

УДК 629.78

**ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА – СБОРЩИКА МУСОРА С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ МАЛОЙ ТЯГИ**

© 2014 С. А. Ишков, Г. А. Филиппов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

В статье рассматривается проблема засорения околоземного космического пространства. Исследуется способ очистки от крупногабаритных фрагментов космического мусора с помощью космического аппарата – сборщика мусора с электроракетным двигателем малой тяги. Построена массовая модель космического аппарата одноразового и многоразового применения. Рассматривается баллистическая схема, предусматривающая перелёт космического аппарата с орбиты ожидания на орбиту расположения космического мусора, его спуск на поверхность Земли и возвращение многоразового космического аппарата на орбиту ожидания. Для предложенного критерия оценки эффективности транспортной операции и введённого допущения о постоянстве ускорения от тяги получены аналитические соотношения для расчёта проектных параметров космического аппарата. Результаты расчёта проектных параметров представлены в обобщённом виде.

*Космический мусор, космический аппарат - сборщик мусора, критериальная функция, приведённая характеристическая скорость, проектные параметры, общий ресурс.*

Космический мусор (далее КМ) – это все искусственные объекты и их фрагменты в космосе, которые неуправляемы, не функционируют и не могут служить полезным целям, но являются опасным фактором воздействия на функционирующие космические аппараты (КА).

КМ принято делить на несколько категорий: 1) объекты диаметром менее 1 см; 2) объекты диаметром 1–10 см и 3) объекты диаметром более 10 см. Многие из этих объектов являются наблюдаемыми и занесены в специальные каталоги. Расположение объектов космического мусора принято делить на уровни в зависимости от количества на них объектов: на околоземной орбите (400 – 600 км над Землёй), на геостационарной орбите (35786 км над Землёй) и на высотах 1000 – 2000 км над Землёй [1].

Предлагаемые меры для борьбы с космическим мусором можно разделить на две группы: пассивные (упреждающие) и активные способы. Под активными способами чаще всего подразумевают создание специальных КА – так называемых сборщиков мусора (КАСМ), которые вводили бы фрагменты КМ на низкие предспусковые орбиты, с которых они бы вхо-

дили в плотные слои атмосферы. Особо востребованной на сегодняшний день для таких аппаратов является задача удаления элементов КМ в окрестности космической станции – наиболее уязвимо и дорогостоящего космического объекта.

Большую опасность представляют собой крупные элементы КМ – космические аппараты, ступени разгонных блоков, прекратившие своё активное функционирование. Такие объекты, как правило, не сгорают полностью в атмосфере и при своём падении на Землю могут привести к серьёзным разрушениям. Кроме того, достоверный прогноз точки падения таких объектов при самоторможении является сложной технической задачей. Обеспечение спуска и утилизации крупных элементов КМ в заданном районе земной поверхности является важной и актуальной задачей, которая может быть решена КАСМ.

Применение электрореактивных двигателей (ЭРД) малой тяги на КАСМ является оправданным [2], поскольку они обладают высоким удельным импульсом и позволяют создать аппараты малой массы и длительного функционирования. ЭРД на таких аппаратах могут быть ис-

пользованы как в качестве маршевых двигателей, так и двигателей системы ориентации, системы сближения и причаливания. В настоящее время для задачи сбора КМ рассматриваются аппараты двух типов. Первый тип представляют собой аппараты одноразового применения («космический камикадзе» [3]), второй – аппараты многоразового применения с возможностью их дозаправки.

Предусматривается следующая баллистическая схема функционирования таких КА. КАСМ выводится на орбиту ожидания высотой 300 – 400 км. Служба слежения за КМ определяет координаты фрагмента КМ, который необходимо спустить с орбиты. Бортовая система управления КАСМ рассчитывает программу управления и реализует перелёт к заданному объекту, сближается с ним и с помощью специальных устройств фиксирует его на своём борту.

Далее, если это позволяют технические условия, может быть осуществлена операция сближения с другим элементом КМ с последующей их фиксацией на борту. После сбора КМ осуществляется перелёт КАСМ на низкую предпусковую орбиту и пребывание на ней до наступления необходимых условий для спуска. Далее осуществляется операция управления спуском и КМ входит в плотные слои атмосферы, сгорает в ней или утилизируется в заданном районе Земли.

