

## ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТА С ПЕРЕМЕННЫМИ ПЛАТЕЖНЫМИ ПОТОКАМИ

© 2005 М. Г. Сорокина

Самарский государственный аэрокосмический университет

Исследуется динамика финансовых потоков при реализации процедуры амортизации ипотечного кредита с убывающими и возрастающими платежами.

В отечественной и зарубежной практике ипотечного кредитования широкое распространение получил стандартный ипотечный кредит, предполагающий такую организацию денежного потока, при которой платежи по кредиту осуществляются в виде периодических, обычно ежемесячных, постоянных выплат. Такой кредит получил название аннуитетного ипотечного кредита.

Положительной характеристикой аннуитетного кредита является возможность равномерно распределить финансовую нагрузку на заемщика по возврату кредита в течение всего кредитного срока, что способствует некоторому смягчению кредитного риска. В то же время аннуитетный кредит с постоянной ставкой процента приемлем только в условиях относительно низкой инфляции и слабо меняющейся стоимости финансовых ресурсов.

В последние годы за рубежом стали применяться новые варианты ссуд под залог, которые предусматривают более сложные условия возвращения кредита, чем стандартный вариант. К ним относятся кредиты, когда периодические платежи изменяются по определенному закону, например по арифметическому, в котором платежи изменяются по линейному закону и представляют собой арифметическую прогрессию, и геометрическому - с показательным законом изменения платежей. В этом случае последовательность платежей представляет собой геометрическую прогрессию. В каждом случае, в зависимости от параметров закона изменения платежей, они могут возрасть со временем (кредиты с нарастающими платежами) или убывать (кредиты с убывающими платежами).

Как правило, кредиты с нарастающими платежами применяются заемщиками, рассчитывающими на увеличение своих доходов в будущем, и, наоборот, заемщики, достигшие определенного положения, используют кредиты с убывающими платежами, но со значительными выплатами в первые два года срока кредита. Обычно такие ипотечные кредиты предусматривают фиксированную ставку процента на весь период кредитования.

Исследуем динамику финансовых потоков, характеризующую состояние кредитного процесса, в котором платежи представляют собой арифметическую прогрессию [1].

Пусть имеется поток платежей

$$V, V + Q, V + 2Q, \dots, V + (k - 1)Q, \dots, V + (n - 1)Q,$$

где  $Q$  – разность прогрессии, т. е. величина, на которую изменяется за каждый период платеж  $V$ ;  $k$  – текущий номер периода;  $n$  – срок кредита.

Закон изменения платежей представляет собой арифметическую прогрессию вида

$$\begin{aligned} V_k &= V + (k - 1)Q, \quad k = 1, 2, \dots, n; \\ V_n &= V + (n - 1)Q > 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь выполнение условия  $V_n > 0$  необходимо для того, чтобы не было отрицательных выплат.

В (1), если разность прогрессии  $Q$  положительна, то имеется нарастающий поток платежей, если  $Q$  отрицательна – убывающий, если  $Q$  равна нулю – постоянный.

Диаграмма нарастающих финансовых потоков представлена на рис. 1.

Определим текущую  $D$  стоимость потока платежей (1):

$$\begin{aligned}
 D &= V_1 \vartheta + V_2 \vartheta^2 + \dots + V_k \vartheta^k + \dots + V_n \vartheta^n = \\
 &= V \vartheta + (V + Q) \vartheta^2 + \dots + [V + (k - 1) Q] \vartheta^k + \dots \\
 &\dots + [V + (n - 1) Q] \vartheta^n, \tag{2}
 \end{aligned}$$

где  $\vartheta = 1 / (1 + i)$  – коэффициент дисконтирования по ставке  $i$ .

Умножая (1) на коэффициент роста  $u = (1 + i)$ , а затем, вычитая из обеих частей выражения соответствующие части равенства (1), получим

$$\begin{aligned}
 iD &= V + Q\vartheta + Q\vartheta^2 + \dots + Q\vartheta^{n-1} - [V + (n - 1)Q]\vartheta^n = \\
 &= V(1 - \vartheta^n) + Q \sum_1^{n-1} \vartheta^k - nQ\vartheta^n + Q\vartheta^n. \tag{3}
 \end{aligned}$$

Из (3) находим, что

$$D = V(1 - \vartheta^n) / i + (a_{n;i} - n \vartheta^n) Q / i.$$

Учитывая, что  $(1 - \vartheta^n) / i = a_{n;i}$ , получим в результате

$$D = \left( V + \frac{Q}{i} \right) a_{n;i} - \left( \frac{nQ\vartheta^n}{i} \right). \tag{4}$$

Преобразуем (4) к виду:

$$D = Va_{n;i} + (a_{n;i} - n \vartheta^n) Q / i. \tag{5}$$

Из (5) следует, что текущая стоимость  $D$  зависит линейно от параметра  $Q$ .

