследованы динамические свойства разновидности, в которой вибровозмущение с основания на защищаемую массу может передаваться через упругий элемент. Рассмотрены случаи силового и кинематического виброн нагружения массы с использованием частотных функций по абсолютным и относительным параметрам. При силовом виброн нагружении динамика рассматриваемой модели идентична динамике классической модели. В случае кинематического возмущения массы на амплитудно-частотной характеристике по относительному параметру проявляется новое качество – две инвариантные точки. Это обстоятельство использовано для оптимизации уровня демпфирования в системе с целью минимизации резонансной амплитуды колебаний. Диапазон низкочастотной виброизоляции не меньше, чем у консервативной колебательной системы. Размер его зависит от демпфирования и жёсткостей упругих элементов, поэтому выбор их величин связан с достижением компромисса между ограничением размаха резонансных колебаний и обеспечением требуемого качества низкочастотной виброизоляции.

Вибрационная безопасность, реологические модели, релаксационное демпфирование, динамика, частотные и резонансные характеристики, оптимальное демпфирование.

Вибрационная безопасность предполагает предотвращение условий, при которых воздействие вибрации могло бы привести к ухудшению состояния здоровья работников, в том числе и к профессиональным заболеваниям, а также к значительному снижению уровня комфортности условий труда.

Кроме того, создаваемая машинами, агрегатами, механизированным инструментом и оборудованием вибрация способна привести как к нарушениям в их работе и выходу из строя самих этих машин, так и служить причиной повреждения других технических объектов. Это может повлечь за собой возникновение аварийных ситуаций и, в конечном итоге, неблагоприятных воздействий на человека. Поэтому контроль вибрационного состояния машин и обеспечение вибрационной прочности объектов так-

же относят (в широком смысле) к мерам по обеспечению вибрационной безопасности [1].

Методология исследования динамики агрегатов и узлов двигателей летательных аппаратов (ДЛА) и устройств виброзащиты человека как систем, подверженных действию вибрационного возмущения, базируется преимущественно на моделях с виброзащитным устройством (ВЗУ) в виде реологической модели Кельвина [2]. Реже для этих целей используются динамические модели с релаксационным механизмом демпфирования на основе реологической модели Пойнтинга-Томсона (иначе – Зенера) [3-5].

В настоящей работе представлены результаты исследования разновидностей динамической упруго-диссипативной модели, частными случаями которой являются вы-

шеуказанные модели колебательных систем.

На рис.1 представлены схемы описываемой колебательной системы с подвеской, состав которой идентичен реологической модели Пойнтинга-Томсона. Отличие состоит в том, что элементы ВЗУ упираются в разные основания, одно из которых при кинематическом возмущении колебательной системы является виброактивным. Данное обстоятельство послужило причиной указанные ВЗУ назвать квазимоделями Пойнтинга-Томсона, среди которых далее будем различать «с»- и «cd»- квазимодели. В первой (рис.1а) на виброактивное основание опирается «несущая» пружина, тогда как последовательная комбинация демпфера и «релаксационной» пружины (т.е. элемент Максвелла) расположена между массой и пассивным основанием. В «cd»-квазимодели – наоборот, возмущение на массу от виброактивного основания передаётся через элемент Максвелла, а «несущий» упругий элемент опирается на неподвижное основание (рис.1б).

Рассмотрим специфику динамики первой из предлагаемых моделей.

Движение объекта массы m описывается в этом случае системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_2(t) + c_1\delta(t) + c[x_2(t) - z(t)] &= F(t) \\ c[x_2(t) - z(t)] &= d_n \cdot |\dot{z}(t)|^n \cdot \text{sgn}[\dot{z}(t)] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

которая для кинематического возмущения имеет вид

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_2(t) + c_1[x_2(t) - x_1(t)] + c[x_2(t) - x_3(t)] &= 0 \\ c[x_2(t) - x_3(t)] &= d_n \cdot |\dot{x}_3(t)|^n \cdot \text{sgn}[\dot{x}_3(t)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

а для силового

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_2(t) + c_1x_2(t) + c[x_2(t) - x_3(t)] &= F(t) \\ c[x_2(t) - x_3(t)] &= d_n \cdot |\dot{x}_3(t)|^n \cdot \text{sgn}[\dot{x}_3(t)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь d_n - коэффициент демпфирования, пропорционального n -ой степени относительной скорости через диссипативный элемент; c , c_1 - коэффициенты жёст-

кости релаксационного и несущего упругих элементов; $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ - абсолютные смещения из равновесных положений основания, объекта и точки сочленения релаксационной пружины с демпфером, соответственно; $\delta(t) = x_2(t) - x_1(t)$ - смещение массы относительно основания; $z(t) = x_3(t)$ - относительное перемещение через демпфер; $F(t)$ - внешняя возмущающая сила; точки над переменными означают соответствующие производные функций по времени. Движение рассматриваемой колебательной системы не зависит от поля гравитационных сил, чем и объясняется их отсутствие в уравнении движения.

Для определения выражений АЧХ применена процедура эквивалентного вязкого демпфирования [2], предполагающая аппроксимацию нелинейной диссипативной силы эквивалентной ей линейной силой вязкого демпфирования по равенству энергий, рассеиваемых за цикл колебаний нелинейным и вязким демпферами, возбуждаемых одним и тем же гармоническим относительным смещением.