Многоразовый КАСМ после отделения от него КМ возвращается на орбиту ожидания, при необходимости дозаправляется топливом и готовится к новой операции. Описанный рабочий цикл многоразового КАСМ повторяется.

Современные методики проектирования КА предполагают итерационность процесса выбора проектных и баллистических параметров. В данной работе рассматривается так называемая «нулевая» итерация проектного выбора, определяющая область искомых параметров на базе простейших моделей и упрощённых баллистических схем перелёта.

1. Введём в рассмотрение следующую массовую модель КАСМ одноразового применения [4]:

$$M_0 = M_e + M_T + M_C, \quad (1)$$

где  $M_0$  – начальная (стартовая) масса аппарата;  $M_e$  – часть массы аппарата, зависящая от эффективной (тяговой) мощности бортовой энергоустановки;  $M_T$  – часть массы аппарата, зависящая от времени активного функционирования аппарата;  $M_C$  – постоянная часть массы аппарата, включающая массы: конструкции, систем управления и навигации, системы захвата и фиксации КМ и прочие фиксированные по величине массы.

Компоненты  $M_e$  и  $M_T$  представим в следующем виде:

$$M_e = \gamma \cdot \frac{P \cdot C}{2}; \quad M_T = t \left( \frac{P}{C} + m_c \right), \quad (2)$$

где  $P$  – суммарная тяга маршевых двигателей;  $C$  – скорость истечения реактивной струи;  $t$  – суммарное время выполнения операции;  $m_c$  – усреднённый секундный расход массы рабочего тела на поддержание заданной ориентации;  $\gamma$  – удельная масса тягового энергетического ресурса, учитывающая массу энергоустановки с учётом потерь и деградации элементов системы со временем, КПД двигательной установки и прочее.

Введём следующие допущения:

1. Скорость истечения  $C$  и тяга  $P$  остаются постоянными в течение всего срока функционирования аппарата.

2. Ускорение от тяги на каждом из этапов считается постоянной величиной, рассчитываемой для средней массы аппарата.

Суммарное время выполнения операции запишется следующим образом:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{V_{x1}}{w_1} + \frac{V_{x2}}{w_2} . \quad (3)$$

Здесь  $V_{x1}, V_{x2}$  – затраты характеристических скоростей на первом и втором участках;  $w_1, w_2$  – средние ускорения от тяги, которые в соответствии с принятыми допущениями определяются как:

$$w_1 = \frac{P}{M_0 - M_{t1}/2} = \frac{w_0}{k_1}, \quad (4)$$

$$w_2 = \frac{P}{M_0 - M_{t1} - M_{t2}/2 + M_{KM}} = \frac{w_0}{k_2}, \quad (5)$$

где  $M_{t1}, M_{t2}$  – расход рабочего тела по участкам;  $M_{KM}$  – масса присоединяемого фрагмента КМ;  $w_0$  – начальное ускорение от тяги;  $k_1, k_2$  – поправочные коэффициенты, определяемые следующим образом:

$$k_1 = 1 - \frac{M_{t1}}{2 \cdot M_0}, \quad k_2 = 1 - \frac{M_{t1}}{M_0} - \frac{M_{t2}}{2 \cdot M_0} + \frac{M_{KM}}{M_0} . \quad (6)$$

Сформулируем задачу проектного синтеза в следующем виде:

для известных или заданных величин  $M_0, M_{KM}, M_C, V_{x1}, V_{x2}, \gamma$ , определим  $C$  и  $P$  из условия минимума времени:

$$C_{opt}, P_{opt} = \arg \min(t) . \quad (7)$$

В соответствии с итерационной схемой выбора проектных параметров будем полагать, что при решении задачи (7) поправочные коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$ , и затраты массы на поддержание заданной ориентации  $T \cdot m_C$  не зависят от проектных переменных  $P$  и  $C$ .