При формировании графика погашения задолженности с переменными платежами возникает проблема определения первого платежа  $V$  при известной величине прироста

$Q$  и сумме кредита  $D$  или определения величины прироста  $Q$  при заданной сумме первого платежа и сумме кредита  $D$  [1]. Пусть величина первого платежа  $V$  задана и соответствует финансовым возможностям заемщика. Тогда величина прироста из (5) равна

$$Q = (D - Va_{n;i}) i / (a_{n;i} - n \vartheta^n). \tag{6}$$

Если требуется определить величину первой выплаты, то из (5) находим, что

$$V = (D - (a_{n;i} - n \vartheta^n) Q / i) / a_{n;i}. \tag{7}$$

При рассчитанных значениях расходов по кредиту и заданных исходных данных можно составить план-график погашения основного долга в виде таблицы и графика изменения финансовых потоков (рис. 2). Расчет параметров финансовых потоков проводится по следующим рекуррентным соотношениям:

$$\begin{aligned}
 J_k &= D_{k-1} i; R_k = V_k - J_k; D_k = D_{k-1} - R_k, \\
 k &= 1, \dots, n; D_0 = D. \tag{8}
 \end{aligned}$$

Соотношения (8) позволяют для любого момента  $k$  определить состояние ипотечной кредитной сделки, которая характеризуется величиной процента  $J_k$ , величиной погашения долга  $R_k$  и остатком долга  $D_k$ .

Приведенная схема погашения является удобной для тех заемщиков, которые испытывают финансовые затруднения в первые годы и рассчитывают увеличить свои доходы в будущем.