Анализ уравнений движения (2) показывает, что при силовом характере вибровозмущения представленной на рис.1.а колебательной системы её динамическое поведение полностью совпадает с поведением подвергнутой силовому виброн нагружению колебательной системы, в которой ВЗУ имеет вид реологической модели Пойнтинга-Томсона.

В результате преобразований из системы уравнений (1) получены формулы АЧХ (коэффициентов передачи μ) и ФЧХ (углов сдвига фазы ϕ) в безразмерных параметрах для случая кинематического возмущения колебательной системы:

$$\mu_A(\eta) = \sqrt{\frac{1 + (2\xi_{\text{экр}}\eta/N)^2}{(1-\eta^2)^2 + [2\xi_{\text{экр}}(N+1-\eta^2)\eta/N]^2}}, \quad (3)$$

$$\mu_R(\eta) = \sqrt{\frac{\eta^4 + [2\xi_{\text{экр}}\eta(\eta^2 - N)/N]^2}{(1-\eta^2)^2 + [2\xi_{\text{экр}}(N+1-\eta^2)\eta/N]^2}}, \quad (4)$$

$$\phi_A(\eta) = \begin{cases} -\arctg(2\xi_{\text{экр}}\eta/Q) & \text{при } Q \geq 0, \\ -\pi - \arctg(2\xi_{\text{экр}}\eta/Q) & \text{при } Q < 0, \end{cases} \quad (5)$$

где $Q = 1 - \eta^2 + 4\xi_{\text{экв}}^2 \eta^2 (N + 1 - \eta^2) / N^2$,

$$\phi_R(\eta) = \begin{cases} \arctg(2\xi_{\text{экв}}\eta/Q) & \text{при } Q \geq 0, \\ -\pi - \arctg(2\xi_{\text{экв}}\eta/Q) & \text{при } Q < 0, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$Q = (1 - \eta^2)\eta^2 + 4\xi_{\text{экв}}^2 \eta^2 (N + 1 - \eta^2)(\eta^2 - N) / N^2.$$

Здесь индексы обозначают: А - абсолютный, R - относительный; $\eta = \omega / \omega_0$ - безразмерная и ω - размерная частоты возбуждающего сигнала; $\omega_0 = (c_1/m)^{0.5}$ - соб-

ственная частота колебательной системы; $N = c/c_1$ - соотношение жёсткостей релаксационного и несущего упругих элементов; $\xi_{\text{экв}}$ - безразмерный коэффициент эквивалентного вязкого демпфирования, который для различных видов вибровозмущения при $n \neq 1$ определяется из уравнения

$$(1 - \eta^2)^2 \cdot (2\xi_{\text{экв}})^{2/(n-1)} + [(N + 1 - \eta^2)\eta/N]^2 \times (2\xi_{\text{экв}})^{2n/(n-1)} - \eta^\alpha (\beta_n \gamma_n)^{2/(n-1)} = 0. \quad (7)$$

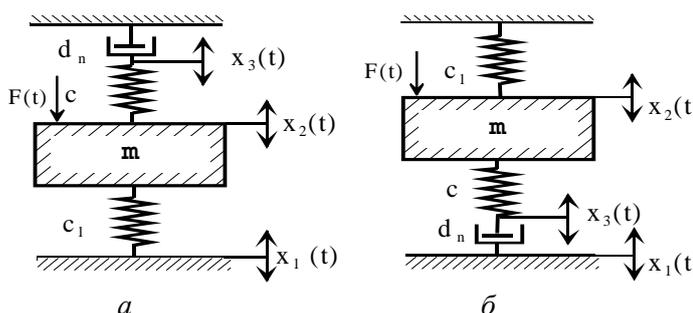


Рис.1. Схемы колебательной системы с ВЗУ в виде «с»-квасимодели (а) и «cd»-квасимодели (б) Пойнтинга-Томсона

Отношение амплитуд демпферных сил γ_n задаётся выражением

$$\gamma_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^{n+1} \omega t d(\omega t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)},$$

где $\Gamma(\dots)$ - гамма-функция. Величины безразмерного параметра демпфирования β_n и показателя степени α для различных видов вибровозмущения представлены в таблице.

Таблица - Выражения безразмерного параметра демпфирования β_n при различных видах вибровозмущения

Вибронагружение		Безразмерный параметр демпфирования, β_n	Показатель степени α в уравнении (7)
Тип	Амплитуда		
Кинематическое по перемещению	x_{10}	$\beta_{n_{II}} = d_n \omega_0^n x_{10}^{n-1} / c_1$	6
Кинематическое по скорости	\dot{x}_{10}	$\beta_{n_{CK}} = d_n \omega_0 \dot{x}_{10}^{n-1} / c_1$	4
Кинематическое по ускорению	\ddot{x}_{10}	$\beta_{n_{yc}} = d_n \omega_0^{2-n} \ddot{x}_{10}^{n-1} / c_1$	2
Силовое	F_0	$\beta_{n_c} = d_n \omega_0^n F_0^{n-1} / c_1^n$	2

Выражения АЧХ (3) и ФЧХ (5), описывающие реакцию рассматриваемой системы при кинематическом возмущении по абсолютному параметру, имеют вид, идентичный передаточной и частотной функциям по перемещению при силовом возмущении колебательной системы с ВЗУ в виде модели Пойнтинга-Томсона.