Запишем уравнения баланса массы и баланса времени:

$$M_0 = \gamma \cdot \frac{P \cdot C}{2} + \frac{t \cdot P}{C} + M_C , \quad (8)$$

$$T = (V_{x1} \cdot k_1 + V_{x2} \cdot k_2) / w_0 = V_x^* / w_0 . \quad (9)$$

В уравнении (8) затраты массы на поддержание заданной ориентации  $T \cdot m_C$  включены в постоянную часть массы аппарата  $M_C$ , в уравнении (9)

$V_x^* = V_{x1} \cdot k_1 + V_{x2} \cdot k_2$  – приведённая суммарная характеристическая скорость операции.

Определим  $w_0$  из уравнения (8) после деления правой и левой части на  $M_0$ :

$$w_0 = \frac{(1 - \mu_C)}{\gamma \cdot C / 2 + t / C}, \quad (10)$$

$$\text{где } \mu_C = \frac{M_C}{M_0} .$$

Подставим данное соотношение в уравнение (9), выразим из него в явном виде  $t$  и после преобразований получим:

$$t = \frac{\gamma \cdot C^2 \cdot V_x^*}{2 \cdot C \cdot (1 - \mu_C) - V_x^*} . \quad (11)$$

Определяя производную  $t$  по  $C$  и приравнявая её к нулю, получаем решение задачи:

$$C_{opt} = \frac{2 \cdot V_x^*}{(1 - \mu_C)} . \quad (12)$$

Подставляя данное решение в выражения (9), (10), получим:

$$w_{0opt} = \frac{(1 - \mu_C)^2}{2 \cdot \gamma \cdot V_x^*}, \quad t_{min} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot V_x^{*2}}{(1 - \mu_C)^2}, \quad (13)$$

$$P_{opt} = \frac{M_0 \cdot (1 - \mu_C)^2}{2 \cdot \gamma \cdot V_x^*} . \quad (14)$$

2. Рассмотрим вариант многократного использования КАСМ. Будем полагать, что операция на одном цикле выполняется

в течение времени  $t_M$  (моторное время), а временами ожидания и пассивного полёта будем пренебрегать.

Тогда с учётом введённых выше допущений можно записать:

$$t_M = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{V_{x1}}{w_1} + \frac{V_{x2}}{w_2} + \frac{V_{x3}}{w_3}, \quad (15)$$

где  $t_3, V_{x3}$  – затраты времени и характеристической скорости на этапе перелёта с низкой предпусковой орбиты на орбиту ожидания и дозаправки.

Средние значения ускорений  $w_1, w_2$  определяются в соответствии с соотношениями (4), а  $w_3$  определится следующим образом:

$$w_3 = \frac{P}{\left( M_0 - M_{T1} - M_{T2} - \frac{M_{T3}}{2} \right)} = \frac{w_0}{k_3}, \quad (16)$$

где  $k_3$  – поправочный коэффициент, определяемый как:

$$k_3 = 1 - \frac{M_{T1}}{M_0} - \frac{M_{T2}}{M_0} - \frac{M_{T3}}{2 \cdot M_0}. \quad (17)$$

Аналогично соотношению (8) можно записать:

$$t_M = (V_{x1} \cdot k_1 + V_{x2} \cdot k_2 + V_{x3} \cdot k_3) / w_0 = Vx^* / w_0, \quad (18)$$

где  $Vx^*$  – приведённая характеристическая скорость затрат на одном цикле многофазовой операции.

Пусть общий ресурс по времени КАСМ ограничен величиной  $T$ , которая задана. Тогда количество циклов  $n$ , которое совершит КАСМ за время своей работы, определится следующим образом:

$$n = \frac{T \cdot w_0}{V_x^*}. \quad (19)$$

В качестве критерия оптимизации при выборе проектных параметров многофазового КАСМ введём в рассмотрение критериальную функцию  $J$  как отношение общей выводимой на орбиту массы (с учётом массы дозаправляемого рабочего тела) к суммарной величине приведённой характеристической скорости, потраченной на сбор и спуск с орбиты космического мусора:

$$J = \frac{(M_0 + (n-1) \cdot M_T)}{n \cdot V_x^*} \rightarrow \min. \quad (20)$$