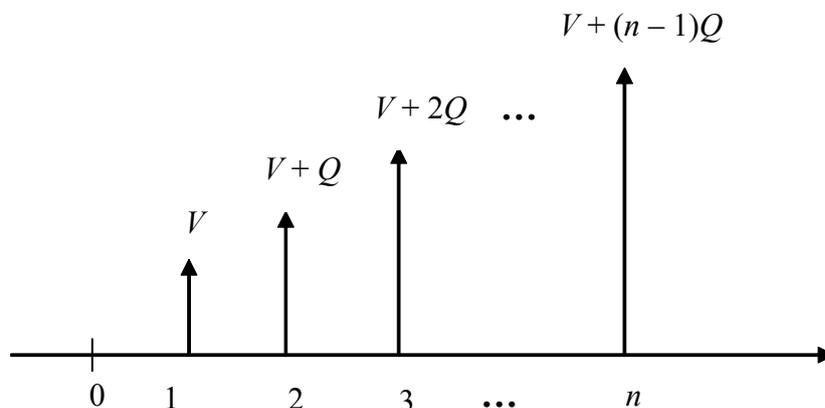


Рис. 1. Диаграмма нарастающих финансовых потоков

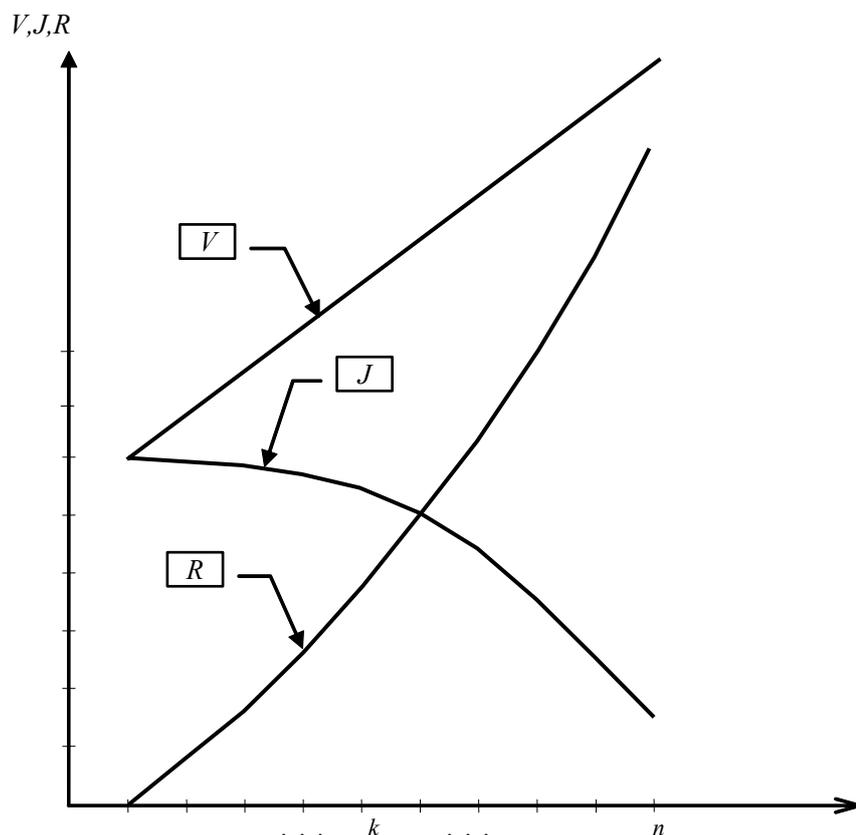


Рис. 2. Динамика изменения финансовых потоков в схеме погашения с нарастающими платежами по займу

Рассмотрим схему погашения с убывающими платежами по кредиту.

Примем, что ежегодные расходы на погашение кредита  $R$  являются постоянной величиной, равной

$$R = D / n = const.$$

Чтобы обеспечить погашение кредита, величина убывания платежей должна удовлетворять неравенству

$$V - (n - 1)Q \geq R, \tag{9}$$

то есть платеж в последний  $n$ -й год не должен быть меньше заданной величины расхода на погашение основного долга.

Из (9) следует

$$Q \leq (V - R) (n - 1). \tag{10}$$

Таким образом, для убывающих платежей по кредиту при постоянной величине ежегодного расхода на погашение долга  $R$  величина прироста не должна превышать значения, равного  $(V - R) (n - 1)$ .

При найденном значении убывания расходов по кредиту  $Q$  величина выплат по нему

в каждый период определяется из уравнения (1).

При заданном расходе на погашение  $R$ , равном постоянной величине, и найденных значениях выплат по кредиту в каждом периоде  $V_k$  легко найти величину процентов в каждом периоде по уравнению

$$J_k = V_k - R, \quad k = 1, \dots, n.$$

Найденное значение ежегодного расхода на погашение кредита  $R$  позволяет определить величину оставшегося долга в каждом периоде

$$D_k = D_{k-1} - R, \quad k = 1, \dots, n, \quad D_0 = D.$$

Таким образом, чем интенсивнее снижается платежный поток по кредиту, тем с экономической точки зрения заемщику выгоднее реализовать такую схему. Однако для этого он должен быть платежеспособным, особенно в первые годы действия срока ипотечного кредита.

Если задолженность погашается  $p$  раз в году, например ежемесячно ( $p = 12$ ), и с такой же частотой выплачиваются проценты по

ставке  $i/p$ , то число периодов равно  $np$ , а расходы на погашение основного кредита составят

$$R = D / pn.$$

Заменяя в (1, 5, 6 – 10)  $k$  на  $kp$ ,  $n$  на  $np$ ,  $i$  на  $i/p$ , можно получить формулы для формирования процедуры погашения задолженности при возрастающих и убывающих платежных потоках [1].

Так, если  $V$  – разовая величина выплаты,  $Q$  – годовой прирост выплат, то последовательные выплаты равны:

$$V; V + Q/p, V + 2Q/p, \dots, V + (pn - 1) Q/p.$$

Для  $k$ -го периода расходы на погашение кредита составят

$$V_k = V + (k - 1) Q/p, k = 1, \dots, pn.$$

Современную стоимость платежных потоков при начислении процентов  $p$  раз в году определим из уравнения

$$D = \sum_{\lambda=1}^{pn} (V + Q \cdot \lambda/p) \vartheta^{\lambda/p}.$$

Рассмотренные в работе модели финансовых потоков в решении задач погашения задолженности для различных видов ипотечных кредитов позволяют дать им количественную оценку по критерию суммарных расходов на выплату процентов и обеспечить на этой основе возвратность кредита с учетом платежеспособности заемщика.

#### Список литературы

1. Четыркин Е. М. Финансовая математика: Учебник/ Е. М. Четыркин. – 4-е изд. – М.: Дело, 2004.

## DISCRETE PLANNING MODEL FOR MORTGAGE CREDIT WITH VARIABLE PAYMENT FLOWS

© 2005 M. G. Sorokina

Samara State Aerospace University

The paper analyses the dynamics of financial flows when carrying out the procedure of mortgage credit depreciation with decreasing and increasing flows.