Следовательно, их поведение в оговорённых случаях идентично.

Графики функций (4) и (6), описывающих поведение рассматриваемой системы при кинематическом возмущении по относительному параметру (в предположении, что ВЗУ содержит демпфер вязкого трения, т.е. $n=1$), представлены на рис.2.

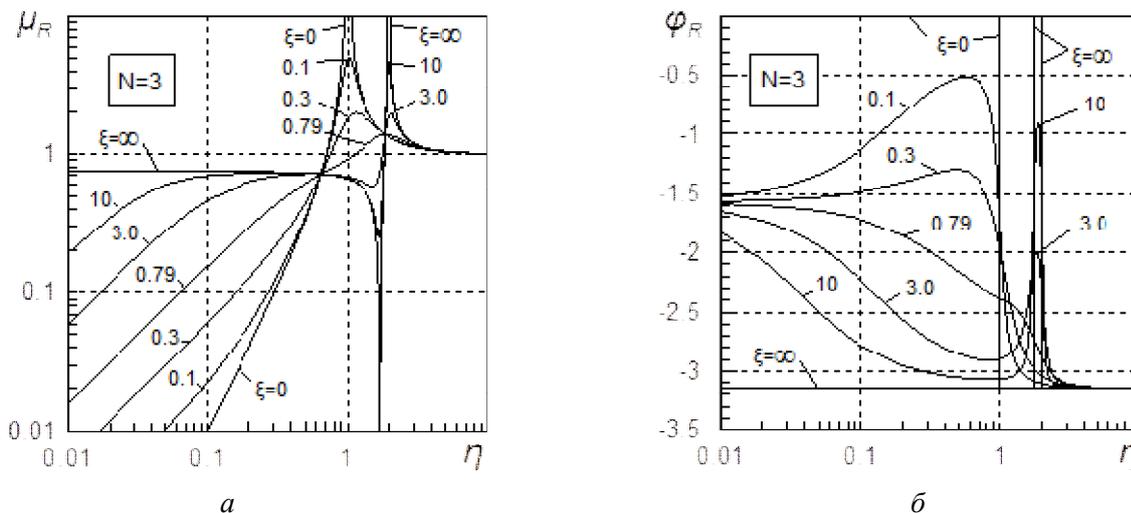


Рис.2. Частотные характеристики по относительному параметру при кинематическом возмущении: а – АЧХ; б – ФЧХ

Из графиков АЧХ видно, что крайним величинам демпфирования в колебательной системе, равным 0 и ∞ , соответствуют предельные положения (по оси безразмерной частоты) резонансной кривой. При $\xi=0$ (т.е. при обрыве релаксационной связи) система становится консервативной, относительный коэффициент передачи которой имеет вид:

$$\mu_{R_0} = \left| \eta^2 / (1 - \eta^2) \right|. \quad (8)$$

Бесконечная реакция при этом соответствует равенству частоты возмущающего движения ω собственной частоте ω_0 недемпфированной системы, т.е. $\eta_p = 1$. При $\xi = \infty$ (т.е. $z = 0$, а защищаемая масса удерживается «несущей» жёсткостью c_1 и «релаксационной» жёсткостью c пружинами суммарной жёсткостью $(1 + N) c_1$) система становится псевдоконсервативной. Относительный коэффициент передачи в этом случае имеет вид:

$$\mu_{R_\infty} = \left| (\eta^2 - N) / (N + 1 - \eta^2) \right|, \quad (9)$$

а бесконечная реакция реализуется на безразмерной частоте $\eta_p = \sqrt{N + 1}$, что соответствует равенству частоты ω возмущающего движения основания собственной частоте ω_∞ передемпфированной системы

$$\omega_\infty = \sqrt{c_1(1 + N) / m} = \omega_0 \sqrt{N + 1}.$$

Из выражения (9) следует, что параметр μ_{R_∞} колебательной системы с ВЗУ в виде «с»-квазимодели Пойнтинга-Томсона на нулевой частоте имеет величину $\mu_{R_\infty} = N / (N + 1)$, а на частоте $\eta = (N)^{0.5}$ он равен нулю.

С ростом параметра ξ от 0 до ∞ резонансные значения функции $\mu_R(\eta)$ вначале снижаются, затем проходят через минимум и вновь возрастают. Резонансная частота при этом изменяется от $\eta_p = 1$ до $\eta_p = \sqrt{1 + N}$, проходя через максимум, превышающий по величине резонансную частоту передемпфированной системы.

Независимо от уровня демпфирования в колебательной системе все её резонансные кривые проходят через две инвариантные точки пересечения предельных резонансных кривых при $\xi = 0$ и $\xi = \infty$. Нахождение резонансного значения относительного коэффициента передачи во второй инвариантной точке соответствует условию максимума функции $\mu_R(\eta)$, а величина параметра ξ , при которой выполняется указанное условие, является оптимальной ξ_{opt} . При любом уровне демпфирования, большем или меньшем оптимального, резонансное значение функции $\mu_R(\eta)$ будет выше, чем при ξ_{opt} .