Данная функция будет характеризовать эффективность понесённых затрат на сбор и утилизацию фрагментов космического мусора, находящегося на разных орбитах. Распишем составляющие массы  $M_T$  и  $M_0$  следующим образом:

$$M_T = \frac{t_M \cdot P}{C} = \frac{M_0 \cdot Vx^*}{C}, \quad (21)$$

$$M_0 = \frac{\gamma \cdot w_0 \cdot M_0 \cdot C}{2} + \frac{M_0 \cdot Vx^*}{C} + M_C. \quad (22)$$

Преобразуем критериальную функцию (20) с учётом (21) и (22). После преобразований получим:

$$J = \frac{M_C \left( 1 + \frac{T \cdot w_0}{C} - \frac{V_x^*}{C} \right)}{\left( 1 - \frac{\gamma \cdot w_0 \cdot C}{2} - \frac{V_x^*}{C} \right) \cdot T \cdot w_0} \rightarrow \min. \quad (23)$$

Таким образом, проектная задача сводится к определению начального ускорения от тяги  $W_0$  и скорости истечения реактивной струи  $C$  из условия минимума функции (23):

$$C_{opt}, w_{0opt} = \arg \min \left( J(C, w_0, T, \gamma, V_x^*, M_C) \right). \quad (24)$$

Остальные параметры в (24) считаются заданными.

3. Найдём решение задачи (20) для ряда частных случаев.

Пусть в первом случае  $w_0 = \text{const}$ . Определим производную от  $J$  по  $C$  и, приравняв её к нулю, получим квадратное уравнение. Решение данного уравнения запишется в виде:

$$C_{opt}^* = \sqrt{(T \cdot w_0 - V_x^*)^2 + \frac{2 \cdot T}{\gamma}} - (T \cdot w_0 - V_x^*), \quad (25)$$

где  $C_{opt}^*$  – оптимальное значение скорости истечения при заданном начальном ускорении от тяги  $w_0$ .

Рассмотрим второй случай. Пусть  $C = \text{const}$ .

Определим производную от  $J$  по  $w_0$  и, приравняв её к нулю, получим решение:

$$w_{0\ opt}^* = \frac{C - V_x^*}{T} \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{2 \cdot T}{\gamma \cdot C^2}} - 1 \right), \quad (26)$$

где  $w_{0\ opt}^*$  – оптимальное значение начального ускорения от тяги при заданной скорости истечения  $C$ . Определение оптимальных значений  $C$  и  $w_0$  позволяет вычислить, как и в случае одноразового аппарата, все остальные основные проектные параметры КАСМ.

При больших значениях количества циклов  $n$  оптимальная скорость истечения  $C_{opt}$  будет слабо зависеть от  $V_x^*$ . Тогда приближённо можно записать:

$$C_{opt} \approx \sqrt{V_{x\Sigma} + 2\tilde{T}} - V_{x\Sigma}^*, \quad (27)$$

где  $\tilde{T} = \frac{T}{\gamma}$  – приведённый ресурс,

$V_{x\Sigma}^* = n \cdot V_x^*$  – приведённые суммарные затраты характеристической скорости.

Выражение для критериальной функции и функции  $\mu_C = \frac{M_C}{M_0}$  с учётом введённых переменных можно преобразовать к виду:

$$\tilde{J} = \frac{J}{M_C} = \frac{1 + \frac{1}{C} \cdot (V_{x\Sigma}^* - V_x^*)}{\left( 1 - \frac{V_{x\Sigma}^* \cdot C}{2\tilde{T}} - \frac{V_x^*}{C} \right) \cdot V_{x\Sigma}^*}, \quad (28)$$

$$\mu_C = 1 - \frac{V_{x\Sigma}^* \cdot C}{2\tilde{T}} - \frac{V_x^*}{C}. \quad (29)$$

4. Как следует из полученных соотношений (28) и (29), проектные параметры КАСМ будут существенно зависеть от приведённых затрат характеристической скорости  $V_x^*$  на совершение орбитальных транспортных операций. Минимальные затраты  $V_x^*$  могут быть определены в соответствии с теорией оптимального управления нелинейными динамическими системами.