Рост безразмерной жёсткости N увеличивает диапазон изменения резонанс-

ной частоты колебательной системы при варьировании в ней уровня демпфирования, снижает величину минимакса относительного коэффициента передачи, расширяет область низкочастотной виброизоляции, но ухудшает её качество.

Для малых величин демпфирования ($\xi \leq 0,2$) и значений безразмерной жёсткости $N \geq 1,4$ резонансный относительный коэффициент передачи можно определить в пределах 10%-ой ошибки из выражения: $\mu_{Rp} \approx 1/2\xi$ ($\xi \leq 0,2$; $N \geq 1,4$).

Виброизоляция по относительному коэффициенту передачи осуществляется в частотной области $0 < \eta < \eta^*$, где граничная частота η^* зависит от величин безразмерного коэффициента демпфирования ξ и соотношения жёсткостей упругих элементов подвески N :

$$\eta^* = \left\{ \left[\frac{2(1+2N)\xi^2 - N^2 + \sqrt{4(1+2N)^2\xi^4 + 4(1-2N)N^2\xi^2 + N^4}}{+8\xi^2} \right]^{0,5} \right\}$$

и изменяется в пределах от $\sqrt{0,5}$ при $\xi = 0$ до $\sqrt{0,5 + N}$ при $\xi = \infty$.

Высокочастотный относительный коэффициент передачи равен единице, а низкочастотный зависит от демпфирования и равен $\mu_R(0) = 2\xi\eta$. Это соответствует показателю темпа затухания низкочастотных колебаний $\theta(0) = 20$ дБ/дек (6 дБ/окт), что хуже аналогичного показателя консервативной колебательной системы (40 дБ/дек). Рост демпфирования снижает качество низкочастотной виброизоляции.

На основании вышесказанного выбор величин безразмерного коэффициента демпфирования ξ и безразмерной жёсткости N по функции $\mu_R(\eta)$ подразумевает достижение компромисса между требованиями по ограничению размаха резонансных колебаний и по качеству и диапазону низкочастотной виброизоляции.

Угол сдвига фаз между входной и выходной координатами для значений безразмерного коэффициента демпфирования $0 \leq \xi \leq \infty$ изменяется от $-\pi/2$ при

$\eta \rightarrow 0$ до $-\pi$ при $\eta \rightarrow \infty$ (рис. 2б). При $\xi = 0$ вид функции $\varphi_R(\eta)$ соответствует виду ФЧХ консервативной системы. В случае передемпфирования системы ($\xi = \infty$) функция $\varphi_R(\eta)$ принимает вид, присущий колебательной системе в виде массы, подвешенной на двух разноопёртых пружинах. А именно: на участках $0 \leq \eta < (N)^{0,5}$ и $(1+N)^{0,5} < \eta \leq \infty$ функция $\varphi_R(\eta)$ равна величине $-\pi$; при $\eta = (N)^{0,5}$ она скачком растёт от $-\pi$ до 0, а при $\eta = (1+N)^{0,5}$ скачком снижается от 0 до $-\pi$; в частотном диапазоне $(N)^{0,5} < \eta < (1+N)^{0,5}$ сдвиг фаз между входной и выходной координатами системы отсутствует, т.е. $\varphi_R(\eta) = 0$.

По указанным выше причинам резонансные характеристики рассматриваемой колебательной системы при её силовом возмущении полностью совпадают с аналогичными характеристиками колебательной системы с ВЗУ в виде модели Пойнтинга-Томсона для случая силового нагружения. Резонансные характеристики абсолютного коэффициента передачи при кинематическом возмущении идентичны резонансным характеристикам коэффициента динамического усиления по перемещению при силовом нагружении.

Резонансные характеристики относительного коэффициента передачи определяются уравнением восьмой степени, связывающим безразмерные резонансные частоты η_p , безразмерный коэффициент демпфирования ξ и безразмерную жёсткость N :

$$16\xi^4\eta_p^8 + 8\xi^2 \left[N^2 - 2\xi^2(2N+1) \right] \eta_p^6 + \left\{ 4N\xi^2 \left[4(N+1)\xi^2 - N(3N+2) \right] + N^4 \right\} \eta_p^4 + N^3(8\xi^2 - N)\eta_p^2 - 2N^4\xi^2 = 0. \quad (10)$$

Последовательность корней уравнения (10) для диапазона величин безразмерного коэффициента демпфирования ξ от 0,1 до 10 при выбранных значениях безразмерной жёсткости N представлена графически на рис. 3б. На рис. 3а приведены соответствующие резонансным частотам η_p резонансные значения относи-

тельного коэффициента передачи μ_{Rp} для широкого ряда величин параметра N . Видно, что при величинах безразмерной жёсткости $N \geq 0,7$ функция $\mu_{Rp}(\xi)$ существенно независима от параметра N при низких значениях демпфирования ($\xi \leq 0,1$). Линии функции $\mu_{Rp}(\xi)$ имеют минимумы, соответствующие оптимальным величинам безразмерного коэффициента демпфирования ξ_{OPT} при данных значениях безразмерной жёсткости N . При $N=\infty$

«с»-квазимодель Пойнтинга-Томсона трансформируется в «с»-квазимодель Кельвина, поэтому кривая при $N=\infty$ функции $\mu_{Rp}(\xi)$ позволяет оценить возможность аппроксимации первой из упомянутых квазимodelей второй. Так, резонансные значения относительных коэффициентов передачи, соответствующие обоим квазимodelям, хорошо коррелируют для $\xi \leq 0,1$ при $N \geq 0,7$, либо для $\xi \leq 0,5$ при $N \geq 5,0$, либо $\xi \leq 1,0$ при $N \geq 8$ и т.д.

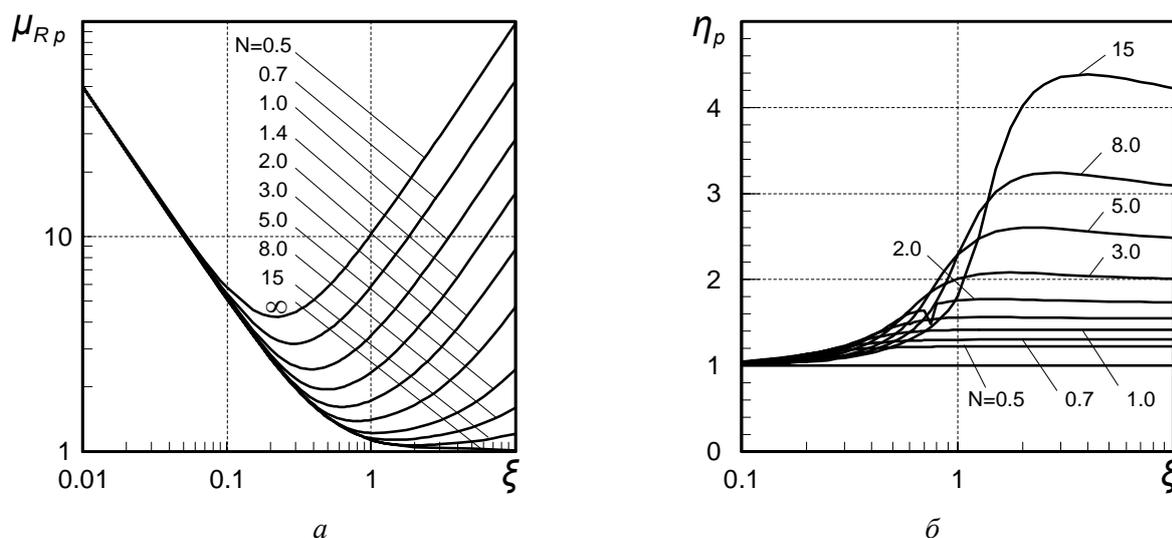


Рис.3. Резонансные характеристики по относительному параметру при кинематическом возмущении: а – амплитуда; б – частота

При величинах $\xi \leq 0,1$ резонансная частота приблизительно равна собственной частоте ω_0 для всех значений безразмерной жёсткости N , т.е. $\eta_p = 1$ (рис. 3б). С ростом параметра ξ функция $\eta_p(\xi)$ непрерывно растёт до некоторого максимума, превышающего по величине собственную безразмерную частоту $\omega_\infty/\omega_0 = (1+N)^{0.5}$ передемпфированной системы, к которой затем асимптотически стремится «сверху» с дальнейшим ростом демпфирования.

Из сравнения рис. 3а и рис. 3б следует, что значение функции $\eta_p(\xi)$, соответствующее оптимальной величине ξ_{OPT} , лежит вне (выше) зоны, где имеет место максимальный темп изменения этой функции. Поэтому флуктуация параметра ξ (температурные колебания, производст-

венные допуски и др.) в окрестности оптимального значения ξ_{OPT} не приведёт к значительным изменениям резонансной частоты относительного коэффициента передачи, в отличие от колебательной системы с ВЗУ в виде модели Пойнтинга-Томсона.

Выражения, определяющие оптимальные величины безразмерного коэффициента демпфирования ξ в зависимости от безразмерной жёсткости N , для частотных функций, описывающих поведение рассматриваемой колебательной системы при силовом возмущении, идентичны аналогичным выражениям для случая силового нагружения колебательной системы с ВЗУ в виде модели Пойнтинга-Томсона. Это касается и абсолютного коэффициента передачи при кинематическом возмущении рассматриваемой сис-

темы, функция $\xi_{OIT}(N)$ для которого имеет тот же вид, что и для коэффициента динамического возмущения по перемещению при силовом нагружении.

Из условия равенства ординат предельных резонансов функции $\mu_{Rp}(\xi)$ рассматриваемой колебательной системы – выражения (8) и (9) – координаты двух упомянутых выше инвариантных точек – запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \eta_{ин1} &= \sqrt{0,5(1+N-\sqrt{1+N^2})}, \\ \mu_{Rин1} &= (1+N-\sqrt{1+N^2}) / (1-N+\sqrt{1+N^2}), \\ \eta_{ин2} &= \sqrt{0,5(1+N+\sqrt{1+N^2})}, \\ \mu_{Rин2} &= (1+N+\sqrt{1+N^2}) / (N-1+\sqrt{1+N^2}). \end{aligned} \quad (11)$$

Биквадратное уравнение, связывающее оптимальную величину безразмерного коэффициента демпфирования ξ_{OIT} и безразмерную жёсткость N , получается из