Применение принципа максимума Понтрягина для решения этой задачи потребует решения двухточечной краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. В механике космического полёта с малой тягой широкое распространение получили также подходы, позволяющие определить приближённое значение этих затрат в зависимости от типов граничных условий полёта [5].

Таким образом, задача определения затрат характеристической скорости  $V_x^*$  является сложной, выходящей за рамки данной работы и требует отдельного рассмотрения. В дальнейшем, при проведении численных расчётов,  $V_x^*$  будет задана.

Проведены расчёты проектных параметров КАСМ одноразового и многоразового применения. На рис. 1, 2 представлены результаты расчётов в обобщённом

виде для КАСМ одноразового применения для различных затрат характеристической скорости  $V_x^*$  и коэффициента  $\mu_c$ . На рис. 1 показаны зависимости оптимальной скорости истечения реактивной струи  $C_{opt}$  от затрат характеристической скорости

$V_x^*$ . На рис. 2 показана зависимость отношения времени выполнения операции к удельной массе тягового энергетического ресурса от затрат характеристической скорости  $V_x^*$ .

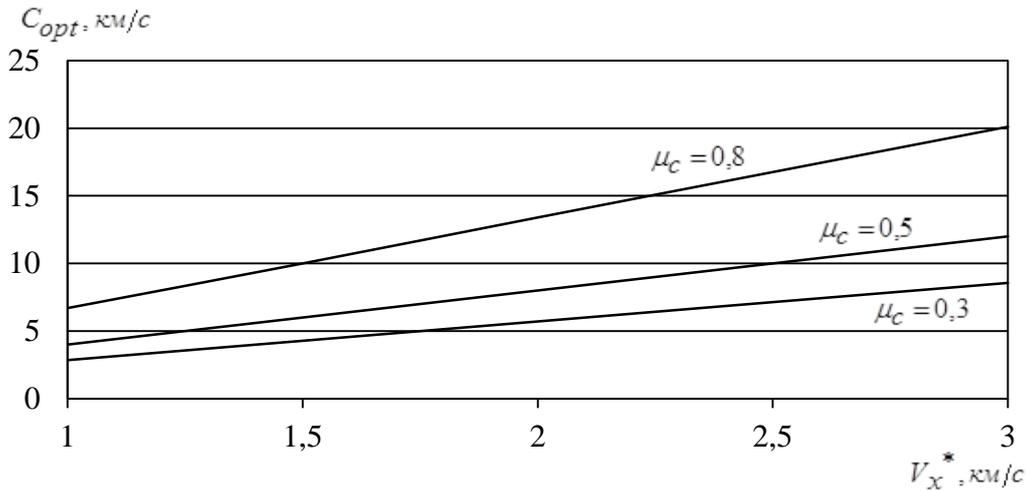


Рис. 1. Зависимости оптимальной скорости истечения реактивной струи  $C_{opt}$  от затрат характеристической скорости  $V_x^*$