уравнения (10) после подстановки в него частотной координаты второй инвариантной точки – выражение (11):

$$\begin{aligned} &16[\eta_{ин2}^8 - (2N+1)\eta_{ин2}^6 + N(N+1)\eta_{ин2}^4] \xi_{OIT}^4 + \\ &+ 2[4N^2\eta_{ин2}^6 - 2N^2(3N+2)\eta_{ин2}^4 + 4N^3\eta_{ин2}^2 - N^4] \xi_{OIT}^2 + \\ &+ N^4\eta_{ин2}^2(\eta_{ин2}^2 - 1) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Последовательность положительных корней уравнения (12) для диапазона значений безразмерной жёсткости от 0,5 до 100 представлена на рис. 4б. Зависимость $\xi_{OIT}(N)$ имеет вид положительной части канонической параболы и непрерывно возрастает с увеличением параметра N . На рис. 4а приведены координаты второй инвариантной точки, соответствующей пикам функции $\mu_R(\eta)$ при оптимальных величинах демпфирования в рассматриваемой колебательной системе.

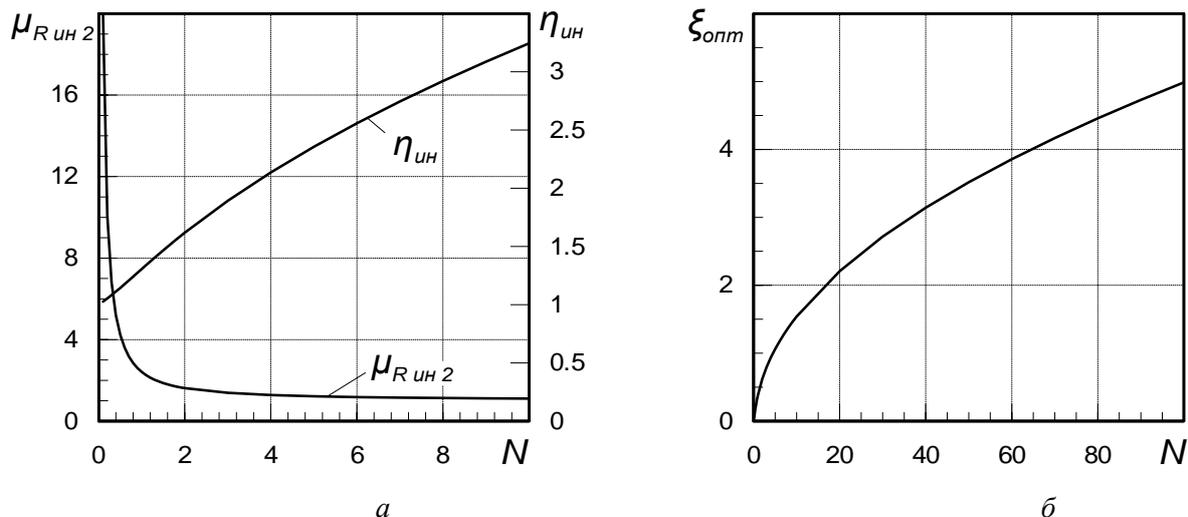


Рис.4. Координаты инвариантных точек (а) и оптимальные величины безразмерного коэффициента демпфирования (б) в функции параметра N

Из последнего рисунка видно, что функция $\mu_{Rин2}(N)$ – гиперболического типа, а наибольший темп уменьшения её приходится на диапазон значений безразмерной жёсткости $0 < N \leq 0,8$. При возрастании параметра N ордината 2-ой инвариантной точки асимптотически стремится к единице сверху, а при $N \geq 4$ она мало чувствительна к N . Частотная координата 2-ой инвариантной точки непрерывно увеличивается с ростом безразмерной жёсткости N и при этом асимпто-

тически приближается по величине к безразмерной собственной частоте передемпфированной системы $\sqrt{1+N}$. Таким образом, рост параметра N в области значений $N \geq 4$ увеличивает параметр ξ_{OIT} , резонансную частоту при оптимальном демпфировании, мало влияя при этом на величину резонансного пика при ξ_{OIT} .

На рис. 5 представлены частотные характеристики для ряда значений безразмерной жёсткости N при соответ-

вующих им оптимальных величинах безразмерного коэффициента демпфирования $\xi_{\text{опт}}$, которые даны в скобках. Резонансный пик каждой из кривых на рис. 5а таким образом означает положение 2-ой

инвариантной точки функции $\mu_R(\eta)$ для указанной величины параметра N , т.е. является собой минимакс этой функции по параметрам ξ и η .

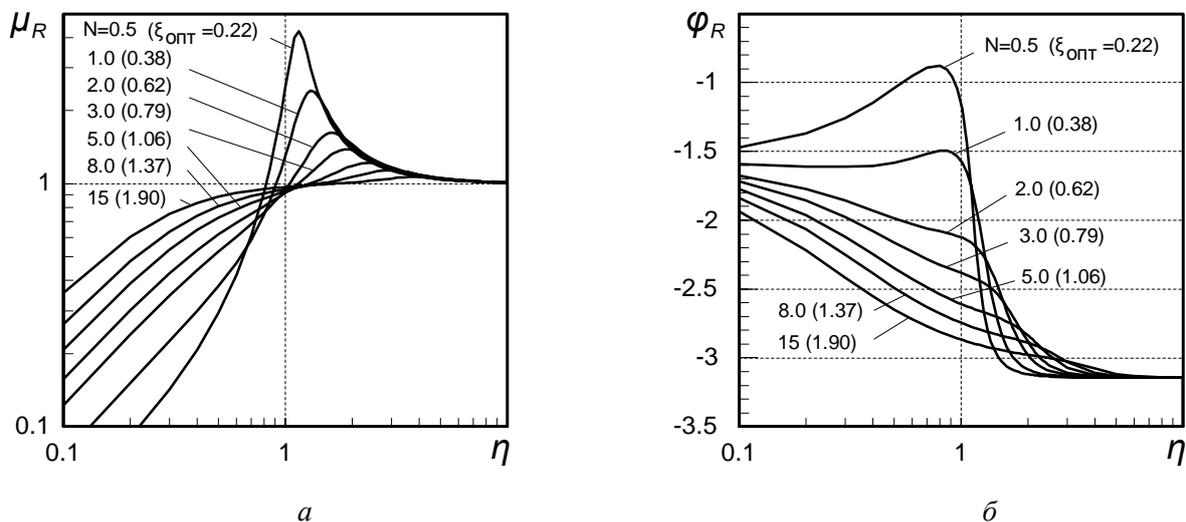


Рис.5. Частотные характеристики по относительному параметру при оптимальном демпфировании: а – амплитуда; б – частота

Как видно из рис. За резонансные величины относительного коэффициента передачи мало чувствительны к изменению демпфирования в окрестности своего оптимального значения, причём с ростом безразмерной жёсткости N эта чувствительность снижается. Так, для самой малой из приведённых на рис. За величин безразмерной жёсткости $N = 0,5$ функция $\mu_{Rp}(\xi)$ изменяется менее чем на 40% при отклонении параметра ξ более чем вдвое от своего оптимального значения.

Выводы

Использование в качестве ВЗУ «с»-квазимодель Пойнтинга–Томпсона обуславливает следующие особенности динамики колебательной системы.

1. При силовом вибровозмущении такой системы её поведение идентично поведению колебательной системы с ВЗУ в виде модели Пойнтинга–Томпсона, находящейся в условиях воздействия внешней гармонической силы.

2. Передаточная функция и частотные характеристики по абсолютному параметру при кинематическом возмущении рассматриваемой колебательной системы

полностью совпадают с передаточной функцией и частотными характеристиками при силовом возмущении системы.

3. Коэффициент передачи по относительному параметру при кинематическом возмущении, как и модули остальных частотных передаточных функций, имеет два предельных положения резонансной кривой с бесконечной ординатой: на частоте $\eta_p = 1$ при $\xi = 0$ и на частоте $\eta_p = \sqrt{1 + N}$ при $\xi = \infty$. Но, в отличие от остальных АЧХ, функция $\mu_R(\eta)$ имеет две инвариантные точки. С ростом параметра ξ резонансный относительный коэффициент передачи снижается, проходит через минимум, совпадающий со 2-ой инвариантной точкой, и затем возрастает.

4. Низкочастотный относительный коэффициент передачи, в отличие от высокочастотного, а также низко- и высокочастотных модулей остальных частотных передаточных функций, прямо зависит от демпфирования. Темп затухания низкочастотных колебаний функции $\mu_R(\eta)$ равен 20 дБ/дек (6 дБ/окт), что хуже показателя консервативной колебательной системы (40 дБ/дек). Показатели темпа зату-

хания низко- и высокочастотных колебаний по прочим АЧХ равны соответствующим показателям консервативной системы.

5. Диапазоны низко- и высокочастотной виброизоляции зависят от параметров демпфирования ξ и жёсткости N . Размеры этих диапазонов в низкочастотной области – не меньше, а в высокочастотной – не больше размеров аналогичных диапазонов виброизоляции консервативной колебательной системы. Причём рост уровня демпфирования ухудшает качество виброизоляции по функции $\mu_R(\eta)$ и не сказывается на остальных АЧХ.

6. Уровень демпфирования в колебательной системе может быть оптимизирован при данном значении параметра N с целью минимизации величины резонансного модуля частотной передаточной функции: при любой величине безразмерной жёсткости N – для функций $\mu_R(\eta)$, $\nu_{\text{VC}}(\eta)$, $\nu_C(\eta)$; при $N \leq 2$ – для функций $\mu_A(\eta)$ и $\nu_{\text{Л}}(\eta)$; при $N \leq 1 + 5^{0,5}$ – для функции $\nu_{\text{СК}}(\eta)$.

7. Резонансные частоты функций $\nu_{\text{VC}}(\eta)$ и $\nu_C(\eta)$ очень чувствительны к малым отклонениям демпфирования от оп-

тимального значения. В то же время резонансные частоты и резонансные величины функций $\mu_R(\eta)$ – при любом N , $\mu_A(\eta)$ и $\nu_{\text{Л}}(\eta)$ – при $N \leq 2$, $\nu_{\text{СК}}(\eta)$ – при $N \leq 1 + 5^{0,5}$, а также резонансные значения функций $\nu_{\text{VC}}(\eta)$ и $\nu_C(\eta)$ – при любых N – мало чувствительны к изменениям параметра ξ в окрестности его оптимума $\xi_{\text{опт}}$.