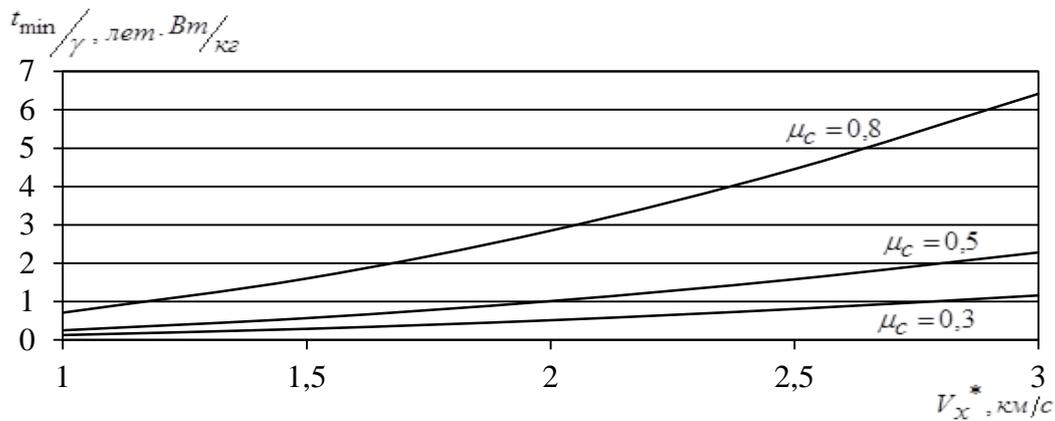


Рис. 2. Зависимость отношения минимального времени выполнения операции к удельной массе тягового энергетического ресурса от затрат характеристической скорости  $V_x^*$

На рис. 3–5 представлены результаты расчёта, согласно (27) – (29), проектных параметров КАСМ многократного применения как функции суммарного значения заданной характеристической скорости  $V_{x\Sigma}^* = n \cdot V_x^*$ .

Затраты приведённой характеристической скорости на одном цикле принимались равными 1 км/с.

На рис. 3 приведена зависимость оптимальной скорости истечения реактивной струи  $C_{opt}$  от суммарной характеристической скорости  $V_{x\Sigma}^*$ , на рис. 4 – зависимость коэффициента  $\mu_c$  от суммарной характеристической скорости  $V_{x\Sigma}^*$ , на рис. 5 – зависимость критериальной функции  $\tilde{J}$  от суммарной характеристической скорости  $V_{x\Sigma}^*$ .

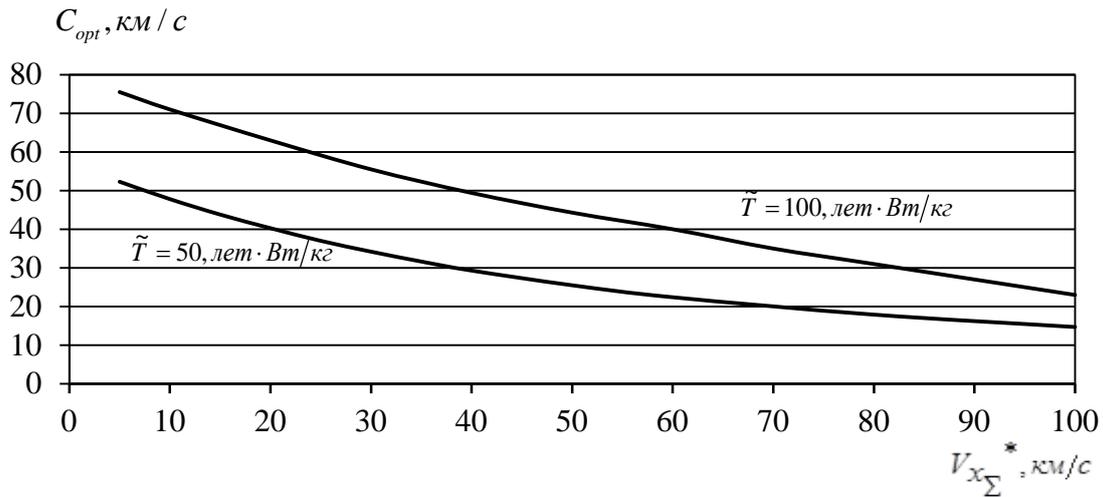


Рис. 3. Зависимость оптимальной скорости истечения реактивной струи  $C_{opt}$  от суммарной характеристической скорости  $V_{x\Sigma}^*$

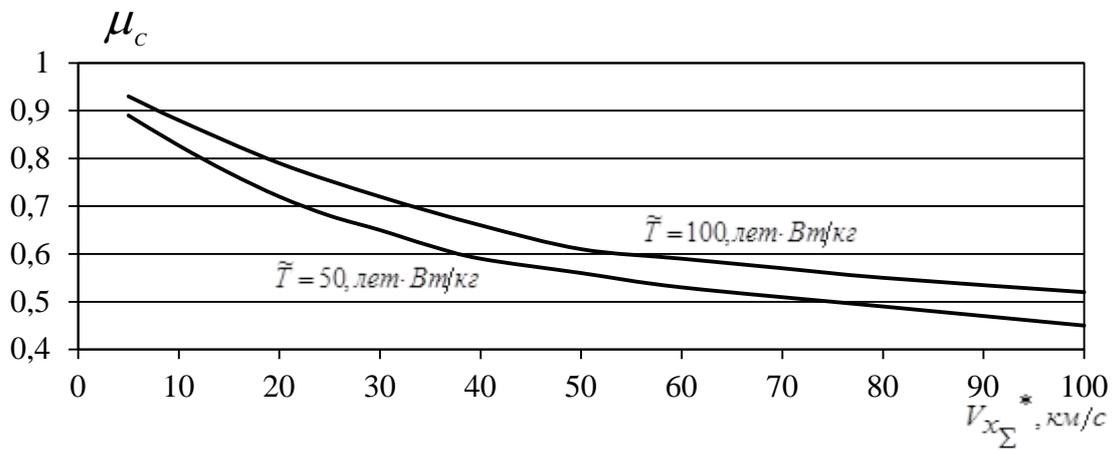


Рис. 4. Зависимость коэффициента  $\mu_c$  от суммарной характеристической скорости  $V_{x\Sigma}^*$

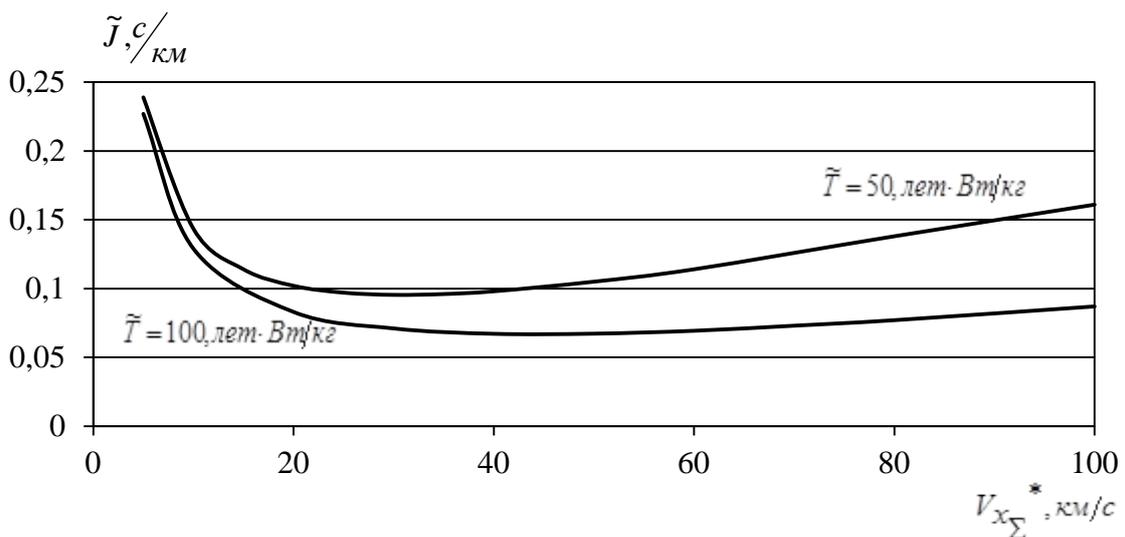


Рис. 5. Зависимость критериальной функции  $\tilde{J}$  от суммарной характеристической скорости  $V_{x\Sigma}^*$

По результатам проведённых расчётов можно сделать следующие выводы:

1. Для КАСМ одноразового применения не требуется двигательная установка с высокой скоростью истечения реактивной струи (рис. 1).

2. Для КАСМ многоразового применения при увеличении суммарной приведённой характеристической скорости операции  $V_{x^*}$  оптимальная скорость истечения реактивной струи (27) должна снижаться (рис. 3). Это связано с необходимостью увеличения начального ускоре-

ния тяги для выполнения программы при фиксированном ресурсе.

3. Приведённая критериальная функция (29) имеет пологий минимум (рис. 5), что позволяет определить рациональный диапазон суммарной характеристической скорости  $v_{x_{\Sigma}^*}$  от 20 км/с до 60 км/с. При окончательном выборе проектных параметров КАСМ это позволит проанализировать альтернативные варианты, исходя из других критериев.