При заданной через статическую осадку $\delta_{\text{СТ}}$ недемпфированной собственной частоте ω_0 выбор параметров демпфирования ξ и жёсткости N для «с»-квaziмодели Пойнтинга–Томпсона может иметь или не иметь компромиссный характер в зависимости от приоритетов в выборе основной передаточной функции и связанных с нею частотных характеристик. Так, например, если определяющими являются ограничения по относительному параметру при кинематическом возмущении колебательной системы, то выбор величин указанных выше параметров связан с достижением компромисса между необходимостью ограничения размаха резонансных колебаний и соблюдения требований на размер диапазона и качество низкочастотной виброизоляции.

Библиографический список

1. ГОСТ 12.1.012-2004. Система стандартов безопасности труда. Вибрационная безопасность. Общие требования. Введ. 2008-07-01. М.: Стандартинформ, 2008.
2. Вибрации в технике: Справочник. Т.6: Защита от вибрации и ударов. М.: Машиностроение, 1981. 456 с.
3. Белоусов А.И., Токарев И.П., Чегодаев Д.Е. Релаксационная гидростатическая подвеска для защиты оператора от вибрационных и ударных нагрузок // Сб. науч. тр. «Методы и средства виброзащиты человека» М.: ИМАШ РАН. 1977. С. 89–93.
4. Шакиров Ф.М., Балякин В.Б. Использование реологических моделей релаксационного демпфирования для исследования динамики опоры ротора. Часть 1. Линейное демпфирование // Известия Самарского науч. центра РАН. 2001. Т. 3, № 2. С. 204–213.
5. Шакиров Ф.М., Балякин В.Б. Использование реологических моделей релаксационного демпфирования для исследования динамики опоры ротора. Часть 2. Нелинейное демпфирование // Известия Самарского научного центра РАН. 2002. Т. 4, № 2. С. 344–352.

Информация об авторе

Шакиров Фарид Мигдетович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры

Экологии и безопасности жизнедеятельности, Самарский государственный аэрокосмический университет имени

академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет. E-mail: shakirovaguzal@gmail.com. Область науч-

ных интересов: вибрационная безопасность, моделирование динамики колебательных систем.

DYNAMIC ELASTIC AND DAMPING MODELS DEVELOPMENT AND RESEARCH FOR TECHNICAL OBJECTS VIBRATION SAFETY PROVIDING

©2014 F.M. Shakirov

Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

This article considers single-mass elastic-damper model of oscillating system; simplified classic versions with pendants in the form of rheological models of Poynting-Thomson, Kelvin, Maxwell, Hooke can be derived from this model. The difference between this model and other classic versions is that the components of researched model suspension system are based on different foundations; one of foundations can be vibro-active. Model has two modifications, the difference between these modifications is that in one case elastic part of suspension system is based on vibro potentially active foundation and in other case elastic – damper part of suspension system is based on vibro potentially active foundation. The article also contains mathematical models of these modifications with allowance for damping of nonlinear type. Dynamical functions of variation are researched. In this variation vibrations can be transmitted from foundation to protected mass through elastic component. Article shows the cases of force and kinematic vibro-loading of mass with appliance of frequency functions on absolute and relative parameters. Dynamics of researched model is identical to dynamics of classic model in case of force vibro-loading of researched model. New properties (two invariant points) appear on amplitude-frequency characteristic of relative parameter in case of kinematic vibro-loading. This fact is used for optimization of damping level in order to minimize the resonance amplitude. The range of low-frequency vibration isolation is not less than the range of conservative oscillating system. Its size depends on damping and stiffness of elastic elements, so the choice of these values is associated with the achievement of compromise between limitation of the range of resonance oscillations and providing of the low-frequency vibration isolation of the required quality.

Vibration safety, rheological models, relaxation damping, dynamic, frequency and resonant responses, optimum damping.

References

1. GOST 12.1.012-2004. Occupational safety standards system. Vibration safety. General requirements. Ent. 2008-07-01. M.: Standartinform Publ., 2008. (In Russ.)
2. Vibracii v tehnikе: Spravochnik [Vibrations in equipment. Reference book]. V. 6: Zashhita ot vibracii i udarov [Protection against vibration and blows]. M.: Mashinostroenie Publ., 1981. 456 p.
3. Belousov A.I., Tokarev I.P., Chegodayev D.E. Relaxation hydrostatic suspension bracket for vibration and shock loadings operator protection // Sb. nauch. trudov «Metody i sredstva vibrozashchity cheloveka». M.: IMASh RAN Publ., 1977. P. 89–93. (In Russ.)
4. Shakirov F.M., Balyakin V.B. Relaxation damping rheological models use for rotor support operational analysis. Part 1. Linear damping // Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN. 2001. V. 3, no. 2. P. 204–213. (In Russ.)
5. Shakirov F.M., Balyakin V.B. Relaxation damping rheological models use for rotor support operational analysis. Part 1. Non-linear damping // Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN. 2002. V. 4, no. 2. P. 344–352. (In Russ.)

About the author

Shakirov Farid Migdetovich, Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Samara State Aerospace University. E-mail: shakirovaguzal@gmail.com. Area of

research: Vibration safety, oscillatory systems dynamics modeling.