### Библиографический список

1. Вениаминов С.С., Червонов А.М. Космический мусор – угроза человечеству. М.: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), 2012. 192 с.

2. Alpatov A.P., Gusynin V.P. Space vehicle with electric thruster for gathering fine space debris // 59th International Astronautical Congress 2008, IAC 2008; Glasgow; United Kingdom. V. 4. С. 2494-2497.

3. Миклашевская А. Швейцария займётся уборкой в космосе // Коммерсантъ - Online, 2012.

4. Ишков С.А. Методические основы формирования проектных характеристик космического аппарата – сборщика мусора с электроракетными двигателями малой тяги // Сборник трудов XVI Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Ч. 2. Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2013. С. 3 – 8.

5. Салмин В.В., Старинова О.Л., Ишков С.А. Методы решения вариационных задач механики космического полёта с малой тягой. Самара: СНЦ РАН, 2006. 164 с.

### Информация об авторах

**Ишков Сергей Алексеевич**, доктор технических наук, профессор кафедры космического машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru). Область научных интересов: баллистика, управление движением космических аппаратов.

**Филиппов Григорий Александрович**, инженер, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: баллистика, управление движением космических аппаратов.

## CHOICE OF DESIGN CHARACTERISTICS OF «GARBAGE COLLECTOR» SPACECRAFT WITH A LOW-THRUST ELECTROJET ENGINE

© 2014 S. A. Ishkov, G. A. Filippov

Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

The paper is devoted to the problem of debris in the near-Earth space. We investigate a method of cleaning the space of large fragments of space debris using a “garbage collector” spacecraft with a low-thrust electrojet engine. A mass model of one-shot and shuttle spacecraft has been constructed. A mission trajectory plan is presented that includes the spacecraft flight from the parking orbit to that of debris location, its descent to the surface of the Earth and the return of reusable spacecraft to the parking orbit. Analytical relationships for the calculation of the spacecraft design parameters have been obtained for the proposed criterion for evaluating the effectiveness of the logistic space mission and the assumption about constant thrust acceleration. The results of calculation of the design parameters are summarized.

*Space debris, «garbage collection» spacecraft, criterion function, reduced relative velocity, design parameters, total resource.*

### References

1. Venjaminov S.S., Chervonov A.M. Kosmicheskii musor – ugroza chelovechestvy [Space debris - a Threat to Mankind]. Moscow: IKI RAN Publ., 2012. 192 p.
2. Alpatov A.P., Gusynin V.P. Space vehicle with electric thruster for gathering fine space debris // 59th International Astronautical Congress 2008, IAC 2008; Glasgow; United Kingdom. V. 4. C. 2494-2497.
3. Miklashevskaya A. Shvejcaria zayjmitsja uborkoj v kosmose [Switzerland will clean the space] // Kommersant – Online, 2012.
4. Ishkov S.A. Metodicheskie osnovyi formirovaniya proektnykh harakteristik kosmicheskogo apparata – sborschika musora s elektroraketnyimi dvigatelyami maloy tyagi [Methodical bases of formation of the design characteristics of the spacecraft - the garbage collector with electrorocket thrusters] // Sbornik trudov XVI Vserossiyskogo seminaro po upravleniyu dvizheniem i navigatsii letatel'nykh apparatov. Part 2. Samara: SNTs RAN Publ., P. 3-8. (In Russ.)
5. Salmin V.V., Starinova O.L., Ishkov S.A. Metodyi resheniya variatsionnykh zadach mehaniki kosmicheskogo polyota s maloy tyagoy [Methods of solving variational problems in low-thrust space mission mechanics]. Samara: SNTs RAN Publ., 2006. 164 p.

### About the authors

**Ishkov Sergey Alekseevich**, Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Spacecraft Design, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. E-mail: [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru). Area of Research: ballistics, spacecraft motion control.

**Filippov Gregory Aleksandrovich**, engineer, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. Area of Research: ballistics, spacecraft motion control.